

UNION GÉODÉSIQUE ET GÉOPHYSIQUE INTERNATIONALE

Association Internationale
d'Hydrologie Scientifique

SYMPOSIA DARCY

(Dijon, 20-26 septembre 1956)

subventionnés par l'UNESCO

TOME II. — EAUX SOUTERRAINES

Publication n° 41 de l'Association Internationale d'Hydrologie

PRIX :
250 frs belges.

UNION GÉODÉSIQUE ET GÉOPHYSIQUE INTERNATIONALE

Association Internationale
d'Hydrologie Scientifique

SYMPOSIA DARCY

(Dijon, 20-26 septembre 1956)

subventionnés par l'UNESCO

TOME II. — EAUX SOUTERRAINES

Publication n° 41 de l'Association Internationale d'Hydrologie

PRIX :
250 frs belges.



Digitized by the Internet Archive
in 2024

COMMUNICATIONS
RELATIVES AUX EAUX SOUTERRAINES

NOTE SUR LES ROLES RESPECTIFS DE DARCY ET PARAMELLE DANS LA FONDATION DE L'HYDROLOGIE MODERNE

par

J. TIXERONT

Ingénieur en chef, chef du groupe de l'Hydraulique et des Aménagements ruraux
Royaume de Tunis

Parmi les savants Français qui ont fait progresser l'hydrologie au milieu du 19^{me} siècle, O. E. MEINZER (1) cite en première ligne BELGRAND, DARCY et PARAMELLE.

Comme le remarquait MEINZER, c'est la même année 1856 que furent publiés les ouvrages de DARCY (2) et PARAMELLE (3), mais alors que DARCY a connu une célébrité qui ne s'est pas démentie jusqu'à ce jour, l'Abbé PARAMELLE est maintenant bien oublié, malgré le grand succès de librairie que connut son œuvre en France (six éditions). Il n'est pas sans intérêt en l'année 1956 d'exposer les rôles respectifs de ces deux savants qui peuvent être considérés comme les fondateurs de l'hydrologie scientifique, en France tout au moins. Tel est l'objet de la présente note.

DARCY était ancien élève de l'Ecole Polytechnique et Ingénieur des Ponts et Chaussées. C'est en physicien et en ingénieur qu'il aborda le sujet des eaux souterraines par la voie de l'expérimentation scientifique et avec l'appui des mathématiques. Du fait qu'il travaillait en physicien, ses résultats ont une valeur universelle. Du fait de l'utilisation des mathématiques, la loi très simple qu'il a établie s'est prêtée à un immense développement auquel ont pris part de très nombreux savants. Mais DARCY simplifiait les problèmes au maximum.

La nécessité d'étudier les phénomènes naturels dans toute leur complexité ne lui échappait cependant pas. Immédiatement à la suite de la note où il expose la loi d'écoulement qui l'a rendu célèbre, il analyse en effet les conceptions de PARAMELLE qui précisément sont relatives à la partie de l'hydrologie non traitée par DARCY, celle qui concerne les conditions naturelles infiniment variées dans lesquelles on rencontre les eaux souterraines.

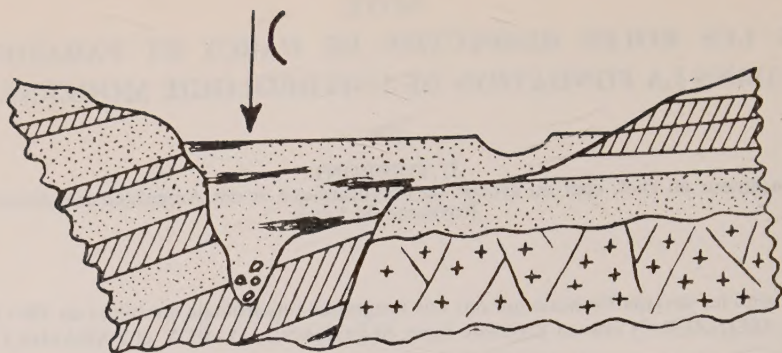
Il était nécessaire que ces deux branches de la science soient réunies pour fonder l'hydrologie, science géophysique. Cette réunion fut surtout l'œuvre des savants qui introduisirent l'hydrologie parmi les sciences coordonnées par l'Union de Géodésie et Géophysique Internationale. Parmi ces savants, il faut citer en premier lieu MEINZER.

En lisant le livre de PARAMELLE sur l'art de découvrir les sources et en se référant au sens qu'il donne au mot « source » au chapitre X de son livre, on voit qu'il s'agit en réalité d'un livre sur la recherche des eaux souterraines. Il ne donne d'ailleurs pas « sa théorie comme un traité complet sur cette matière, mais plutôt comme un essai destiné à donner l'éveil sur cette branche des connaissances humaines ».

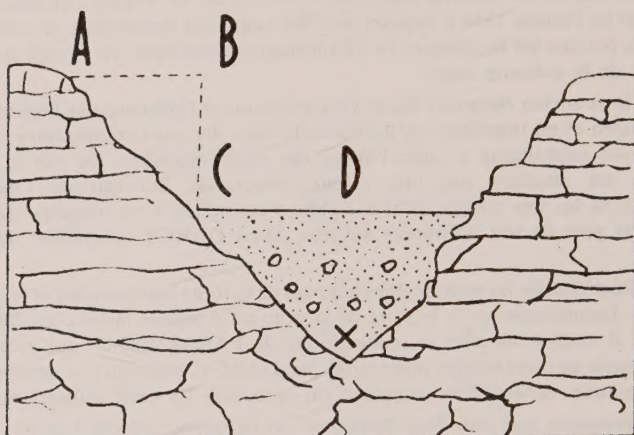
« Sa théorie » fut établie au cours d'une quarantaine d'années de réflexions et surtout au cours de plus de dix mille enquêtes sur le terrain qui firent probablement parcourir à PARAMELLE plus de kilomètres à pied et à cheval que tout autre de ses contemporains. Dans son ouvrage, on trouve exposés d'une façon claire les éléments du bilan des eaux souterraines, et les bases des études hydrologiques : topographie, géologie, caractéristiques hydrologiques des formations, étendue des bassins d'alimentation, reconnaissance des points d'eau et relevé de leur niveau. PARAMELLE sur tous ces points fut amené à dégager des règles assez générales pour en tirer des indications valables sur la localisation, la profondeur et l'abondance des eaux souterraines.

Pour arriver à des progrès notables par rapport à ces méthodes, si l'on met à part les développements auxquels a donné lieu la loi de DARCY, il faut attendre jusqu'à SCHLUMBERGER et aux géophysiciens du 20^{me} siècle.

PARAMELLE avait remarqué que les eaux souterraines étaient susceptibles d'un débit



Coupe géologique à travers une vallée remblayée.
En C, emplacement où il faut rechercher une formation assez poreuse.
(Vacquier - Page 6 - Réf. 6).



Coupe d'un vallon dont le fond est comblé par le terrain de transport.
En X, point où il faut rechercher l'eau.
(Paramelle. L'Art de découvrir les sources - 4^{me} édition - Page 180 - Réf. 3).

particulièrement abondant dans des zones privilégiées où se rencontraient des couches particulièrement perméables qu'il appelait : « cours d'eau souterrains ».

Le problème de ces cours d'eau souterrains est toujours un problème central de l'hydrologie souterraine. Je me référerai à ce sujet à une publication récente où se trouvent exposées des recherches sur la prospection des eaux souterraines par la polarisation électrique induite. Ces recherches très prometteuses sont dues à M. V. VACQUIER, Professeur au Collège des Mines de Socorro⁽⁴⁾ qui s'exprime ainsi à la page 5 de sa publication : « The location of such buried channels in alluvial fans is one of our aims ». Pour illustrer sa pensée, il représente une coupe géologique à la figure 3. Il est surprenant de constater que deux des règles de PARAMELLE exposées notamment aux pages 140 et 178 de son ouvrage conduiraient à localiser dans le cas de cette figure d'une façon très acceptable la zone où devraient être pratiqués des sondages. En tous cas ce seraient les seules méthodes valables en dehors des méthodes géophysiques. PARAMELLE illustre sa méthode par une figure (page 180) tout à fait analogue à celle reproduite par VACQUIER, nous donnons ci-joint la reproduction des deux figures.

Que les idées de PARAMELLE maintenant classiques aient été très nouvelles à l'époque, nous pouvons en juger par les appréciations de DARCY qui y consacre neuf pages de son ouvrage sur les fontaines de Dijon. (ouvrage où il conteste d'ailleurs la validité des règles

dont il est question au paragraphe précédent), et par le témoignage de PARAMELLE lui-même dans la préface de sa première édition. Il y explique comment, curé de campagne de son état, il en vint à s'occuper de la recherche des eaux souterraines : « Malgré tous les motifs de découragement et le ridicule universel qui m'attendait en cas d'insuccès, profondément ému des maux sans nombre que la disette d'eau causait tous les ans dans le département du Lot, je consultai tout d'abord le plus de livres qu'il me fut possible pour tâcher d'y trouver quelque moyen d'y découvrir les sources, mais ce fut inutilement; je ne rencontrai pas même un auteur qui eût su définir convenablement une source, pas un qui ne parut s'en être formé une idée distincte; on en verra la preuve au chapitre X. Ce que je recueillis de plus positif, ce fut la conviction qu'aucun de ces hydrographes ne s'était donné la peine d'aller parcourir les terrains sur des grandes étendues, dans le but de reconnaître la présence des sources, qu'ils s'étaient bornés à se copier les uns les autres, ou à bâtir des systèmes plus ou moins invraisemblables sur leur origine ». On peut d'ailleurs constater à la lecture de son livre l'étendue de ses connaissances en matière de littérature hydrologique.

Un savant du 19^{me} siècle tel que DARCY, épris d'exactitude, pouvait certes éprouver quelque réticence à considérer comme scientifique la voie dans laquelle s'engageait PARAMELLE et celui-ci se rendait bien compte des limitations auxquelles il se heurterait : « L'hydroscope dit-il, pas plus que la géologie, ne peut être rangée parmi les sciences exactes telles que la mécanique, l'hydraulique et autres parties de la physique; mais les quelques exceptions qui peuvent être opposées dans une localité ou l'autre, n'empêchent pas que les lois générales qui ont été posées d'après l'universalité des faits observés ne soient des règles assez sûres pour diriger l'hydroscope dans ses recherches et le faire réussir dans la très grande majorité des tentatives ».

En bien des endroits de son ouvrage il insiste sur la notion de probabilité de réussite. Ce n'est certes pas à l'époque moderne où l'hydrologie fait de plus en plus appel à la statistique que cette notion pourrait surprendre comme en étaient surpris les savants du milieu du 19^{me} siècle.

Nous pouvons noter à ce sujet une coïncidence qui nous paraît propre à des réflexions philosophiques, PARAMELLE était religieux, et il n'hésita pas à se lancer dans la voie des probabilités (voir à ce sujet la note page 263 de la 4^{me} édition de son ouvrage). On trouve le même genre de coïncidence chez le moine MENDEL, fondateur de la génétique, et avant eux chez PASCAL, fondateur du calcul des probabilités. Leur attitude vis-à-vis de la statistique peut être comparée à l'opposition qui s'est parfois manifestée de la part d'écoles matérialistes récentes à l'égard de cette science. Sans vouloir en déduire des conclusions métaphysiques, ces constatations ne paraissent pas sans valeur pour l'histoire des sciences.

Si on étendait cette réflexion sur un plan philosophique beaucoup plus large, on serait amené à se demander quelles sont les attitudes les plus propres au progrès scientifique et à comparer à cet égard l'attitude moniste adoptée par les matérialistes ou les idéalistes avec l'attitude pluraliste adoptée par certaines religions.

Quoi qu'il en soit, il paraît juste d'associer DARCY et PARAMELLE et de reconnaître en eux deux précurseurs des deux courants scientifiques qui ont abouti à la constitution de l'hydrologie en temps que science géophysique moderne.

BIBLIOGRAPHIE

- (1) O. E. MEINZER — *Hydrology* 1942.
- (2) H. DARCY — *Les fontaines publiques de la ville de Dijon* — Dijon 1856.
- (3) PARAMELLE — *L'art de découvrir les sources*. 4^{me} édition — Librairie Polytechnique — Paris 1896. (Première édition: 1856).
- (4) V. VACQUIER and al. *Prospection for ground water by electrical polarization* — New Mexico Institute of mining and Technology — 1956.

SUR L'HYDRAULIQUE DES PUIITS

par

G. SCHNEEBELI

Résumé

Ce mémoire traite de la théorie des puits traversant entièrement une nappe phréatique à fond horizontal.

Après un bref rappel des théories de DUPUIT-FORCHEIMER les résultats d'une théorie rigoureuse sont exposés: Justification de la formule de DUPUIT pour le débit, démonstration de l'existence d'une surface de suintements.

L'analyse de solutions exactes obtenues pour des cas particuliers permet d'établir une loi générale donnant la cote de l'intersection de la surface libre et de la paroi du puits en fonction de la cote du plan d'eau dans le puits, de son rayon et de son débit.

Une place importante est faite à la discussion de la notion de rayon d'action. Dans le cas d'une alimentation lointaine de la nappe, il faut considérer un écoulement non-permanent. L'étude de cet écoulement permet d'obtenir des résultats intéressants concernant le rayon d'action. Il est montré notamment que celui-ci varie comme la racine carrée du débit du puits.

Le mémoire se termine par l'examen de l'incidence d'une anisotropie éventuelle du terrain tant sur le débit que sur la position de la surface libre.

Notations

e — (sans dimensions)	Porosité effective du sol.
H — (L)	épaisseur moyenne de la nappe.
h — (L)	cote de la surface libre mesurée à partir du fond imperméable horizontal
$h' = h_D$ — (L)	cote de la ligne de DUPUIT.
h'_a — (L)	épaisseur de la nappe.
h'_p — (L)	cote du plan d'eau dans le puits.
K — (L T ⁻¹)	perméabilité relative ou coefficient de DARCY.
Q — (L ³ T ⁻¹)	débit du puits.
r — (L)	distance à l'axe du puits.
r_a — (L)	rayon d'action.
r_p — (L)	rayon du puits.
T — (T)	temps d'établissement du régime quasi-permanent.
u — (L T ⁻¹)	vitesse de filtration radiale.
$V = \partial \zeta / \partial t$ (L T ⁻¹)	vitesse de rabattement.
$\alpha = KH/e$ (L ² T ⁻¹)	
$\gamma = 1,781$	(sans dimensions).
$\varepsilon \zeta$ — (L)	variation du niveau d'eau dans le puits.
$\zeta = h'_a - h$ (L)	rabattement.
$\lambda = \varepsilon \zeta / \tau$ (L T ⁻¹)	indice de permanence.
τ — (T)	temps de pompage.
φ — (L)	charge hydraulique.

Introduction

La théorie de l'écoulement vers un puits d'une nappe d'eau souterraine constitue l'un des chapitres les plus importants de l'hydraulique souterraine. Il est également un des plus anciens puisque les travaux de J. DUPUIT ont été publiés en 1863, sept ans seulement après le fameux mémoire de DARCY.

A l'aide d'un raisonnement sommaire, DUPUIT a obtenu, pour le débit d'un puits traversant entièrement une nappe phréatique à fond horizontal, une formule identique à celle que donne la théorie « exacte » du potentiel. Il fut, par contre, moins heureux en co

qui concerne la forme de la surface libre de la nappe qui, telle qu'il la décrit, ne coïncide pas, au voisinage du puits, avec les observations qui ont été faites dans la nature.

C'est à cette insuffisance de la théorie de DUPUIT que l'on doit sans doute l'intérêt que les hydrauliciens ont continué à porter au problème du puits, intérêt qui a motivé de nombreux travaux, parmi lesquels nous citerons ceux de MM. VIBERT et JAEGER.

Récemment, des solutions numériques « exactes » basées sur la théorie du potentiel ont été élaborées à l'aide de la méthode de relaxation, notamment par BOULTON. Mais ces solutions ne s'appliquent qu'aux cas particuliers traités. Leur élaboration demande en outre un travail de calcul numérique trop ardu pour qu'on puisse envisager de généraliser l'emploi de cette méthode dans la pratique. Enfin, « last but not least », la théorie du potentiel ne résoud pas le « mystère » du rayon d'action, ainsi que l'a appelé M. CAMBEFORT. Sa détermination a priori reste un élément arbitraire, au mieux empirique, qui s'introduit dans les calculs les plus poussés.

Dans le cadre de la présente étude, nous avons tenté, en nous limitant au cas d'un puits traversant entièrement une nappe à fond imperméable horizontal, une synthèse théorique joignant aux éléments connus quelques éléments nouveaux, notamment en ce qui concerne la notion de rayon d'action. Notre but étant avant tout de donner des formules et méthodes utilisables dans la pratique, nous n'avons pas hésité à nous contenter parfois d'approximations assez grossières que nous avons d'ailleurs chaque fois explicitées.

Les formules de Dupuit

DUPUIT admet qu'à la distance r de l'axe du puits, la vitesse radiale de l'écoulement souterrain est donnée par la formule :

$$u = K \, d h / d r$$

K étant le coefficient de DARCY et $d h / d r$ la pente de la surface libre de la nappe. (voir fig. 1).

Il écrit le débit traversant la surface cylindrique de rayon r et de hauteur h

$$Q(r) = 2 \pi \, K \, r \, h \, d h / d r$$

La permanence de l'écoulement implique que $Q(r) = \text{Constante}$. On peut donc intégrer l'équation précédente qui s'écrit :

$$d(h^2)/dr = Q/\pi K \, r$$

en tenant compte de ce que pour $r = r_p$ (rayon du puits) $h = h_p$ (hauteur d'eau dans le puits). On obtient :

$$h^2 - h_p^2 = Q/\pi K \cdot \ln(r/r_p)$$

On admet qu'au-delà du rayon r_a , appelé rayon d'action du puits, aucun rabattement sensible de la nappe ne se produit. En posant $r = r_a$ et $h = h_a$ (hauteur initiale de la nappe) on trouve immédiatement la formule de DUPUIT donnant le débit du puits :

$$Q = \pi K \frac{h_a^2 - h_p^2}{\ln(r_a/r_p)} \quad (1)$$

En introduisant cette valeur dans l'équation précédente on obtient l'équation de la surface libre de la nappe en écoulement ou « cône de rabattement »

$$h^2 = h_p^2 + \frac{h_a^2 - h_p^2}{\ln(r_a/r_p)} \ln(r/r_p) \quad (2)$$

La critique de la théorie de DUPUIT a été faite par VIBERT et JAEGER, nous n'insisterons donc pas spécialement. Notons simplement que, dans sa mise en équations, DUPUIT a négligé la composante verticale de la vitesse de filtration. Ceci n'est admissible que si la surface libre rabattue ne présente que de faibles pentes. Un fait plus gênant est que le cône de rabattement se raccorde au plan d'eau dans le puits, ce qui est nettement démenti par l'expérience.

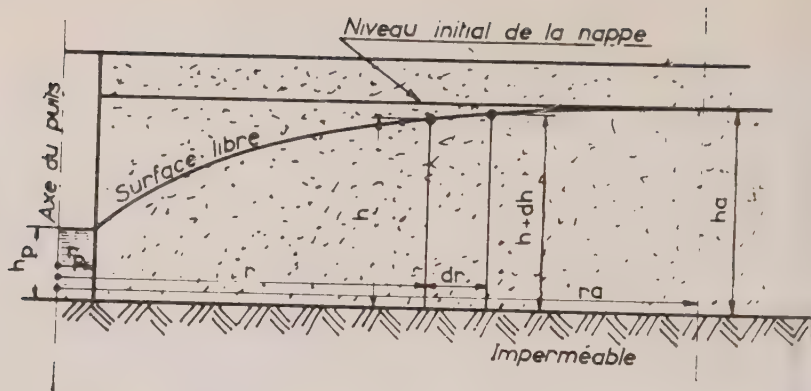


Fig. 1

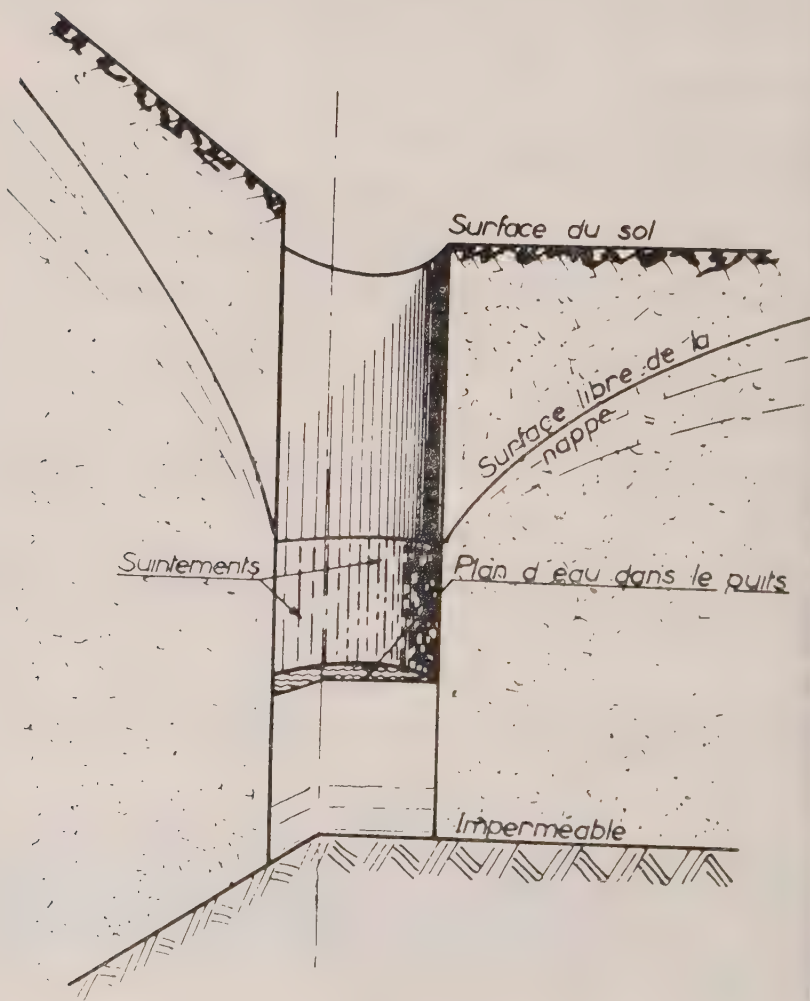


Fig. 2

On observe en effet que, pour des rabattements un peu importants, il se produit un décrochement entre la surface libre et le plan d'eau dans le puits. On constate alors l'existence d'une surface à travers laquelle l'eau pénètre dans le puits en suintant sur la paroi de celui-ci (fig. 2). Il suffit d'ailleurs de remarquer que, dans l'hypothèse de DUPUIT, la section d'écoulement serait nulle lorsque le niveau d'eau dans le puits est maintenu à zéro au moyen d'un puisard, pour mettre aussitôt en évidence l'inconsistance de cette hypothèse.

Dans la pratique, on adopte généralement la formule de DUPUIT donnant le débit, mais on considère que — sauf pour les très faibles rabattements — la surface libre se trouve au-dessus de la ligne de DUPUIT.

Nous allons voir que ces positions sont tout à fait justifiées.

Théorie plus exacte des puits pénétrant entièrement une nappe phréatique à fond horizontal

Formule du débit

Nous admettons que l'écoulement suit la loi de DARCY généralisée que l'on peut écrire :

$$\overline{V} = -K \overline{\text{grad } \varphi}$$

\overline{V} étant le vecteur « vitesse de filtration ».

K le coefficient de DARCY.

$\varphi = p/\omega + z$ la charge hydraulique.

Nous noterons en outre $h(r)$ la cote de la surface libre.

Le débit du puits est égal au débit traversant un cylindre d'axe vertical de rayon r et de hauteur h .

$$Q = -2\pi \int_0^h u \, dz. \text{ où } u \text{ est la composante radiale de } \overline{V}$$

$$Q = +2\pi \int_0^h K \frac{\partial \varphi}{\partial r} r \, dz = 2\pi K \int_0^h \frac{\partial \varphi}{\partial (\ln r)} \, dz.$$

En appliquant la règle de dérivation sous le signe \int , nous obtenons :

$$Q = 2\pi K \left\{ \frac{\partial}{\partial (\ln r)} \int_0^h \varphi \, dz - \varphi(z=h) \frac{\partial h}{\partial (\ln r)} \right\}$$

Etant donné qu'à la surface libre règne la pression atmosphérique (nous faisons abstraction de la capillarité) nous avons :

$$\varphi(z=h) = z = h$$

L'équation précédente peut se mettre sous la forme :

$$Q = 2\pi K \frac{\partial}{\partial (\ln r)} \left\{ \int_0^h \varphi \, dz - \frac{h^2}{2} \right\} \quad (3)$$

La quantité entre parenthèses ne dépend pas de z mais uniquement de r . Posons donc

$$\left\{ \int_0^h \varphi \, dz - \frac{h^2}{2} \right\} = I(r)$$

Nous pouvons alors écrire l'équation (3) :

$$Q = 2\pi K \frac{dI}{d(\ln r)}$$

équation qui s'intègre immédiatement entre $r = r_p$ et $r = r_a$:

$$Q \ln(r_a/r_p) = 2\pi K [I(r_a) - I(r_p)] \quad (4)$$

La figure 3 donne le schéma pour la discussion des conditions aux limites de l'écoulement. La condition amont est matérialisée par une tranchée circulaire de rayon r_a (rayon d'action) dans laquelle le niveau de l'eau est maintenu à la cote h'_a et qui assure l'alimentation de la nappe. Nous noterons h'_p le niveau de l'eau dans le puits. Les conditions imposées aux limites à la charge φ seront :

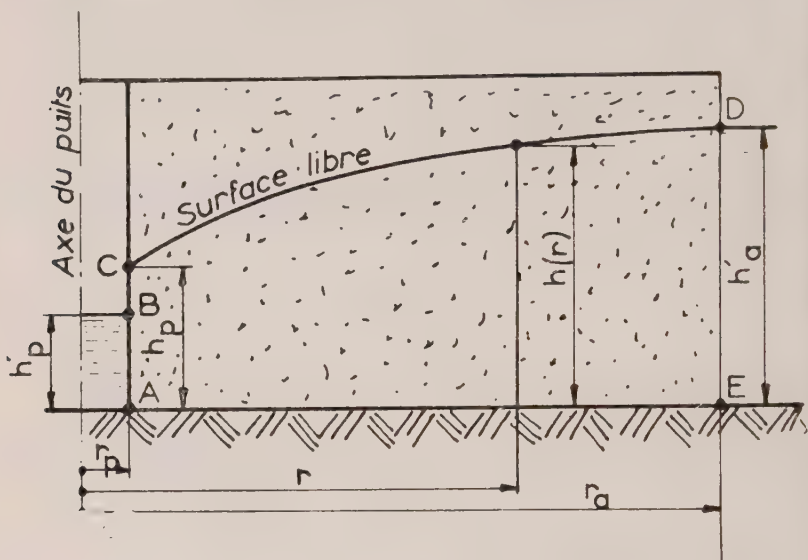


Fig. 3

— à l'aval. $\varphi = h'_p$ sur la hauteur \overline{AB} .

De B en C (surface de suintement) l'eau sort dans le puits à la pression atmosphérique de sorte que l'on a $\varphi = z$.

— à l'amont $\varphi = h'_a$ sur toute la hauteur \overline{ED} .

Bien que ces conditions n'interviennent pas directement dans le raisonnement va suivre *, nous indiquerons pour mémoire que sur la surface libre \widehat{CD} on a

$$\varphi = z \text{ et } \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0,$$

a première de ces conditions indiquant que la pression est atmosphérique, la seconde sur \widehat{CD} est une ligne de courant. Enfin, sur le fond imperméable \overline{AE} la condition est $\partial \varphi / \partial n = 0$.

Il ne nous reste plus maintenant qu'à déterminer, à partir des conditions aux limites, les valeurs $I(r_p)$ et $I(r_a)$

$$I(r_p) = \int_A^C \varphi \, dz - \frac{h_p^2}{2}$$

h_p est la cote de la surface libre sur la périphérie du puits

$$\int_A^C \varphi \, dz = \int_A^B h'_p \, dz + \int_B^C z \, dz = h'_p{}^2 + \frac{h_p^2}{2} - \frac{h'^2_p}{2}$$

* Il a été tenu compte implicitement de ces conditions lorsqu'on a établi l'expression du débit du puits.

On a donc finalement :

$$I(r_p) = \frac{h'_p{}^2}{2}$$

$$I(r_a) = \int_E^D h'_a dz - \frac{h'_a{}^2}{2} = \frac{h'_a{}^2}{2}$$

En introduisant ces valeurs dans l'équation (4), nous obtenons la formule du débit

$$Q = K \frac{h'_a{}^2 - h'_p{}^2}{\ln \left(\frac{r_a}{r_p} \right)} \quad (5)$$

En comparant cette formule à celle de DUPUIT (1), nous voyons qu'elle s'identifie à cette dernière. En effet, DUPUIT a pris pour les hauteurs h_a et h_p de la surface libre les cotes des plans d'eau que nous avons noté h'_a et h'_p . La théorie « exacte » basée sur la loi de filtration

$$\overline{V} = -K \overline{\text{grad } \varphi}$$

d'où il résulte d'ailleurs que

$$\Delta \varphi = 0 \quad (\varphi \text{ est un potentiel harmonique})$$

conduit donc au même résultat que le raisonnement sommaire de DUPUIT.

La démonstration très élégante que nous venons d'en donner ci-dessus est due au Russe TCHARNYI, qui l'a présentée à l'Académie des Sciences de MOSCOU en 1951. M. VIBERT est le premier en France à avoir attiré l'attention sur le travail du savant soviétique.

Signalons qu'il existe une autre méthode pour démontrer l'exactitude de la formule de DUPUIT. Cette méthode est due, croyons-nous, à M. PERES. Elle consiste à appliquer à l'écoulement la formule de GREEN pour les fonctions harmoniques :

$$\iint_S \left(\Phi \frac{\partial \Psi}{\partial n} - \Psi \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right) dS = 0$$

Φ et Ψ sont harmoniques, l'intégrale est prise sur toute la surface limitant le domaine de l'écoulement et n est la normale intérieure à cette surface. En posant $\Phi = \varphi$ et $\Psi = \ln r$, et en tenant compte des conditions aux limites indiquées ci-dessus, on retrouve le résultat cherché.

Existence d'une surface de suintements.

Les démonstrations précédentes, si elles établissent sans contestation possible l'exactitude de la formule de DUPUIT, ne démontrent cependant pas pour autant l'existence, sur la paroi du puits, d'une zone de suintements. Ceci a d'ailleurs incité M. VIBERT à formuler certaines réticences vis-à-vis du raisonnement de TCHARNYI.

Il est cependant aisé d'apporter cette démonstration en reprenant le raisonnement à l'équation (3). Dans cette équation, nous effectuerons par parties l'intégrale figurant au second membre :

$$\begin{aligned} \int_0^h \varphi dz &= \varphi z \Big|_0^h - \int_0^h \frac{\partial \varphi}{\partial z} z dz. \\ &= h^2 \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)_{\text{moy}} \right] \end{aligned}$$

$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)_{\text{moy}}$ est une valeur moyenne de la composante verticale du gradient définie par :

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)_{\text{moy}} = \frac{1}{h^2} \int_0^{z=h} \frac{\partial \varphi}{\partial z} d(z^2)$$

Nous pouvons donc poser :

$$I(r) = \frac{h^2}{2} \left[1 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)_{\text{moy}} \right] = \frac{h'^2}{2}$$

et écrire l'équation (3)

$$\frac{Q}{\pi K} = \frac{d(h'^2)}{d(\ln r)}$$

Or, DUPUIT avait trouvé une équation différentielle identique pour la surface libre

$$\frac{Q}{\pi K} = \frac{d(h_D^2)}{d(\ln r)}$$

Les débits Q étant identiques dans les deux cas ainsi que cela résulte de la démonstration précédente, nous pouvons écrire :

$$h'^2 = h_D^2 + \text{Cte.}$$

Nous avons vu par ailleurs qu'aux limites

$$h'^2 = 2 I = h_D^2$$

de sorte que finalement nous avons, quel que soit r ,

$$h'(r) = h_D(r)$$

Entre la cote h de la surface libre réelle et la cote h' de la courbe de DUPUIT nous avons donc la relation

$$h' = h \sqrt{1 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)_{\text{moy}}}$$

On peut démontrer mathématiquement que, dans tout le domaine de l'écoulement considéré :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} \geq 0$$

Ceci revient à dire qu'en aucun point il ne saurait exister un écoulement ascendant. Ceci est tellement intuitif que la démonstration nous paraît superflue dans le cadre de cet exposé

Le gradient moyen défini plus haut est donc nécessairement positif de sorte que nous pouvons écrire :

$$h = \frac{h'}{\sqrt{1 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)_{\text{moy}}}} > h' \quad (6)$$

La surface libre se trouve donc *au-dessus* de la ligne de DUPUIT et cela d'autant plus que les gradients verticaux sont plus importants. Ceci est notamment le cas à la surface du puits. Elle ne pourra être confondue avec la courbe de DUPUIT que dans les zones où $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)_{\text{moy}}$ est négligeable, c'est-à-dire à des distances du puits telles qu'elle ne présente plus que de faibles pentes.

L'existence d'une surface de suintements est ainsi démontrée. Nous avons vu qu'elle est liée aux composantes verticales de l'écoulement.

Détermination approximative de la surface libre au voisinage du puits

La surface libre d'un écoulement vers un puits traversant entièrement la nappe aquifère a été déterminée par différents auteurs pour un certain nombre de cas particuliers. Les méthodes utilisées étaient :

1°) La méthode de relaxation (BOULTON, HALL).

C'est une méthode numérique d'intégration de l'équation $\Delta\phi = 0$ qui régit l'écoulement.

2°) Le modèle réduit (BOULTON, BABITT & CALDWELL, HALL et d'autres).

3°) L'analogie électrique (BABITT & CALDWELL, ZEE, PETERSON & BOCK).

Du point de vue théorique, la méthode de relaxation donne certainement les résultats les plus sûrs. Elle permet en effet de pousser aussi loin que l'on désire la précision des résultats obtenus, moyennant — naturellement — un travail d'autant plus important de calcul numérique.

Les modèles réduits donnent les résultats les moins précis : la capillarité y perturbe notablement la surface libre. Par ailleurs, il est extrêmement difficile de réaliser un remplissage du modèle présentant les qualités voulues d'homogénéité. Seuls les résultats d'essais très soigneux effectués avec des précautions spéciales peuvent être retenus.

Quant aux méthodes d'analogie électrique, elles comportent en général un ajustement par approximations successives de la surface libre et des conditions qui y sont imposées. La précision des résultats dépendra donc du soin apporté à cet ajustement ainsi que l'ailleurs de l'homogénéité du conducteur utilisé.

BOULTON a remarqué que, dans tous les cas, la ligne de DUPUIT coïncide d'une façon satisfaisante avec la surface libre à partir d'une distance au puits $r \geq 3/2 h$. Lorsque le rabattement n'est qu'une fraction de la hauteur totale de la nappe, cette distance semble encore diminuée.

Nous avons vu de notre côté, sur le plan théorique, que la différence entre la surface libre et la ligne de DUPUIT provenait des gradients verticaux. Or, l'importance de ces gradients à une distance r du puits dépend de la pente de la surface libre ou, pour r assez grand, de la pente de la ligne de DUPUIT. Il nous paraît donc logique de remplacer le critère purement empirique de BOULTON ($r \geq 3/2 h$) par un critère ayant une certaine base théorique, et nous définirons un rayon r_D , à partir duquel la ligne de DUPUIT représente bien la surface libre, comme la distance au puits à laquelle la pente $\partial h' / \partial r$ de la ligne de DUPUIT a une valeur suffisamment faible.

En prenant

$$r_D \text{ tel que } \frac{\partial h'}{\partial r}(r_D) = \frac{1}{10}$$

on obtient une bonne concordance avec tous les cas traités.

La distance r_D est facile à déterminer dans chaque cas particulier. Pour achever le tracé de la surface libre au voisinage du puits, il suffira pratiquement de connaître en outre la cote h_p de cette surface sur la paroi du puits.

Nous avons cherché une loi générale donnant cette cote en fonction des différents paramètres conditionnant l'écoulement au voisinage du puits. Certains résultats de Boulton nous ont permis d'arriver à la conclusion que h_p devait dépendre essentiellement du débit Q , du rayon du puits r_p et de la cote h'_p du plan d'eau dans le puits. En fait, on doit avoir la relation :

$$\frac{h_p^2 - h'_p{}^2}{Q/\pi K} = F\left(\frac{r_p^2}{Q/\pi K}\right) \quad (7)$$

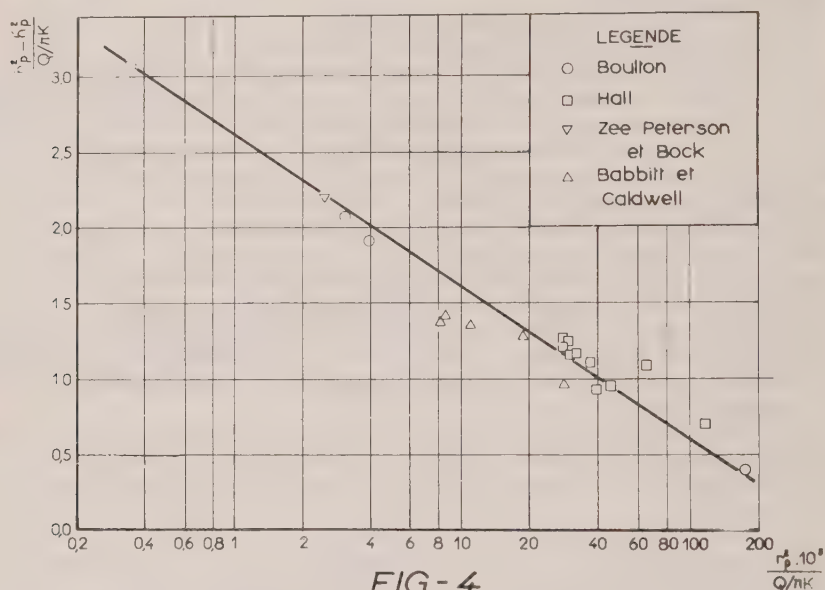
La place nous manque ici pour exposer le raisonnement mi-théorique mi-empirique qui permet de l'établir.

Nous avons examiné les résultats obtenus dans des cas particuliers par différents auteurs au moyen des trois méthodes mentionnées ci-dessus.

Seuls les résultats les plus sûrs ont été retenus. Ceci nous a conduit à éliminer un grand

nombre d'essais sur modèles ainsi que certains cas traités par la méthode de relaxation ou par l'analogie électrique et pour lesquels les résultats numériques n'ont pas été publiés sous une forme suffisamment explicite.

Ces données, reportées sur le graphique de la fig. 4, justifient bien la forme générale de la relation (7). On remarquera en effet que les points correspondant aux résultats de BOULTON, que nous considérons comme les plus précis, se groupent presque parfaitement sur une droite.



Variation du niveau d'eau dans le puits et de la cote de la surface libre en fonction du débit

Lorsqu'on pompe à débit croissant, on constate que le niveau d'eau dans le puits, qui au début s'abaisse régulièrement au fur et à mesure que croît le débit, est sujet à une forte instabilité lorsque l'on approche du débit maximum dont le puits est susceptible.

A ce sujet, des notions assez confuses ont été introduites dans la théorie par JAEGER qui a cru voir une analogie entre les écoulements souterrains à surface libre et les écoulements en canaux découverts. Nous ne nous appesantirons pas sur ces conceptions et nous contenterons de montrer combien il est aisé d'expliquer par la seule formule de DUPUIT (dont nous savons maintenant qu'elle est rigoureuse) cette instabilité du niveau d'eau dans le puits.

La formule de DUPUIT pour le débit peut se mettre sous la forme :

$$h'^2_p = h'^2_a - \frac{\ln(r_a/r_p)}{\pi K} \cdot Q$$

Le débit maximum du puits correspond évidemment à $h'_p = 0$ (h'_a restant constant). On a donc :

$$Q_{\max} = \frac{\pi K h'^2_a}{\ln\left(\frac{r_a}{r_p}\right)}$$

En introduisant cette expression dans l'équation précédente, nous obtenons la forme la plus simple de la relation débit du puits-niveau dans le puits.

$$h'^2_p = h'^2_a \left(1 - \frac{Q}{Q_{\max}}\right) \quad (8)$$

Calculons la dérivée :

$$\frac{d(h'_p)}{dQ} = - \frac{h'^2_a}{2 Q_{\max} h'_p}$$

Pour $Q \rightarrow Q_{\max}$, $h'_p \rightarrow 0$ et la dérivée précédente tend vers l'infini comme $1/h'_p$. Il en résulte donc qu'au voisinage du débit maximum le niveau du plan d'eau subira des variations considérables pour de très faibles variations du débit. Ceci traduit bien l'instabilité constatée.

Le rayon d'action d'un puits

Si tous les puits étaient forés au centre d'une tranchée circulaire assurant leur alimentation, ainsi que cela est le cas sur les modèles réduits, nous pourrions arrêter ici notre mémoire. Il suffirait en effet de prendre pour r_a la valeur du rayon de cette tranchée circulaire et d'appliquer à la détermination du débit et de la surface libre les formules que nous avons indiquées ci-dessus. Le problème serait entièrement défini.

Malheureusement, le cas idéal évoqué ci-dessus ne se présente jamais et l'on est à priori un peu perplexe lorsqu'il s'agit d'assigner une valeur numérique à r_a , le « rayon d'action ».

Prenons comme exemple le cas d'un puits situé au centre d'une nappe infiniment étendue ou pouvant être considérée comme telle par rapport aux dimensions de l'ouvrage. Un pompage dans ce puits va créer un cône de rabattement qui ne s'étendra certainement pas

à l'infini. En effet, si tel était le cas, $\frac{r_a}{r_p}$ serait infini et le débit du puits, donné par la formule de DUPUIT, serait nul. D'un autre côté, il ne paraît pas absurde d'écrire que le rabattement $\zeta = 0$ pour $r = \infty$. Il y a donc là une contradiction à laquelle la théorie des puits, envisagée dans la perspective d'un écoulement permanent, ne saurait échapper.

En vérité, cette contradiction provient précisément de l'hypothèse de la permanence de l'écoulement qui n'est pas compatible avec les données du problème. Reprenons l'exemple d'une nappe très étendue, mais supposons-la très grande et non pas infinie. Admettons en outre que sur ses bords cette nappe est limitée, non pas par de l'eau libre, mais par des surfaces imperméables. Nous avons donc une cuvette étanche remplie d'alluvions gorgées d'eau. Si nous pompons dans un puits situé en son centre, nous allons créer un cône de rabattement qui, théoriquement, ne se stabilisera jamais, puisque nous n'avons pas prévu d'alimentation de la nappe. En réalité, il s'étendra assez rapidement jusqu'à une certaine distance du puits, puis son accroissement sera de plus en plus lent et, à partir d'un certain moment, le cône sera pratiquement stationnaire. On a alors atteint, non pas un régime permanent en toute rigueur, mais un régime « quasi-permanent ».

L'exemple précédent montre que, pour comprendre la notion de rayon d'action, il faut étudier l'écoulement non-permanent vers un puits placé au centre d'une nappe très grande par rapport à ses dimensions. Dans un but de simplification, nous la supposons d'ailleurs infinie.

Etude du mouvement non permanent d'une nappe lors d'un pompage à débit constant.

Nous avons établi par ailleurs * les équations générales qui régissent les écoulements de filtration non-permanents à surface libre. Elles ne se prêtent pas, dans le cas général, à une étude analytique. Cependant, dans le cas des nappes peu profondes (c'est-à-dire des nappes dont les dimensions horizontales sont grandes par rapport à leur épaisseur) et dont la surface libre ne présente que de faibles pentes, on peut réduire les équations générales à

* G. SCHNEEBELI, P. HUARD de la MARRE: Nouvelles méthodes de calcul pratique des écoulements de filtration non permanents à surface libre. *La Houille Blanche*, N° B/1953.

l'équation de la chaleur, que nous écrirons en coordonnées polaires :

$$\frac{e}{K H} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} \quad (9)$$

$\zeta = h'_a - h$ est le rabattement,

H l'épaisseur moyenne de la nappe,

K le coefficient de DARCY,

e la porosité effective du terrain. (Volume d'eau mobile contenue dans l'unité de volume apparent du sol).

Nous remarquerons ici que les hypothèses faites quant au caractère de l'écoulement sont celles de DUPUIT **. Il n'y a donc plus lieu, dans ce qui suit, de distinguer h et h' .

Nous appellerons :

$V = \frac{\partial \zeta}{\partial t}$ la vitesse de rabattement.

En dérivant par rapport à t l'équation (10) nous obtenons :

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} \right) \quad (10)$$

avec $\alpha = \frac{K H}{e}$.

Une solution simple de cette équation est :

$$V = C \frac{e^{-r^2/4\alpha t}}{t} \quad (11)$$

A un instant t donné, V décroît exponentiellement lorsqu'on s'éloigne du puits. Ceci paraît raisonnable. Par ailleurs, lorsque $t \rightarrow \infty$ $V \rightarrow 0$. L'écoulement tend bien vers un régime « quasi-permanent ».

Calculons le débit du puits. Le volume d'eau dont est diminuée la nappe dans l'unité de temps est évidemment :

$$\int_{r=0}^{r=\infty} 2\pi r e \frac{\partial \zeta}{\partial t} dr$$

Comme le liquide est supposé incompressible ce volume doit entrer dans le puits. Nous avons donc

$$Q = \int_{r=0}^{r=\infty} 2\pi r e V(r) dr = \frac{2\pi e C}{t} \int_0^{\infty} e^{-r^2/4\alpha t} r dr$$

en posant $z = r^2/4\alpha t$

$$Q = 4\pi e C \alpha \int_{z=0}^{z=\infty} e^{-z} dz = 4\pi e C \alpha$$

Le débit est donc indépendant de t . L'équation précédente nous donne la valeur de la constante C :

$$C = \frac{Q}{4\pi e \alpha} = \frac{Q}{4\pi K H}$$

En introduisant cette valeur dans (11) nous pouvons écrire :

$$V = \frac{Q}{4\pi K H} \cdot \frac{e^{-r^2/4\alpha t}}{t} \quad (12)$$

La fonction $V(r, t)$ ainsi définie correspond à la vitesse de rabattement d'une nappe dans laquelle on pompe un débit constant Q .

** Elles sont même un peu plus restrictives puisque nous supposons constante l'épaisseur moyenne H de la nappe.

Le rabattement $\zeta(r, t)$, obtenu au bout d'un temps t , à la distance r de l'axe du puits s'obtient facilement à partir de l'expression (12) :

$$\zeta(r, t) = \int_0^t V(r, t) dt = \frac{Q}{4\pi K H} \int_0^t \frac{e^{-r^2/4\alpha t}}{t} dt.$$

Pour calculer l'intégrale nous posons :

$$u = \frac{r^2}{4\alpha t} \text{ ce qui donne } t = \frac{4\alpha}{r^2 u} \text{ et } dt = -\frac{4\alpha}{r^2 u^2} du$$

l'intégrale s'écrit alors :

$$-\int_{\infty}^u \frac{e^{-u}}{u} du = \int_u^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du = -Ei(-u)$$

C'est une intégrale logarithmique dont les valeurs ont été tabulées*.

Les rabattements sont donc finalement donnés par la formule**

$$\frac{\zeta(r, t)}{Q/4\pi K H} = -Ei\left(\frac{-r^2}{4\frac{K H}{e}t}\right) \quad (13)$$

Pour les faibles valeurs de u

$$-Ei(-u) \rightarrow \ln\left(\frac{1}{u}\right)$$

avec

$$\gamma = \exp\left\{\int_0^1 \frac{1-e^x}{x} dx - \int_1^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx\right\} = e^{0,577} = 1,781.$$

De sorte que pour les grandes valeurs de $\frac{t}{r^2/4\frac{K H}{e}}$ le rabattement est donné approximativement par :

$$\frac{\zeta(r, t)}{Q/4\pi K H} = \ln\left(\frac{1}{\gamma} \cdot \frac{t}{r^2/4\frac{K H}{e}}\right) \quad (14)$$

Les valeurs numériques correspondant à l'équation (14) sont données par la courbe de la fig. 5. La droite en trait mixte correspond à l'approximation logarithmique de l'équation (14). On voit que celle-ci donne de bons résultats dès que

$$\frac{t}{r^2/4\frac{K H}{e}} > 10$$

Nous pouvons mettre l'équation (14) sous la forme :

$$\zeta(r, t) = \frac{Q}{2\pi K H} \ln\left(\frac{2\sqrt{\frac{t K H}{\gamma e}}}{r}\right) \quad (15)$$

Cette expression décrira d'autant mieux la surface libre à l'instant t que r sera plus petit c'est-à-dire que l'on se rapprochera davantage du puits.

* Cf. JAHNKE et EMDE, *Tables of functions with formulas and curves*. Dover New York 1945.

** Cette solution n'est autre que celle qu'a donnée THEIS pour les écoulements en milieu compressible. Nous avons cependant jugé utile de la développer d'une façon plus directe et, espérons-nous, plus compréhensible.

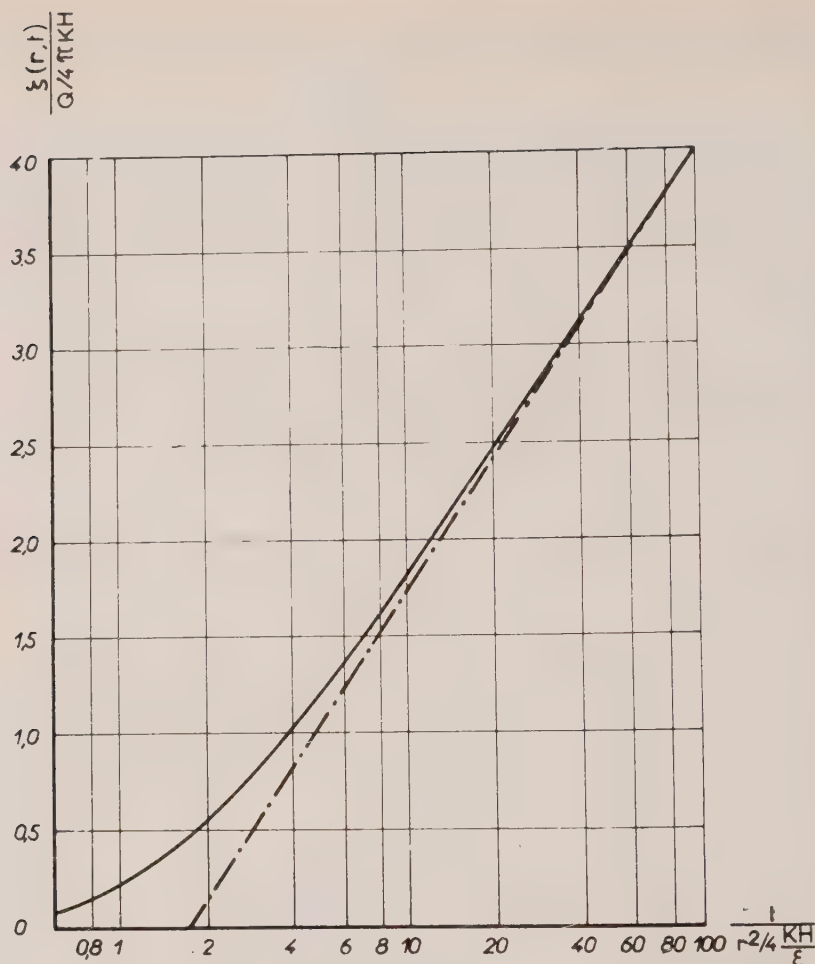


Fig. 5

Pour $r = 2 \sqrt{\frac{t KH}{\gamma e}}$, le rabattement donné par la formule approchée est nul, alors qu'en réalité il est (cf. fig. 5)

$$\zeta \cong 0,5 \frac{Q}{4\pi KH} = \frac{Q}{8\pi KH}$$

Si r_p est le rayon du puits, et $\zeta_p(t)$ le rabattement au droit du puits à l'instant t considéré *, nous pouvons écrire :

$$Q = 2\pi KH \frac{\zeta_p(t)}{\ln \left(\frac{2 \sqrt{\frac{t KH}{\gamma e}}}{r_p} \right)} \quad (16)$$

* Il faut remarquer que, le débit étant maintenu constant, le rabattement dans le puits doit augmenter avec le temps. Dans le cas contraire, où le rabattement dans le puits serait constant, le débit décroîtrait dans le temps. La solution analytique du problème d'écoulement variable serait alors différente de celle que nous examinons ici.

La notion de rayon d'action

Ces résultats sont à rapprocher de ceux que l'on obtient dans le cas d'un régime permanent. Avec les mêmes hypothèses que celles qui nous ont conduits à l'équation (9), on trouve dans ce cas :

$$Q = 2\pi K H \frac{\zeta_p}{\ln \left(\frac{r_a}{r_p} \right)} \quad (17)$$

où r_a est le fameux « rayon d'action » qu'on est obligé d'introduire dans la théorie de l'écoulement permanent vers un puits. Quant au cône de dépression permanent il a pour équation :

$$\zeta(r) = \frac{Q}{2\pi K H} \ln \left(\frac{r_a}{r} \right) \quad (18)$$

En comparant les formules (17) et (16) et les équations (18) et (15), on voit qu'un écoulement permanent fictif donne le même débit et présente approximativement le même cône de rabattement, que l'écoulement non-permanent à débit constant à condition de donner à chaque instant au rayon d'action la valeur

$$r_a = 2 \sqrt{\frac{t K H}{e}} \cong 1,5 \sqrt{\frac{t K H}{e}} \quad (19)$$

En d'autres termes, à partir d'un certain temps après le début du pompage, l'écoulement variable peut être considéré au voisinage du puits comme une succession d'écoulements permanents fictifs à rayon d'action croissant avec le temps suivant la formule (19).

La vitesse d'élargissement du « cône de rabattement »

$$\frac{dr_a}{dt} = \sqrt{\frac{K H}{\gamma t e}}$$

décroît dans le temps et, bien que ce dernier ne se stabilisera jamais rigoureusement, on tend à peu à peu vers un régime quasi-permanent.

La variation du rabattement dans le puits. Temps d'établissement du « régime quasi-permanent »

A un instant donné, la vitesse de rabattement maximum se rencontre au droit du puits. Elle est donnée par :

$$V(r_p, t) = \frac{Q}{4\pi K H} \cdot \frac{e^{-\frac{r_p^2}{4\alpha t}}}{t}$$

On pourra admettre qu'un « régime quasi-permanent » est atteint lorsque cette vitesse est inférieure à une valeur V_0 donnée. Si on se donne cette valeur, l'équation précédente permet de déterminer le temps T d'établissement du « régime quasi-permanent » tel que

$$V < V_0 \text{ si } t > T$$

Pratiquement, cependant, la valeur V_0 qu'on est amené à se fixer dépendra surtout de la durée du pompage. En effet, on admettra volontiers que le régime est permanent si, pendant le temps τ de pompage à débit constant, la variation du rabattement ζ_p au puits ne dépasse pas sensiblement une quantité ε_ζ très petite.

Le rabattement au droit du puits est donné par :

$$\zeta_p(t) = \frac{Q}{2\pi K H} \ln \frac{2 \sqrt{\frac{t K H}{\gamma e}}}{r_p}$$

Et le temps d'établissement du « régime quasi-permanent » est défini par :

$$\zeta_p(T + \tau) - \zeta_p(T) = \varepsilon \zeta = \frac{Q}{2\pi K H} \ln \sqrt{\frac{T + \tau}{T}}$$

d'où

$$T = \frac{\tau}{e^{\varepsilon \zeta} - 1} \quad \text{avec} \quad z = \frac{4\pi K H \varepsilon \zeta}{Q} \quad (20)$$

z sera en général petit (de l'ordre de $\varepsilon \zeta$). Dans ce cas, nous pouvons écrire :

$e^{\varepsilon \zeta} - 1 \cong z$ et la formule (20) devient :

$$T \cong \frac{\tau}{z} = \frac{\tau Q}{4\pi K H \varepsilon \zeta} \quad (21)$$

L'erreur commise par rapport à la formule (20) ne dépassera pas 5 % si

$$\frac{4\pi K H \varepsilon \zeta}{Q} < 0,1.$$

Le rayon d'action au bout du temps T sera donné approximativement par la formule

$$r_a(T) \cong 1,5 \sqrt{\frac{\tau Q}{4\pi e \varepsilon \zeta}} \quad (22)$$

Le quotient $\varepsilon \zeta / \tau$ figurant dans (21) et (22) peut être considéré comme un « indice de permanence ». Nous le noterons λ . Remarquons qu'il a la dimension d'une vitesse. En fait, c'est la vitesse de rabattement moyenne pendant le temps τ . Pratiquement, on pourra l'exprimer en m/heure. Une valeur $\lambda = \frac{1}{1000}$ m/h correspondra à un état de quasi-permanence tel qu'au bout de 10 heures de pompage continu le rabattement près du puits n'a augmenté que de 1 cm.

En introduisant ce paramètre dans les équations (21) et (22) nous obtenons les formules pratiques suivantes :

Temps d'établissement du régime quasi-permanent :

$$T \text{ en heures} \cong 2,2 \frac{Q}{K H \lambda} \cdot 10^{-5} \quad (23)$$

Rayon d'action :

$$r_a \text{ en mètres} \cong 0,42 \sqrt{\frac{Q}{\lambda e}} \quad (24)$$

Dans ces formules on exprime Q en m³/heure

$K H$ en m²/sec

λ en m/heure

e est un nombre sans dimensions.

*Le rayon d'action des puits se trouvant au voisinage d'une zone d'alimentation de la nappe.
(Écoulements véritablement permanents)*

Dans ce qui précède, nous avons examiné le puits situé à grande distance de la zone d'alimentation de la nappe et nous avons vu que l'écoulement ne saurait être véritablement permanent. Ceci n'est plus le cas lorsque le puits envisagé est situé à proximité d'une masse d'eau alimentant effectivement la nappe * (rivière, canal, etc...).

On se trouve alors en présence d'écoulements vraiment permanents entre deux limites connues (la paroi du puits et la limite de la masse d'eau). Le problème de la détermination du rayon d'action est alors très simple.

* Il faudra dans tous les cas s'assurer si l'alimentation est effective. Il arrive souvent, en effet, qu'une masse d'eau soit pratiquement sans communication avec la nappe qu'elle recoupe.

En effet, ainsi que l'a montré M. BRILLANT en reprenant le raisonnement de TCHARNYI, la fonction $I = (\frac{h'^2}{2})$ définie comme

$$\frac{h'^2}{2} = \int_0^h \varphi dz - \frac{h^2}{2}$$

est harmonique par rapport aux coordonnées x, y du plan horizontal. Le débit traversant une surface verticale de base unité et de normale \vec{n} est :

$$q_n = K \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{h'^2}{2} \right)$$

On est donc ramené à des écoulements plans auxquels on peut appliquer les méthodes connues de transformation conforme, le principe des images, etc...

Parmi toutes les solutions de problèmes-plans, nous signalerons, à titre d'exemple, celle qui concerne le cas, assez fréquent, d'un puits au voisinage d'un cours d'eau rectiligne alimentant la nappe :

Si d est la distance du puits à ce cours d'eau, et h'_a la cote du plan d'eau libre, on trouve pour le débit la formule :

$$Q = \pi K \frac{h'^2_a - h'^2_p}{\ln \frac{2d}{r_p}} \quad (25)$$

Le puits a alors un « rayon d'action équivalent »

$$r_a = 2d.$$

Remarquons que si la distance d est importante, il sera indiqué de vérifier au moyen de la formule (19) si le temps nécessaire pour atteindre le rayon d'action $r_a = 2d$ n'est pas de beaucoup supérieur au temps de pompage envisagé, car si ceci était le cas, on obtiendrait de meilleurs résultats en déterminant le rayon d'action au moyen de la formule (24).

Influence d'une anisotropie du terrain

On sait que l'on peut transformer un écoulement en milieu homogène et anisotrope de perméabilité K_H et K_V en un écoulement fictif à travers un milieu isotrope de perméabilité

K_V en réduisant ses dimensions horizontales dans le rapport $\sqrt{\frac{K_V}{K_H}}$

Si Q est le débit de l'écoulement réel en milieu anisotrope et Q' le débit de l'écoulement isotrope fictif, on a :

$$Q/Q' = \sqrt{\frac{K_H^2 K_V}{K_V^3}} = \frac{K_H}{K_V}$$

Le débit de l'écoulement fictif sera donné par la formule de DUPUIT :

$$Q' = \pi K_V \frac{h_o'^2 - h_a'^2}{\ln \left(\frac{r_a}{r_p} \right)}$$

et la relation précédente nous donne :

$$Q = \frac{K_H}{K_V} Q' = \pi K_H \frac{h_a'^2 - h_o'^2}{\ln \left(\frac{r_a}{r_p} \right)}$$

Le débit est donc donné par la formule de DUPUIT dans laquelle figure la *perméabilité horizontale*. Il est indépendant de la perméabilité verticale, de sorte que — ainsi que l'a très justement remarqué M. BRILLANT — une éventuelle hétérogénéité du terrain qui n'affecterait que la perméabilité verticale n'enlève rien à la validité de la formule de DUPUIT.

On peut montrer de même que la surface libre d'un écoulement en milieu anisotrope est représentée correctement par la formule de DUPUIT (dans laquelle intervient la perméabilité K_H) à partir de la distance r_D de l'axe du puits telle que

$$\frac{dh'}{dr} = \frac{\sqrt{K_v/K_H}}{10 r_D}$$

Cette distance est plus grande que dans le cas d'un terrain isotrope, car on a toujours $K_H > K_v$.

La cote de la surface libre sur la paroi du puits s'obtiendra encore à partir du graphique de la fig. 4, mais il faudra y remplacer

$$\frac{h_p^2 - h_p'^2}{Q/\pi K} \text{ par } \frac{h_p^2 - h_p'^2}{Q/\pi K_H} \text{ et } \frac{r_p^2}{Q/\pi K} \text{ par } \frac{r_p^2}{Q/\pi K_v}$$

On voit facilement que la surface libre sera d'autant moins déprimée que K_v/K_H sera plus faible.

Conclusions

La formule de DUPUIT permet une prévision aussi bonne que possible du débit d'un puits puisqu'elle n'exige en fin de compte que les conditions suivantes :

1°) L'écoulement doit se faire suivant la loi de DARCY.

2°) Le terrain doit être homogène au point de vue de la perméabilité horizontale seulement.

La seule difficulté que peut soulever cette formule est celle du choix du rayon d'action. Dans certains cas, lorsque des masses d'eau sont au voisinage du puits, dont on sait avec certitude qu'elles alimentent la nappe, la détermination de ce rayon sera relativement aisée, mais bien plus souvent la nappe ne sera alimentée qu'à de très grandes distances du puits, On ne pourra alors parler en toute rigueur d'un régime permanent d'écoulement et il faudra tenir compte de la variable temps.

Partant d'une solution approchée de l'écoulement variable à débit constant, nous sommes arrivés à la conception d'un « régime quasi-permanent » qui est, strictement parlant, un régime variable mais que l'on peut concevoir comme la succession dans le temps d'états permanents. Nous avons proposé deux formules pratiques (23) et (24) dont l'une permet de déterminer le temps T nécessaire à l'établissement du régime « quasi-permanent » et l'autre le rayon d'action correspondant. Malheureusement, dans cette dernière formule, la porosité effective e du terrain, qui est extrêmement variable (0,1 à 15 %) et souvent très mal connue, intervient d'une façon très sensible. Il restera donc difficile d'évaluer a priori, le rayon d'action. Par contre, la formule (24) montre que le rayon d'action croît — toutes choses étant égales par ailleurs — comme la racine carrée du débit du puits. Ce résultat, qui est très intéressant en lui-même, permet par ailleurs de prévoir le rayon d'action d'un puits de grand diamètre ou d'une fouille à partir de relevés piézométriques effectués lors du pompage dans un forage d'essai.

Enfin, en ce qui concerne la surface libre de la nappe rabattue, nous avons donné des éléments permettant son tracé approximatif aussi bien dans le cas d'un terrain anisotrope que d'un terrain isotrope. Il convient de remarquer ici que si, dans une certaine mesure, le débit n'est que faiblement affecté par une hétérogénéité locale, il n'en est pas ainsi de la forme de la surface libre. Ainsi, par exemple, si le terrain au voisinage du puits est plus perméable que les alluvions environnantes, le débit n'est modifié que faiblement si la zone perméable ne s'étend pas trop loin. En effet, tout se passe alors comme si le puits avait un

diamètre fictif plus grand que son diamètre réel. Or, le débit varie seulement comme le logarithme du diamètre du puits. Par contre, la surface libre subira une chute très sensible à la limite de la zone plus perméable et sera beaucoup plus basse au voisinage du puits que la surface libre théorique.

BIBLIOGRAPHIE

- J. DUPUIT — *Etudes théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux découverts et à travers les terrains perméables*. Dunod, Paris (2^e éd.) 1863).
- R. EHRENBERGER — Versuche über die Ergiebigkeit von Brunnen und die Bestimmung der Durchlässigkeit des Sandes. *Zeitschrift des Osterreichischen Ing. und Architekten Vereins*, 1928.
- M. PORCHET — Hydrodynamique des puits. *Annales du Génie Rural*, Fasc. 60 — 1931.
- J. KOZENY — Theorie und Berechnung der Brunnen. *Wasserkraft und Wasserwirtschaft*-8, 9, 10, 13 avril et 3 et 16 mai 1933.
- M. MUSKAT — *Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media*. McGraw-Hill, 1937 — Edwards, 1945.
- A. VIBERT — Le mouvement de l'eau dans le sol. *Le Génie Civil*, 2 juillet, 12 et 19 nov. 1938, 11 mars 1939, 1^{er} et 15 juin 1943, 1^{er} mai 1949, 1^{er} sept. 1950.
- Ch. JAEGER — *Hydraulique technique*. Ed. française Dunod, 1954.
- H. E. BABBITT et D. H. CALDWELL — The Free surface around, and interference between, gravity wells. *University of Illinois Bulletin*, Vol. 45, No 30, 7 janvier 1948.
- H. CAMBEFORT — *Les puits filtrants et la formule de DUPUIT*. Travaux, juin 1948.
- N. S. BOULTON — The Flow Pattern near a gravity well in a uniform water — bearing Medium. *Journal of the institution of Civil Eng.*, décembre 1951.
- H. CAMBEFORT — Contribution à l'étude du rabattement des nappes aquifères. *Travaux*, septembre et octobre 1952.
- A. VIBERT — Sur une démonstration des formules de DUPUIT. *Le Génie Civil*, 1^{er} janvier 1954.
- H. P. HALL — A investigation of steady flow toward a gravity well. *La Houille Blanche*, N° 1 — 1955.
- CHONG-HUNG ZEE, D. F. PETERSON & R. O. BOCK — Flow into a well by electrical and membrane analogy. *Proc. A. S. C. E.*, Vol. 81, sept. 817, oct. 1955.
- P. YEHUDA — Model tests of ground water flow into a tubular well. *Civil Engineering*, nov. dec. 1955.
- J. BRILLANT — Le débit des écoulements en terrain perméable limité par un substratum horizontal étanche. *Le Génie Civil*, 1^{er} mars 1956.

SUR LA FILTRATION DANS LA NAPPE SOUS-FLUVIALE

par

Prof. Wladyslaw KOLLIS

Warszawa (Pologne)

Professeur de Géotechnique à la Faculté des Améliorations
de l'École Supérieure d'Agriculture

1. Avant-propos

1.1. *Sens pratique du problème de la filtration dans la nappe sous-fluviale*

Au cours des années dernières — en vue de la demande croissante d'eau pour buts industriels, de nouvelles méthodes de captation d'eau ont été appliquées. Fehlmann d'abord et ensuite Ranney ont inauguré un procédé plus efficace de prise d'eau de la couche aquifère, que ceux adoptés jusque là. Ils ont remplacé notamment les puits à filtres verticaux par des filtres conduits en sens horizontal dans la couche et dont la longueur ne dépend que de la technique du forage. La supériorité de la nouvelle méthode, comme on le sait, fut de garantir un contact considérablement plus étroit du filtre avec le sol de la couche traversée, que ceci n'eut jamais été atteint par la méthode précédente. Un filtre vertical ne peut pas dépasser l'épaisseur de la couche aquifère, ceci limitant l'extension de l'installation, donc aussi son rendement correspondant.

Les captations nombreuses des eaux souterraines exécutées dans de divers pays suivant la méthode Fehlmann-Ranney avaient pour la plupart été faites dans les couches aquifères à libre surface d'eau. Dans plusieurs cas connus de la littérature les filtres touchaient à la ligne d'affleurement des sables de fond des cours d'eau plutôt petits (à écoulement modéré).⁽¹⁾ Les constructeurs polonais viennent d'entamer la réalisation du projet des forages horizontaux, ceci dans une étendue très grande, en utilisant en premier lieu les eaux contenues dans la nappe sous-fluviale. Il s'agit tout d'abord de la captation d'eau des alluvions de la Vistule, ses écoulements minima dépassant bien des fois les quantités d'eau que l'on pourrait retirer de la couche aquifère.

À l'égard de ce projet des difficultés sérieuses se présentèrent en ce qui concerne le calcul précis du débit d'eau de la couche à attendre.

La nécessité surgit d'effectuer des études approfondies sur les lieux, ceci à son tour ayant servi de stimulant à une révision très attentive du problème de filtration dans la nappe sous-fluviale.

La couche alluviale exposée à la pression constante de l'eau coulante de la rivière n'est au point de vue hydraulique ni une couche aquifère à libre surface d'eau, ni une couche artésienne dans le sens du mot lui étant attribué jusqu'à présent.

Je crois utile de suggérer une connaissance plus intime de ce phénomène et de présenter ici l'image exacte de la filtration dans la nappe sous-fluviale.

En abordant la question de cette façon nous nous réservons la liberté de traiter le problème d'une manière plus générale, permettant de résoudre les cas concrets dans des limites beaucoup plus larges que ceci ne serait exigé par exemple par rapport à un projet de captation d'eau d'alimentation (conduite d'eau).

La connaissance approfondie du phénomène de filtration dans la nappe sous-fluviale décide — lors de l'exécution d'une construction hydrotechnique — du choix de la méthode de drainage du terrain à appliquer (excavation des fondements).

Il s'ensuit que l'étude aussi large que possible du phénomène de filtration au-dessous du fond de la rivière — théorique autant qu'expérimentale — dans de diverses conditions du sol, est d'autant plus à saluer, qu'elle fournit un matériel contribuant à la création d'une base plus large à s'en servir lors des questions pratiques variées.

⁽¹⁾ SCHNEIDER H. « Waagerechte Fassungen von Schächten (Ranney- u. Fehlmann Verfahren). — *Die Wassererschliessung*, I. Teil, Essen, 1952.

1.2. Extension et méthodique du présent travail

L'extension du présent travail a été limitée par moi aux études effectuées sur la Vistule exclusivement, et aux conclusions tirées de ces études. Une limitation pareille pourrait retrécir le problème et rendre impossible la mise à profit du riche matériel expérimental pour études ultérieures et conclusions plus généralement applicables. Pour éviter ces conséquences, une caractéristique détaillée du milieu naturel dans lequel les études ont eu lieu est prévue. Ceci permettra de comparer en cas de besoin les résultats obtenus ci-après par moi avec d'autres études, et de classer respectivement les facteurs opérant une influence sur le cours de la filtration.

Les études décrites ci-dessous ne sont point encore complétées sur les lieux. Je suis en train d'examiner les données théoriques obtenues en voie de laboratoire, cet examen, non plus, n'étant pas encore terminé.

Néanmoins, il m'est possible — sur la base des résultats des expériences enregistrées jusqu'au moment présent, d'essayer de tracer l'image du procédé de filtration dans la nappe sous-fluviale en l'admettant alimentée incessamment et en abondance en eau.

Je commencerai par caractériser la couche alluviale à l'endroit soumis à l'étude, en démontrant que la filtration dans cette couche se passe en conformité de la loi Darcy. Il s'ensuivra la possibilité de considérer le phénomène comme filtration laminaire. En me servant de ces déductions je présenterai à titre d'essai la tentative de concevoir l'image de la filtration sous forme d'un filet hydrodynamique, ceci en me basant sur l'expérience du travail dans les conditions naturelles.

En ce même temps je prouverai que l'application du rendement d'une couche à schéma hydrodynamique normal au calcul du rendement d'une couche artésienne ne donne point de bons résultats. Ceci s'exprimera par la nécessité d'adopter pour le calcul établissant le coefficients de perméabilité ou de rendement de la couche — une méthode différente de celle appliquée jusqu'à présent.

2. Caractéristique des alluvions de la Vistule

2.1. Puissance des alluvions

A l'endroit où les études sont en marche — dans le cours médial de la Vistule, plus de 100 puits ont été forés. Sur la base de ces forages il a été établi que les alluvions reposent sur une couche argileuse de provenance pliocène (formation tertiaire). Les puits ont atteint la nappe des argiles à des profondeurs diverses.

De cette manière, une carte de la nappe d'argiles a pu être dressée, dont il résulte qu'en travers de la rivière se dressent jusqu'à 6-8 m en-dessous du fond, les rebords d'une « fosse » remplie de couches alluviales. La capacité de ces couches, à l'endroit le plus enfoncé de la fosse, s'élevait à 28-32 m, tandis que sur les rebords leur épaisseur fut de 6 à 8 m environ. La « fosse » tranchait les bords de la rivière à l'angle d'environ 45°.

La configuration de la couche de fondation imperméable, de même que la direction de la « fosse » susmentionnée, peuvent suggérer la supposition que le mouvement des eaux souterraines dans la nappe sous-fluviale à l'endroit examiné n'a lieu qu'au dedans de la couche, 6 à 8 m au-dessus des bancs argileux — (rebords de la « fosse »). Il y aurait aussi lieu d'admettre que si même ce mouvement existait au-dessous de ces bancs, les vitesses se manifestant ici seraient sensiblement plus faibles.

Ces circonstances devraient certainement exercer quelque influence sur la composition granulométrique de la couche. Si ces suppositions étaient justes, nous aurions à constater un caractère différent des alluvions au-dessus et au-dessous des bancs. Ceci, on peut l'admettre, rendrait l'image de la filtration considérablement plus compliquée.

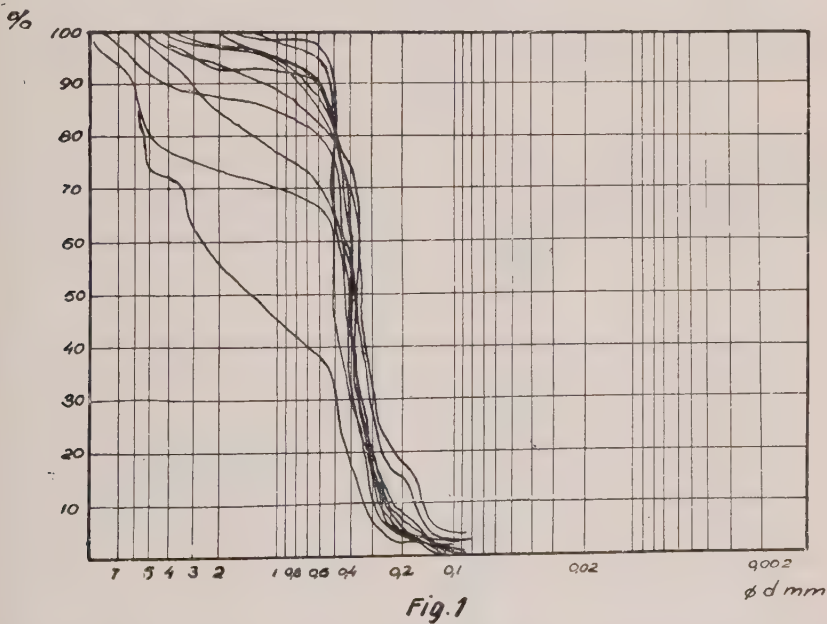
2.2. Caractéristique granulométrique de la couche sous-fluviale

Les travaux de forage furent exécutés sur un secteur de plus de 2 km de longueur, les puits étant disposés dans les cimes du filet rectangulaire (carré) dont chaque côté est de 10 m. De chacun de ces puits des échantillons du sol ont été prélevés à des profondeurs

différentes. Ces échantillons ont subi un examen au point de vue de leur appartenance stratigraphique. Aussi des analyses granulométriques de tous les échantillons furent exécutées et les courbes de granulation dressées.

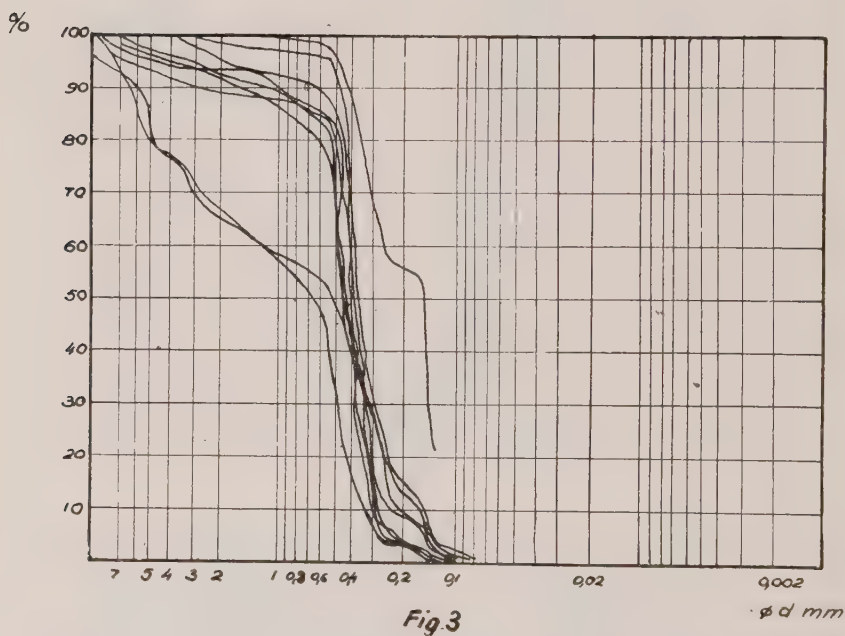
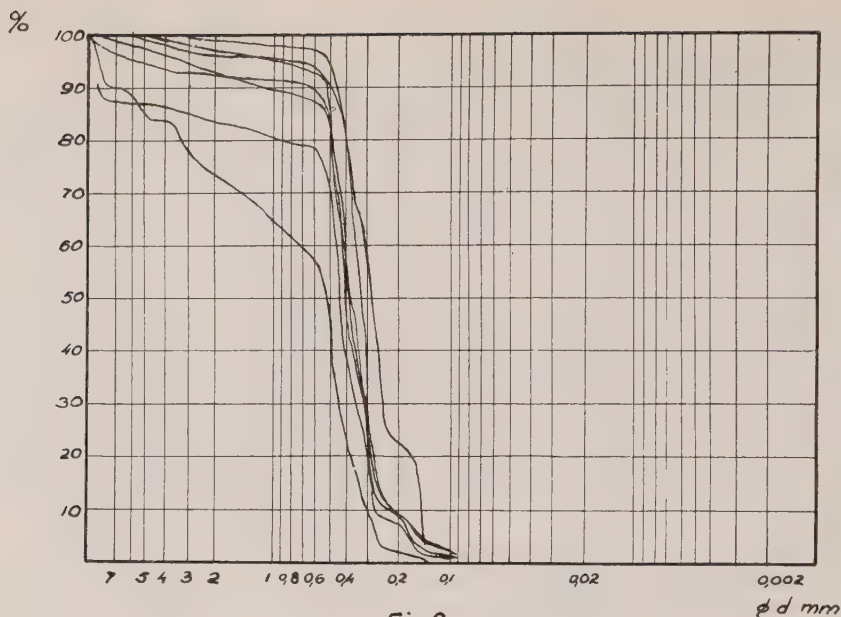
Ce matériel immense permet de donner une caractéristique détaillée de la couche. A titre d'exemple, nous reproduirons ci-après la granulation du sol d'après les données d'un puits plat situé plus ou moins dans la région du rebord de la « fosse » (dans la pente du banc) (tableau 1), ainsi que d'un puits profond creusé dans la partie concave de la « fosse » (tableau 2). Le premier des puits caractériserait la zone du mouvement des eaux souterraines, conforme au cours du fleuve, le deuxième présenterait l'image de la couche — en partie dans les limites de la « zone du mouvement » et de la zone des petites vitesses supposées (forage profond).

A part de ces exemples, sur les diagrammes granulométriques les granulations typiques pour les zones susmentionnées ont été portées. Les courbes de granulation furent tracées comme suit : pour chaque puits, sur la base des échantillons du sol prélevés à de différentes profondeurs, les courbes de granulation de toutes les couches ont été établies; on a calculé ensuite pour chaque puits les moyennes percentuaires de contenu de fractions particulières. De cette manière, les courbes moyennes de granulation ont été obtenues. Pour faciliter la comparaison des zones supposées du mouvement des eaux souterraines mentionnées, les courbes moyennes de granulation pour un nombre de forages disposés dans la crête du banc et aux endroits profonds de la « fosse » ont été tracées. Fig. 1 présente les courbes moyennes



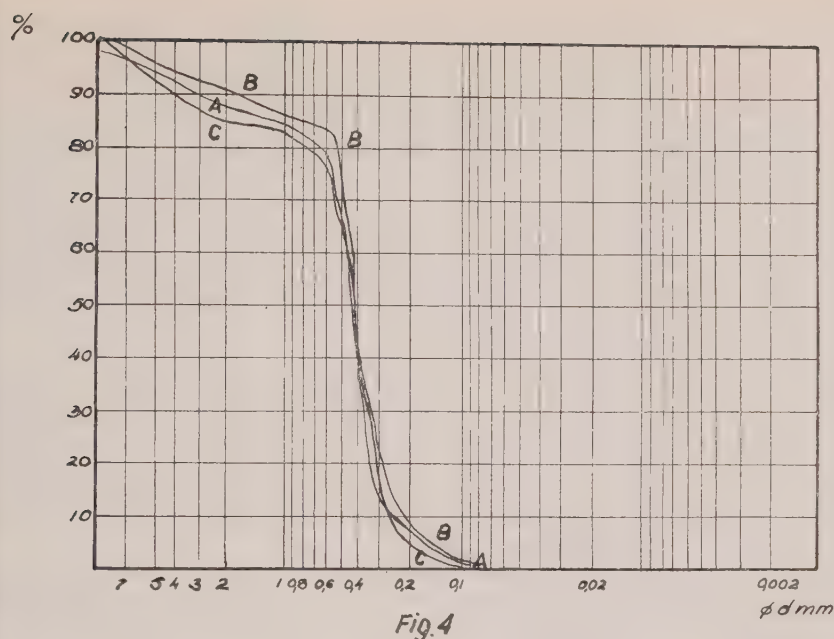
de granulation des puits plats (jusqu'à 8 m de profondeur); fig. 2 — les courbes de granulation des puits profonds — mais seulement dans la zone supérieure (jusqu'à 8 m de profondeur). Enfin, fig. 3 donne les courbes des forages exécutés dans la zone inférieure (8 m). Ces diagrammes démontrent une convergence évidente en tant qu'ils concernent les fractions de 0,5 mm en général, tandis que les fractions de 0,5 mm dans certains forages, au point de vue de leur quantité, dominent remarquablement sur celles d'un ϕ inférieur.

Après avoir tracé les courbes moyennes de granulation pour les trois types de granulation mentionnés (figs 1, 2 et 3), nous arriverons à la conclusion qu'il n'y a point de différence réelle entre les zones d'alluvions en question. Fig. 4 présente les moyennes de granulation pour les figures : 1 (A—A), 2 (B—B), et 3 (C—C).



Le tableau 3 présente un relevé des données sur les traits caractéristiques de la couche alluviale; sont comparés notamment les diamètres — du grain normal suivant A. Hazen (d_{10}) en mm, diamètre moyen (d_{50}) en mm, d_{60} , et le coefficient d'uniformité de la couche d'après A. Hazen $d_{60}/d_{10} = u$.

En possession de ces données, nous voyons aussi qu'il ne peut même pas être question



de différences quelque peu essentielles dans la granulation de la couche à des profondeurs différentes de cette couche. Evidemment, cette couche n'est pas complètement uniforme et consiste des couches superposées à granulation variée, son uniformité tout de même, comme ceci appert du coefficient u , étant très grande.

TABLEAU 3

N ^o	Couche alluviale	d_{10}	d_{50}	d_{80}	u
1.	du fond du fleuve jusqu'à la profondeur de 8 m (A—A) (puits plats)	0,22	0,40	0,42	1,91
2.	du fond du fleuve jusqu'à la profondeur de 8 m (B—B) (puits jusqu'à 20 m de profondeur)	0,18	0,36	0,41	2,27
3.	à partir de 8 m jusqu'à 30 m de profondeur (C—C)	0,25	0,42	0,45	1,80
	En moyenne :	0,22	0,39	0,43	1,99

Il est donc clair que la couche étudiée par nous peut pratiquement être considérée comme milieu uniforme de filtration, se laissant caractériser avec précision suffisante par un seul coefficient de filtration. En vertu des matériaux obtenus par nous il nous est impossible d'établir, comment les procédés de sédimentation ont exercé une influence sur la composition granulométrique des couches alluviales. Il est probable que par suite des épaisseurs peu importantes de ces couches, les procédés d'érosion et d'accumulation continus ont entremêlé ces couches de manière qu'aucune régularité distincte dans la granulation de la couche à des profondeurs diverses ne peut être observée.

Comme exemple des phénomènes d'érosion se manifestant constamment, peuvent

servir les résultats d'une épreuve entreprise sur la Vistule par W. Skoraszewski⁽¹⁾. En automne 1951, des puits ont été creusés dans le fond au-dedans du courant, de 0,5 m en diamètre, jusqu'à une profondeur de ca. 3,5-5,0 m, portant jusqu'aux argiles pliocènes. Les orifices ont été remplis de poussier de charbon fortement battu. La disposition des forages fut précisément fixée en voie géodésique et les tubes retirés des forages. Au printemps, les hautes eaux sur la Vistule passées, les puits furent recrusés à ces mêmes endroits précisément; des échantillons prélevés par lui, Skoraszewski put conclure, que jusqu'à une profondeur d'environ 2,0 m, prépondérante dans la plupart des forages, le poussier a été complètement lavé par l'eau. A une profondeur plus grande, on parvient à trouver le poussier, lequel tout de même ne remplissait le forage qu'en partie étant mêlé au sable d'alluvion. Ceci prouverait que les fractions menues (le poussier de charbon était de même composé pour la plupart de fractions fines) du sable se laissant enlever par l'eau lors des hautes pressions hydrostatiques dans les couches, se formant lors de la crue.

Les alluvions de la Vistule n'ont pas jusqu'à présent été examinées dans toute leur épaisseur. Il y a lieu de mentionner ici les études effectuées par Debski dans la couche supérieure des alluvions (de fond) de la Vistule dans son cours supérieur⁽¹⁾. Debski retirait les échantillons des sables des bancs surgissant des eaux, ou s'élevant du fond et se trouvant sous la couverture de 50 cm d'eau au plus. Les résultats de ces études, suivies d'ailleurs à d'autres fins, constituent un complément de valeur au matériel analysé par moi. Ils se rapportent à une couche très mince, superposée immédiatement au fond, laquelle dans l'étude présentée ci-après ne constitue qu'un fragment.

Les données granulométriques publiées par Debski démontrent que dans le lit de la Vistule, sur une étendue à partir du Dunajec jusqu'au San, le diamètre moyen de grain (d_{50}) diminue graduellement dans le sens du cours du fleuve — de 0,47 mm jusqu'à 0,38 mm.

Ces chiffres, soit qu'ils caractérisent un secteur de la Vistule situé en-dessus du nôtre, sont rapprochés de ceux obtenus au cours de notre examen de la couche toute entière ($d_{50} = 0,39$). A la suite d'une conversion des données obtenues par Debski, le diamètre à adopter pour ses recherches s'exprima : $d_{10} = 0,28$ mm, tandis que celui constaté par nous fut : $d_{10} = 0,22$ mm.

3. Image de la filtration dans la nappe sous-fluviale, basée sur les recherches effectuées

3.1. Résultats des pompages

Au cours des années dernières, dans la couche alluviale de la Vistule, dont une caractéristique détaillée vient d'être présentée par moi au chapitre 2, des pompages d'épreuve de longue durée plusieurs fois répétés ont été entrepris.

Ils nous serviront de base à une analyse approfondie du phénomène de filtration, en permettant d'en tirer les conclusions définitives.

Les pompages, il est vrai, s'effectuaient à quelques années d'intervalle et dans des puits divers, mais toujours dans le massif de la même couche et moyennant des méthodes techniques absolument identiques. Vu le caractère uniforme de la couche — ce qui a été constaté par nous plus haut, les conclusions suggérées par les résultats des pompages particuliers peuvent bien se rapporter à la couche en son entier.

Lors de chaque épreuve, en outre du puits principal dans lequel le pompage fut opéré, des forages d'observation ont été exécutés à sections perpendiculaires l'une à l'autre. Un nombre de puits d'observation fut disposé le long du cours du fleuve — donc, le long du mouvement supposable des eaux souterraines, le reste — en travers du fleuve. Les puits principaux étaient munis de filtres de 400 mm en diamètre, ceux d'observation — de 50 mm \varnothing . Les longueurs respectives des filtres se portaient à 4 m et 1 m.

En sus de ces forages, à une distance de 0,40 m du puits principal, un puits d'observation fut toujours creusé permettant d'établir l'importance des pertes à l'entrée du filtre.

⁽¹⁾ SKORASZEWSKI, ing. « Badania ruchu piasków dna Wisły w czasie powodzi wiosennej 1952 r. » — « Observations du mouvement des sables de fond de la Vistule durant l'inondation de printemps en 1952 » — « *Gospodarka Wodna* » 1953.

⁽¹⁾ DEBSKI K., prof. « Transport et dépôt des alluvions dans le lit de la Vistule » — « *Gospodarka Wodna* » 1939.

TABLEAU 4

N°	Délai de pompage	H m	Q m³/h.	Perte de charge dans les orifices S en m										I — espaces comptés du puits I en m		
				I	IIa	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX			
1	27.IX-21.X	2,15	167	5,89	4,03	0,44	—	0,40	0	0,45	0,21	0,49	0,13	— II — III — IV — V — VI — VII — VIII — IX	6	20
2	29.IX-22.XI	2,23	123	4,65	2,85	0,48	0,03	0,35	0,03	0,45	0,13	0,34	0,04		7	21
3	6.IX-17.IX	0,97	79	3,39	1,57	0,12	0,03	0,15	0,04	0,14	0,04	0,16	0,06		10	20
4	22.IX-25.IX	0,91	41	1,77	0,89	0,05	0,01	0,11	0,06	0,04	0,01	0,08	0,02		10	20
5	4.IX-17.X	1,61	180	5,45	3,62	—	—	—	—	0,49	0,30	0,50	0,50		5	15

Le tableau 4 présente en abrégé le relevé des résultats de quelques pompages d'épreuve, effectués toujours en continuité durant 24 heures au cours d'un long délai.

Ce relevé a été conçu de manière, qu'il puisse servir de base à un nombre de considérations théoriques et de conclusions, que dans le présent ouvrage je laisse de côté.

Les problèmes secondaires de ce genre seraient par exemple : l'importance des pertes d'entrée dans les cas des grandes quantités d'eau puisées; la grandeur de la pente critique; l'extension du champ de la dépression, et autres.

Au tableau 4 les désignations suivantes sont adoptées :

Q — quantité d'eau pompée en m³/heures, à dépression fixe;

H — niveau d'eau dans le fleuve en-dessus du fond;

S — perte de charge pour puits particuliers;

I — puits principaux;

II_a — puits destinés au mesurage des pertes;

II, III — puits en section perpendiculaire au cours du fleuve — du côté gauche;

IV, V — puits du côté droit;

VI, VII — puits supérieurs situés le long du cours du fleuve;

VIII, IX — puits inférieurs situés le long du cours du fleuve;

l — espaces correspondants en m.

3.2 Filtration dans la nappe sous-fluviale et la loi Darcy

Le calcul des coefficients de filtration doit être suivi d'après un schéma hydraulique de filtration adopté. En cette considération, il est nécessaire d'établir préalablement si, dans la couche de fond qui est l'objet des études actuelles, la filtration se passe d'après les lois du mouvement laminaire — en conformité de la loi Darcy, ou bien partiellement par mouvement turbulent. Comme indice du mouvement turbulent, la présence d'un assez grand contenu de grosses fractions pourrait être considérée, de même qu'une porosité, probablement grande, de la couche alluviale, comme conséquence de la mobilité de sa nappe, ainsi que les pentes à grande inclinaison, surtout lors des niveaux d'eau plus élevés dans le fleuve.

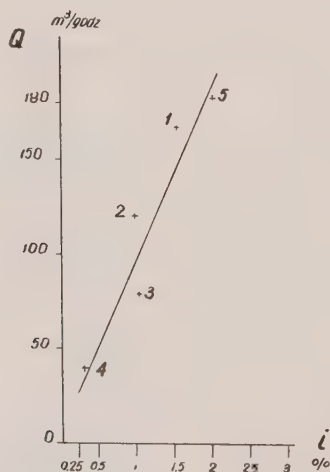


Fig. 5

On sait que, pour que la filtration soit conforme à la loi Darcy, une proportionnalité directe doit exister entre les vitesses du mouvement des eaux souterraines et les pentes respectives (pertes hydrauliques) :

$$v = k i,$$

le coefficient de filtration étant alors : $k = \text{const.}$ En nous servant des données des pompages

d'épreuve, contenues dans le tableau 4, nous pouvons déduire les valeurs des pentes sur le secteur des puits d'observation les plus rapprochés du puits principal. Vu que

$$Q/F = v = k i \text{ ou } F = \text{const.},$$

par conséquent :

$$Q = F k i, \text{ où, en cas que } F k = L, \\ Q = L i$$

Sur fig. 5 les valeurs Q et i obtenues du tableau 4 sont portées.

Ce diagramme indique qu'entre les vitesses du mouvement de l'eau et les pentes, il existe, dans les conditions décrites, une relation rectiligne, d'où nous déduisons, que la valeur du coefficient k est réellement constante :

$$k = \text{const.}$$

Ce fait constitue une condition inévitable de l'applicabilité de la loi Darcy.

Ainsi, la filtration dans la nappe sous-fluviale caractérisée par une granulation analysée en détail au chapitre 2, se passe en conformité de la loi Darcy.

Ceci permet de continuer à appliquer toutes les déductions se rapportant au mouvement plat, potentiel.

3.3. Image du mouvement potentiel

Au cours de l'un des pompages d'essai, une expérience fut entreprise, qui a permis de tracer un filet hydrodynamique basé sur les observations des niveaux piézométriques en nature.

Le puits principal (I) a été creusé dans le fond du courant de la Vistule, duquel l'eau fut puisée, et en outre, des puits d'observation en deux sections, comme ceci est décrit plus haut.

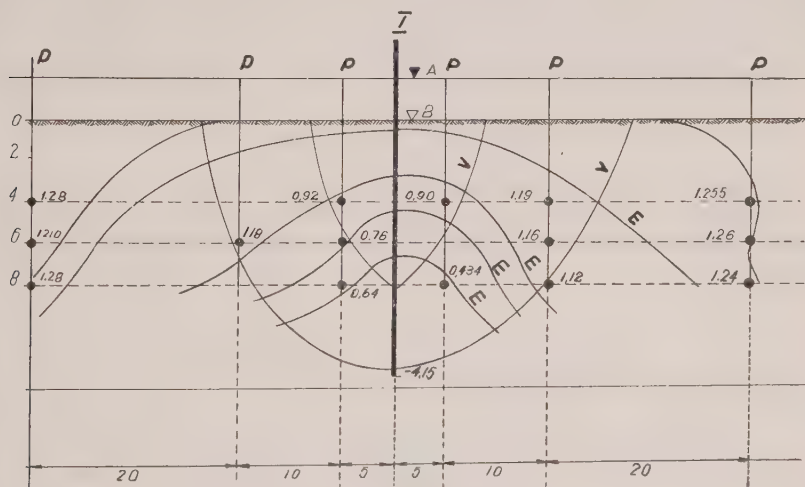


Fig. 6.

La disposition des puits en section perpendiculaire au cours de la rivière, fut comme ceci appert de la fig. 6. Dans les puits d'observation, exécutés en grand diamètre, un faisceau de 3 colonnes de tubes de 50 mm de diamètre chacun, fut introduit. Ces faisceaux de tubes constituèrent des piézomètres (P) pénétrant dans la couche alluviale jusqu'à la profondeur de 4, 6 et 8 m; de cette façon un filet de points de pressions piézométriques établis en voie d'observation peut être obtenu. Le filet des dits points est représenté sur la fig. 6. Cette expérience est d'autant plus importante, qu'il donne l'image du mouvement de filtration en échelle naturelle. Ce filet — il est clair — n'a pas pu être trop épais, comme ceci pourrait être atteint au laboratoire, mais il présente en revanche l'image réelle du phénomène.

Le pompage dans le puits principal eut lieu dans le délai depuis le 4.IX jusqu'au 12.X et la perte de charge dans l'orifice principal a été établie au chiffre de 5,36 m au-dessous de la nappe d'eau du fleuve (fig. 6 marque A). Le débit d'eau s'élevait en moyenne à 195 m³/heure.

Sur le fondement de ce pompage, les lignes équipotentiellles (E) ont été tracées, comme effet des observations des piezomètres au cours du dernier jour de pompage, après quoi les lignes du courant d'eau (V) en sens orthogonal aux premières ont été portées.

Le système de ces lignes n'est pas tout à fait coulant. Ceci est dû aux difficultés à surmonter lors des observations que l'on devait effectuer d'un canot en pleine rivière.

Néanmoins, l'image de ce filet démontre que le mouvement de filtration dans une couche pareille sous pression se manifeste autrement que dans une couche artésienne ordinaire. Les épreuves ne sont pas encore terminées et donneront sans doute un matériel théorique riche et intéressant.

3.4. Coefficient de filtration de la nappe sous-fluviale sous pression

Les problèmes pratiques variés dont il a été question au chapitre 1, nous engagent à établir une méthode de calcul du débit de la couche aquifère ou de son coefficient de filtration.

La couche alluviale se trouve constamment sous la pression de l'eau s'écoulant dans le lit de la rivière. Elle ne peut donc pas être traitée comme une couche à libre surface d'eau. Il ne reste qu'à admettre que c'est une couche alluviale, travaillant sous la pression d'une colonne variable d'eau dans la rivière. Ceci servirait de fondement au schéma d'une couche artésienne. En principe, un pareil fondement pourrait être jugé juste, ce qui peut être facilement contrôlé en trouvant une relation entre le débit d'eau d'un puits au cours du pompage et la perte de charge établie obtenue. Le diagramme correspondant peut sans difficulté être dressé sur la base des données du tableau 4. Il s'ensuit que la relation est rectiligne et que les points expérimentaux se rangent avec une régularité exceptionnelle le long de la ligne droite. Ceci prouve que la couche travaille sous pression, vu que cette même relation pour une couche à surface libre d'eau serait d'un plus haut rang.

On sait que Dupuit, pour calculer le débit d'un puits artésien, avait donné en 1857 une méthode, suivant laquelle le coefficient de filtration peut être déduit d'après la formule :

$$k = \frac{Q \ln \frac{(x_2 - x_1)}{2 \Pi a (z_2 - z_1)}}{\text{en m/s}}$$

a étant l'épaisseur de la couche artésienne.

En utilisant les données des pompages effectués, je suis parvenu à établir en voie de calcul les coefficients de filtration d'après la formule de Dupuit précitée. Pour une douzaine ou plus de cas d'observation des pertes de charge au cours du pompage, le coefficient k variait dans les bornes :

$$k = 0,95 \cdot 10^{-3} \text{ jusqu'à } 1,20 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

Les calculs de laboratoire pour échantillons prélevés ont démontré que la valeur moyenne du coefficient de filtration s'élève à :

$$k = 3,36 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

La divergence entre ces résultats est trop grande pour que l'on puisse l'attribuer à une précision insuffisante d'établissement du coefficient k au laboratoire (infraction à la structure naturelle).

A mon avis, la cause essentielle de ces divergences est à attribuer à l'adoption, non très juste pour ces calculs, du schéma hydraulique appliqué à la couche artésienne.

Ceci est confirmé avant tout par les résultats de l'expérience décrite au chapitre 3.3.

L'image de la filtration diffère ici du schéma d'une couche artésienne ordinaire alimentée des régions éloignées. Le mouvement des eaux souterraines dans la nappe sous-fluviale s'effectue d'une manière tout à fait différente, surtout au jour des résultats obtenus moyennant l'expériment représenté au chapitre 3.3.

UNDERGROUND WATER IN THE HAIFA-ACCO SAND DUNES AND ITS REPLENISHMENT

by

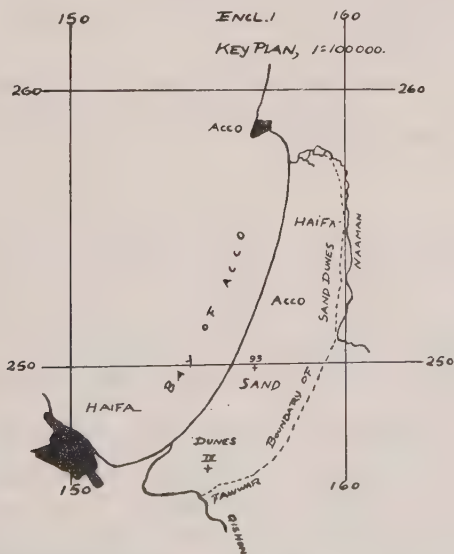
M. J. GOLDSCHMIDT and M. JACOBS ⁽¹⁾

Introduction

Israel's shore of the Mediterranean is bordered by sand dunes which have been deposited on top of the sand-and sandstone series of Plio-Pleistocene age of the Coastal Plain. Some of these sand dunes appear to contain a perched horizon of underground water which is replenished by the precipitations falling over these sand dune areas.

Such a perched horizon of phreatic «sand dune water» occurs in the Haifa sand dunes which extend between Haifa and Acco. It serves as a source of water of a rather good quality for the settlements existing in the area. In order to assess the safe yield of this source, the hydrology of this horizon has thoroughly been investigated.

The Haifa-Acre sand dunes cover an area of approximately 38 km². They extend almost over the entire distance from Haifa to Acre and are bounded to the West by the Mediterranean Sea shore and to the South, East and North by the rivers Qishon, Fawwar and Na'aman (vide key map, Enclosure No. 1). The sand has a thickness varying between 10 and 20 m and is fine to medium grained with a high degree of uniformity and is very clean. In a few of the wells in the area the sand is found to be partially consolidated into a porous sandstone and some boreholes show a rather thin clay bed intercalated within the sand series. The sand dunes are underlain by a continuous layer of clay which is impermeable, thus making the sand dunes to a separate hydrological unit. Only the phreatic sand dune water above the clay is dealt with in this paper; the confined water below the clay, which is also a considerable source of fresh water in the area, is not considered here.



The sand dune water originates entirely from rainfall over the sand dunes, part of which percolates into the ground and flows West to the Mediterranean, South and East to the

⁽¹⁾ Hydrological Service, Water Authority, Jerusalem, Israel

Fawwar and the Na'aman (Vide key plan and contour map, Enclosures Nos. 1 and 15). The permeability of the sand dunes is relatively high. The phreatic water table responds therefore, largely to the rainfall, the water table being at its lowest level at the end of the dry season (generally in October) and rising during the winter until the maximum is reached toward the end of the rains (generally in March). The water is of a low salinity, rather soft and has excellent qualities for drinking, industrial and irrigation purposes. It has therefore been heavily exploited in the southern part of the sand dunes and the water table had continuously been depleted in this exploited area. The purpose of the present investigation is to contribute to a better understanding of the prevailing hydrological conditions and of the replenishment of the area by the annual rainfall, the maximum quantity of water which can safely be withdrawn from this horizon being conditioned by this replenishment.

Two pumping tests have for this purpose been performed in the area, one in the year 1939 of a short duration (2 days) at well No. 93, near Qiriat Motskin and one (2 weeks) at the former Central Railway Workshops, in the year 1933. From the draw down measured in a number of observation wells when the central well was pumped at a certain known rate, the permeability of the sand has been computed by means of non equilibrium formulae.

Thereafter, a water balance covering a number of eight successive years has been drawn up in that part of the sand dunes where the natural flow of underground water had not yet been disturbed. A narrow strip of land between two streamlines extending from well No. 93 to the water shed has been chosen for this purpose. The replenishment has been computed from this water balance. A linear function has been found which relates the replenishment in each hydrological year to the rainfall during the same hydrological year.

The Pumping and Recovery Tests. Symbols and Methods used

In the following, a list is given of all symbols which will be used in the report :

r distance from the well pumped.

t time.

H thickness of aquifer.

k hydraulic conductivity of aquifer («permeability»).

T transmissivity (coefficient of transmissibility) of aquifer ($T = k \times H$).

Q pumping rate of water.

s draw down of the phreatic water table.

S «storativity» (storage coefficient) equal to the volume of water which can ultimately be produced by the unit volume of the aquifer when dewatered. Dimensionless.

Ei the exponential integral function.

$$u = \frac{r^2 S}{4 T t}$$

It has been assumed that the aquifer is homogeneous and isotropic. The exploitation wells used for the purpose penetrate the aquifer only partially. It has been assumed that the effect of the partiality of these wells does not affect the lines of flow at a distance which exceeds at least half the depth of the aquifer. Therefore, only water levels which have been observed at distances of more than 10 m have been used for the computation of k .

k has been computed by analysis of the unsteady flow during pumping by means of interference tests, as well as by means of recovery tests at the pumped well, after pumping has ceased.

The layout of the exploitation and test wells are shown in Enclosures Nos. 2 and 12.

Pumping test at well No. 93. Description of the test

Well 93, with coordinates 156.690 E, 249.820 N, (Israel grid) is situated in what is called at present the residential zone of Qiriyat Yam. The diameters of the boring and of the filter pipe inside are 16" and 8" respectively. The bore penetrates 18.60 meters of sand which is underlain by clay. The filter extends from 8.60 to 14.80 m below g.l. A further 3.80 m, of the borehole which penetrated loamy sand down to the clay had been filled with «zif-zif»

(a coarse sand). These 3.80 m are thus open to pumping. The partial penetration is 35% approximately. The bottom of the sand series was encountered at a depth of 18.60 m below surface at which depth the impervious clay started. All observations of water levels are reduced to a «Reference Mark», which is 6 cm above Mean Mediterranean Level. The surface is 5.59 m above, and top clay 13.01 m below Reference Level. Thus at well 93 the total thickness of the sand is 18.60 m. The phreatic water table was at +4.83 m at the start of the pumping test. Therefore, the water saturated sand was 17.84 m thick at the beginning of pumping test.

Nine shallow 6" boreholes drilled in the directions approximately North-South and East-West, had been equipped with 2" filters for the observation of the water levels. Observation well No. 361 was located at a distance of only 50 cm from the pumped well and was the nearest observation well.

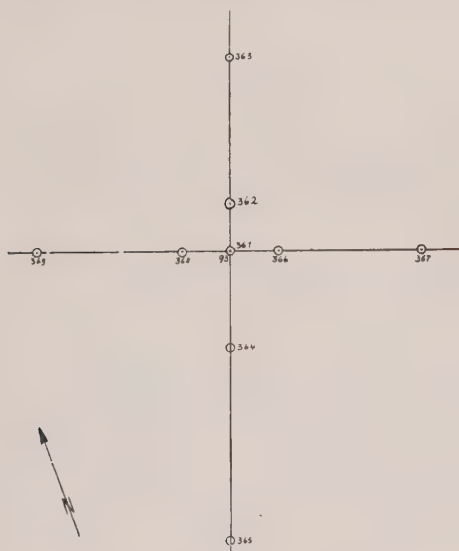
The other observation wells are located at the following distances from well No. 93 :

To the North		To the South		To the East		To the West	
No. 362	10 m.	No. 364	20 m.	No. 366	10 m.	No. 368	10 m.
No. 363	40 m.	No. 365	60 m.	No. 367	40 m.	No. 369	40 m.

(Vide also Enclosure No. 2).

Encl. 2 to : Pumping tests in the Haifa Sand Dunes.

Pumping test at well 93. Location of wells. Scale 1 : 500.



All the boreholes in the vicinity indicate that the aquifer consists in this area of sand only.

The pumping test in well No. 93 started on 27th March 1939 at noon and continued at a slightly varying rate of approximately $10 \text{ m}^3/\text{hour}$. After 47 hours of continuous pumping, the rate of pumping was gradually reduced in a few stages and then the pumping was completely stopped at 3.20 p.m. on 29th March 1939. The total volume of water pumped during 51 $\frac{1}{3}$ hours amounted to 513 m^3 , at the average pumping rate of exactly $10 \text{ m}^3/\text{hour}$ (averaged over the whole period).

The rate of water pumping was determined by means of a water meter which was read at approximately hourly intervals. The water levels were observed throughout the period at all observation wells and also at the pumped well. The initial water levels were measured at all the wells immediately preceding the start of pumping.

The water level is mostly affected by the rate of pumping immediately before the observation. In our case, the rate of pumping slightly changed during the pumping test. In order to obtain records of a better significance, time has been «corrected» as follows :

Well No. 93 is assumed to have constantly been pumped at the discharge which occurred at the moment for which k and S are computed. (Vide next paragraph). «Corrected time» is the period which would have elapsed, from the beginning of the pumping test to the respective moment, had the well constantly discharged at the rate which occurred at that moment. «Corrected time» is tabulated in Enclosure No. 3.

ENCLOSURE 3

Pumping test at well 93 Time corrections

Time (hours)	Total flow (m ³)	Final period (hours)	Final pumping rate (m ³ /h)	Corrected time (hours)
12	117	8.17	10.25	11.41
23	233.9	4	10.68	21.90
40	399.9	7.83	10.00	39.99 say 40
47	475	6	11.00	43.18

Computation of k and S by means of Theis' methods for discharging wells

The hydraulic conductivity k has been computed by means of Theis' graphical method (Vide H. K. Wenzel, methods for determining permeability of water bearing materials. Water Supply Paper 887, 1942), after 12, 23, 40 and 47 hours. The water levels observed before and during pumping, draw downs observed and reduced to «corrected time» are tabulated in Enclosure No. 4.

The test was performed during the dry season when no rain fell. The water level dropped during the experiment at the rate of 0.0042 m/day. The observed levels have been corrected according to this drop (Vide Enclosure No. 4).

The application of Theis' graphical method which uses a type curve is shown in Enclosure Nos. 5 and 5a-d. It necessitates the use of simultaneous measurements made at two different distances from the pumped well. In this case, however, simultaneous measurements are available at four distances from the pumped well, viz. at 10, 20, 40 and 60 m. It will be seen from the graphs (Enclosure No. 5a-d) that the four points satisfactorily follow in each case the trend of the type curve. The values of s , the r^2/t , u and Ei as determined from the chosen point of coincidence of the experimental and the type curves are also given in Enclosure No. 5a-d. S and T have been computed by means of the formulae :

$$s = \frac{Q}{4\pi T} [-Ei(-u)], \quad r^2/t = \frac{4T}{S} u$$

The average value of transmissivity is 227 m²/day. The corresponding average conductivity is 0.0148 cm/sec or 12.8 m/day. The storativity increased from 12.9 to 15.3% from $t = 12$ until $t = 47$ hours which may be interpreted as due to slowly progressing drainage of the water from the pores. These data indicated that the maximum possible drainage may not yet have been reached after 47 hours of pumping.

It should be noted that for a well which only partly penetrates the aquifer as No. 93, the streamlines very near the well are not horizontal. The formulac used, however, express a good approximation when the observation wells are situated at a distance of at least 0.5-1.0 times the thickness of the aquifer. For the nearest observation well at 10 m distance this condition may not have been fulfilled. Hence deviations from the curves can be expected on this account.

ENCLOSURE 4

Pumping test at well 93 — Water levels at four selected moments

Well No.	Distance from well 93 (m)	Original water level (m)	Time : 12 hours corrected time 11.41 hr.			Time : 23 hours corrected time 21.90 hr.			Time : 40 hours corrected time 40 hr.			Time : 47 hours corrected time 43.18 hr.		
			Water level (m)	Draw-down (m)	Corrected drawdown (m) (—,002)	Water level (m)	Draw-down (m)	Corrected drawdown (m) (—,004)	Water level (m)	Draw-down (m)	Corrected drawdown (m) (—,007)	Water level (m)	Draw-down (m)	Corrected drawdown (m) (—,008)
361	0.50	4.830	4.171	0.659	0.657	4.143	0.687	0.683	4.095	0.735	0.728	4.031	0.799	0.791
362	10	4.830	4.579	0.251	0.249	4.516	0.314	0.310	4.473	0.357	0.350	4.438	0.392	0.384
363	40	4.855	4.794	0.061	0.059	4.761	0.094	0.090	4.746	0.109	0.102	4.713	0.142	0.134
364	20	4.820	4.676	0.144	0.142	4.620	0.200	0.196	4.586	0.234	0.227	4.569	0.251	0.243
365	60	4.825	4.806	0.019	0.017	4.775	0.050	0.046	4.758	0.067	0.060	4.740	0.085	0.077
366	10	4.845	4.591	0.254	0.252	4.530	0.315	0.311	4.488	0.357	0.350	4.453	0.392	0.384
367	40	4.910	4.853	0.057	0.055	4.815	0.095	0.091	4.784	0.126	0.119	4.764	0.146	0.138
368	10	4.795	4.550	0.245	0.243	4.482	0.313	0.309	4.447	0.348	0.341	4.411	0.384	0.376
369	40	4.740	4.699	0.041	0.039	4.658	0.082	0.078	4.629	0.111	0.104	4.611	1.029	0.121

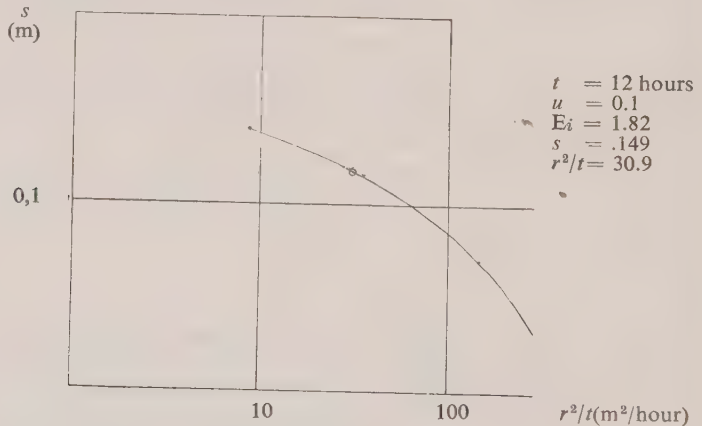
ENCLOSURE 5

Pumping test at well 93 — Application of Theis' graphical method

Distance (m)	12 hours corrected time 11.41 hours $Q = 10.25 \text{ m}^3/\text{h}$		23 hours corrected time 21.90 hours $Q = 10.68 \text{ m}^3/\text{h}$		40 hours corrected time 40 hours $Q = 10.25 \text{ m}^3/\text{h}$		47 hours corrected time 43.18 hours $Q = 11.41 \text{ m}^3/\text{h}$	
	Average draw- down (m)	r^2/t (m^2/h)	Average draw- down (m)	r^2/t (m^2/h)	Average draw- down (m)	r^2/t (m^2/h)	Average draw- down (m)	r^2/t (m^2/h)
10	0.248	8.75	0.310	4.56	0.347	2.50	0.381	2.31
20	0.142	35.00	0.196	18.25	0.227	10.00	0.243	9.25
40	0.051	140.00	0.086	73.00	0.108	40.00	0.131	37.00
60	0.017	315.00	0.046	164.00	0.060	90.00	0.077	83.30
$r^2/t \text{ (m}^2/\text{h)}$	30.9		28.6		19.8		25.0	
$s \text{ (m)}$	0.149		0.160		0.168		0.167	
u	0.1		0.1		0.1		0.1	
Ei	1.82		1.82		1.82		1.82	
$T \text{ (m}^2/\text{day)}$	239		232		207		229	
$S \text{ (\%)}$	12.9		13.5		17.4		15.3	
$k \text{ (cm/sec)}$	0.0159		0.0155		0.0138		0.0153	

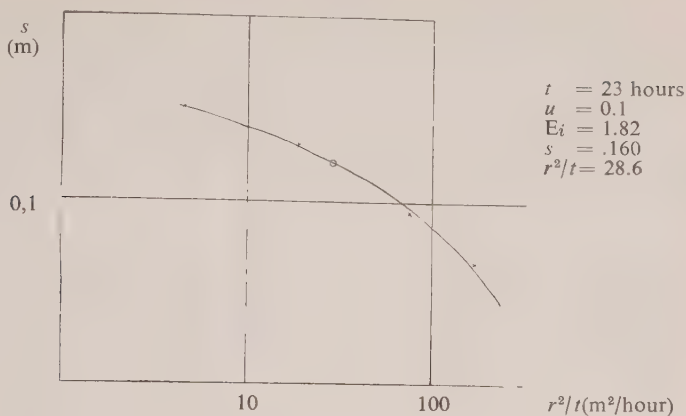
Encl. 5a to: Pumping test in the Haifa sand dunes.

Pumping test at well 93 — Application of Theis' method.

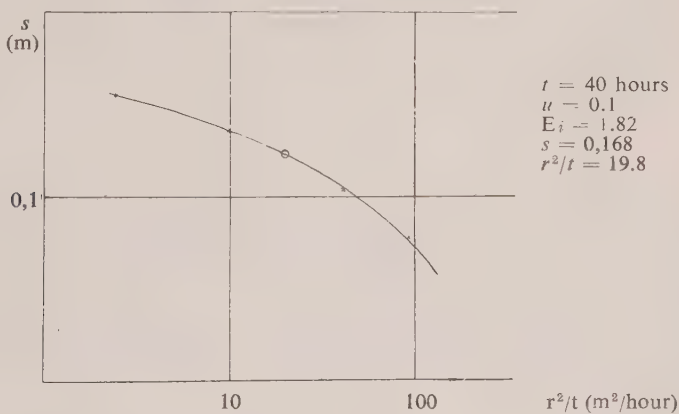


Theis' graphical method has a wider range of applicability than the use of the draw down-time curve $s = \frac{Q}{4\pi T} (-0.577 + \ln \frac{4Tt}{r^2 S})$, primarily because the exact exponential integral function is involved instead of the logarithmic approximation by the draw down-time curve and thus also wells at larger distances can be used in the computations; secondly because the effect of time on transmissivity and storage can be studied explicitly.

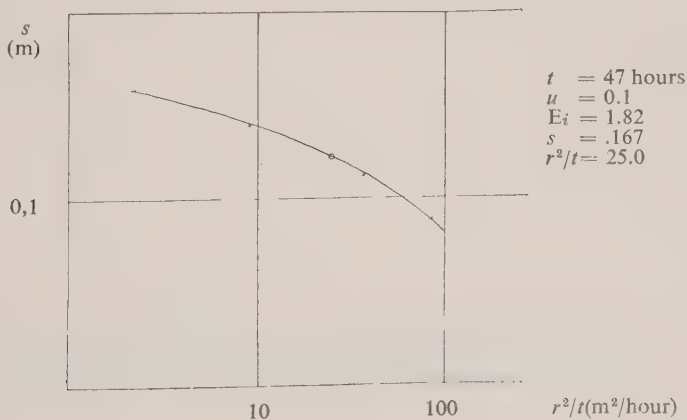
Encl. 5b to: Pumping test in the Haifa sand dunes.
Pumping test at well 93 — Application of Theis' method.



Encl. 5c to: Pumping tests in the Haifa sand dunes.
Pumping test at well 93 — Application of Theis' method.



Encl. 5d to: Pumping tests in the Haifa sand dunes.
Pumping test at well 93 — Application of Theis' method.



Furthermore, one curve of Theis' graphical method represents the state which simultaneously prevails at various distances from the pumped well, whereas one draw down-time curve represents the state which prevails at one and the same distance from the pumped well at several consecutive moments. Thus, the factors computed from one Theis' curve are an average over a certain distance of the aquifer related to a certain moment whereas the factors computed from draw down-time curves are a time average for a certain point.

The following table will give an idea of the magnitude of the errors involved when this approximation is used for phreatic water. The errors are expressed as percentage of the exact value and the constants used are those ascertained in the course of the present report in the area under review.

Distance to observation well	Time of observation						
	3 hours	6 hours	12 hours	1 day	2 days	4 days	8 days
10 m.	40%	14%	5%	1.7%	0.6%	0.3%	0.1%

For pumping tests of a short duration the approximation should therefore be applied only with regard to observation wells situated at a short distance from the pumped well, as otherwise the accuracy of the results becomes unsatisfactory.

Indicating by the indices 1 and 2 measurements at different times, the change in draw down from t_1 to t_2 at an observation well becomes

$$s_2 - s_1 = \frac{Q}{4 \pi T} \ln \frac{t_2}{t_1}$$

in case the pumping has sufficiently long been continued to make the approximation valid. This is a straight line, if t is shown in logarithmic scale. At a certain constant pumping rate of the central well the slope of this straight line is proportional to the conductivity and is independent of the distance between the pumped well and the observation well, always supposing the approximation is valid. As long as the central well is pumped, the phreatic water level in any observation well will continue to drop, although at an ever diminishing rate (ignoring effects of replenishment, change of watershed or other boundary effects). The application of any kind of equilibrium formula appears not to be justified, as no equilibrium exists.

From the slope of the above mentioned straight line $Q/4 \pi T$, T can be computed.

S can be found in the following way :

The straight line is extrapolated beyond the time at which the approximation becomes valid, until it intersects the water level at the beginning of the pumping test, namely at zero draw down. The intersection is at the time t_i . For this time t_i , the following equation is obtained :

$$s_i = 0 = \frac{Q}{4 \pi T} (-0.577 + \ln \frac{4 T t_i}{r^2 S})$$

wherefrom :

$$S = \frac{4 T t_i}{e^{0.577} r^2} = \frac{2.24 T t_i}{r^2}$$

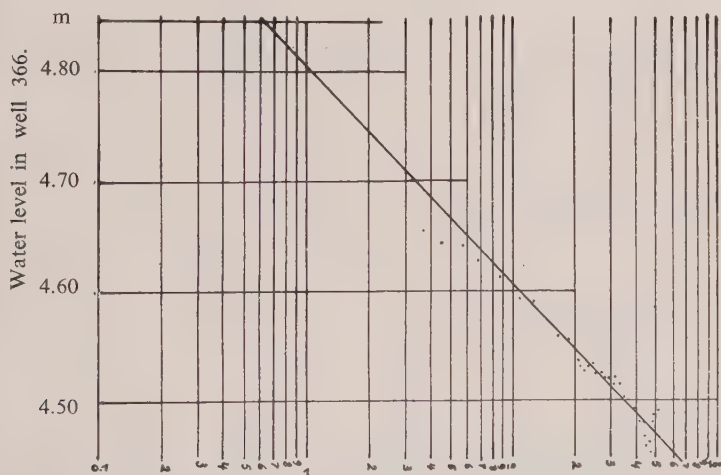
Although Theis' graphical method should be preferred, the method of the draw down-time curve has also been used for the sake of consistency in the treatment of the two pumping tests described in the present report. Results agree with the results of the graphical method, as will be seen from Enclosures Nos. 6, 6a.

ENCLOSURE 6

Pumping test at well 93 — Application of draw down-time curves

Distances from pumped well (m)	Well number	Transmissivity T, m ² /day	Storativity S, %	Average T m ² /day	Average S %
10	362	230	14.4	225	13.4
	366	225	13.0		
	368	220	12.9		
20	364	235	12.3	235	12.3
40	363	326	9.1	316	10.0
	367	298	9.7		
	369	325	11.2		
60	365	407	9.2	407	9.2

Encl. 6b to: Pumping test in the Haifa sand dunes.



Time in hours since pumping started

The observation wells at 10 m distance are the only ones which resulted average values of transmissivity almost equal to those obtained by Theis' graphical method, viz. 225 m²/day. The storage coefficient of 13.4% is also in excellent agreement with transmissivity and average storativity computed by the graphical method. The duration of the test was not sufficient to avoid deviations at larger distances from the pumped well.

Computation of k and S by means of Theis' recovery method

A few observations of the water levels have been made during the first 24 hours after the pumping had been stopped. These observations were used to compute the conductivity by means of Theis' «recovery test formula». As the rate of pumping was not constant at the end of the pumping test and the usual formula had therefore slightly to be modified, as follows:

The last moment used for Theis' graphical method was at 47 hours after beginning of pumping. The respective rate of pumping was 11.00 m³/hour. The «corrected time» as explained above was therefore 43.18 hours (vide Enclosure No. 7). It is now supposed that the pumping had continued at this rate for another 4.33 hours (till 51 hours 20 minutes after beginning of pumping, at which time pumping was interrupted). In order to reduce the rate of pumping to its actually measured amount which staggered in three steps —1.27 m³/h had to be superimposed for the last 4.33 hours of pumping, —2.68 m³/h for the last 2.03 hours, +1.23 m³/h for the last 1.05 hours. (Vide Enclosure No. 7).

ENCLOSURE 7

Recovery test at well 93 — Time corrections

Real time (hours)	47	2.30	0.98	1.05
Quantity pumped during period (m ³)	475	22.4	6.9	8.7
Last rate of pumping (m ³ /h)	11.00	9.73	7.05	8.28
Corrected time (hours)	43.18	2.30	0.98	1.05
Cumulative corrected time (hours)	47.51	4.33	2.03	1.05
Pumping rate (m ³ /h)	+ 11.00	— 1.27	— 2.68	+ 1.23

As the differential equation is of the linear type, solutions may be superimposed and he draw down during the recovery period can be expressed by

$$s = \frac{1}{4 \pi T} \sum_i Q_i \ln \frac{t_i}{t_1}$$

This represents a straight line when the draw down is plotted versus

$$\frac{1}{4 \pi} \sum_i Q_i \ln \frac{t_i}{t_1}$$

Enclosure No. 8 shows the computation of

$$\frac{1}{4 \pi} \sum_i Q_i \ln \frac{t_i}{t_1}$$

at the different moments of observation. For infinite recovery time, the draw down should be zero and thus the straight line should pass through the origin. This condition is however not fulfilled as will be seen from the graph. (Enclosure No. 9). This condition is, on the other hand, complied with by the dashed curve sketched in the same enclosure. This dashed curve gives a much better fit of the experimental points and also passes through the origin. Therefore, a slightly different approach has been chosen.

For every single observation, the transmissivity has been computed by means of the formula

$$T = \frac{1}{4 \pi s} \sum_i Q_i \ln \frac{t_i}{t_1}$$

and the values of T have been plotted against the same time-scale as before. The extrapolation of T to infinite time is easily obtained by reading off T at $\frac{1}{4 \pi s} \sum_i Q_i \ln \frac{t_i}{t_1} = 0$. (Vide Enclosures Nos. 10, 11). The dashed curve of Enclosure No. 9, extrapolated to infinite time, gives the same result for T.

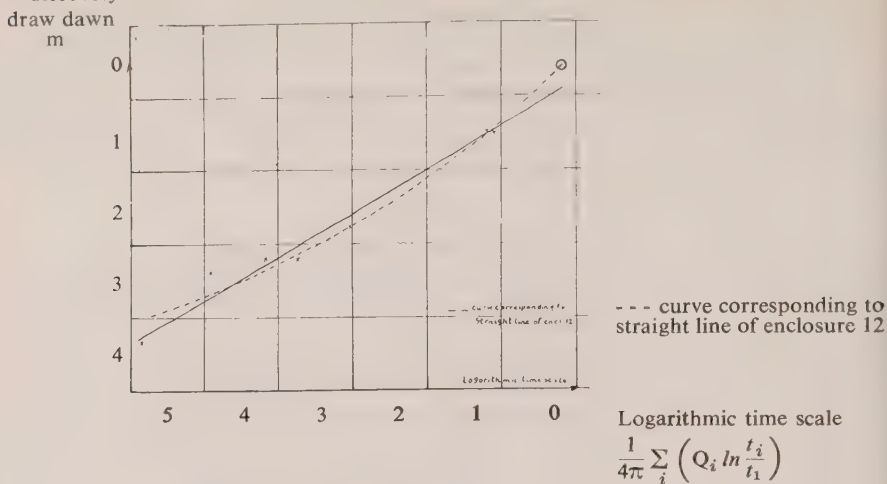
ENCLOSURE 8

Recovery test at well 93 — Computation of draw down

Time elapsed since pumping stopped t_i (h)	Q = 11.00 $t_0 = 47.51$		Q = -1.27 $t_0 = 4.33$		Q = -2.68 $t_0 = 2.03$		Q = 1.23 $t_0 = 1.05$		Water level (m) well 93	Draw-down (m)	Corrected draw-down (m)	$1/4\pi \sum_{i=1}^n Q_i \ln t_i / t_1$
	t	$Q \ln t / t_1$	t	$Q \ln t / t_1$	t	$Q \ln t / t_1$	t	$Q \ln t / t_1$				
0.02	47.53	85.5	4.35	-6.83	2.05	-12.41	1.07	4.90	4.448	0.382	0.373	5.67
0.08	47.59	70.3	4.41	-5.09	2.11	-8.79	1.13	3.26	4.538	0.292	0.283	4.75
0.25	47.76	57.7	4.58	-3.69	2.28	-5.95	1.30	2.03	4.555	0.275	0.266	3.98
0.50	48.01	50.1	4.83	-2.88	2.53	-4.37	1.55	1.39	4.563	0.267	0.258	3.52
1.43	48.94	38.8	5.76	-1.78	3.46	-2.38	2.48	0.68	4.605	0.225	0.216	2.81
21.17	68.68	13.0	25.50	-0.25	23.20	-0.27	22.22	0.06	4.727	0.103	0.090	1.00
24.67	72.18	11.9	29.00	-0.22	26.70	-0.21	25.72	0.05	4.727	0.103	0.090	0.915

t_0 is the time during which a certain pumping rate was effective (in hours).

Encl. 9 to: Pumping test in the Haifa sand dunes.
Recovery test at well 93 — Drawdown versus time.



ENCLOSURE 10
Recovery test at well 93 — Computation of transmissivity

t	s	$1/4\pi \sum_i Q_i \ln t_i/t_1$	$T \text{ m}^2/\text{h}$
0.02	0.373	5.67	365
0.08	0.283	4.75	403
0.25	0.266	3.98	359
0.50	0.258	3.52	327
1.43	0.216	2.81	312
21.17	0.090	1.00	267
24.67	0.090	0.915	244

T computed from: $T = \frac{1}{4\pi s} \sum_i Q_i \ln t_i/t_1$.

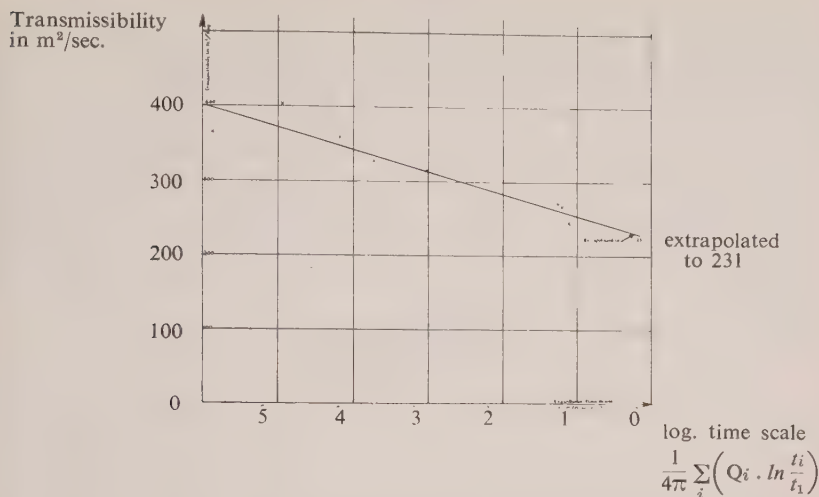
The value $T = 231 \text{ m}^2/\text{day}$ is thus found (Encl. 11). It is in excellent agreement with the transmissivity $T = 227 \text{ m}^2/\text{day}$ as computed from the pumping test by using Theis' graphical method.

The reason for the unsuitability in this case of the usual application of the recovery test method could not be ascertained with any certainty. Anisotropy of the aquifer would tend to an increase of the apparent transmissivity in course of time for the following reason: the well partially penetrates the aquifer. The gradient of flow towards such a well decreases therefore in course of time after pumping has been discontinued. The conductivity of an anisotropic undisturbed sand has its maximum in the horizontal direction. As the apparent transmissivity decreased in course of time (vide Enclosure No. 10), non-isotropy cannot explain this feature.

It is difficult to say with certainty whether the loosening of the texture of the aquifer effected by the drilling operations at wells Nos. 93 and 361 (at 50 cm distance only) would lead to such a feature.

Whatever the reason may be, it appears that where a recovery test provides values of transmissivity which constantly and consistently change in time, only such results of the recovery test should be considered which refer to a stage which is rather near the completely

Encl. 11 to: Pumping test in the Haifa Sand Dunes.
Recovery test at well 93 — Transmissibility versus time.



recovered water table. On the other hand are the differences of water level very small at that time. This greatly reduces the accuracy of the measurements. It thus appears to the authors that this limits the applicability in the field of this otherwise very helpful and easily applicable method.

Transmissivity, Hydraulic Conductivity, Storativity in the vicinity of well No. 93 Transmissivity-Conductivity

It is assumed that the average transmissivity of the aquifer computed by means of Theis' graphical method (vide Enclosure No. 5) and that computed by means of the «amended recovery method» described in the previous sections have the same weight. The average of these two values is:

$$T_{av} = 229 \text{ m}^2/\text{day}.$$

It represents therefore the most probable value for the area under review.

The thickness of the aquifer during the pumping test was 17.84 m. Therefore, the most probable value for the hydraulic conductivity in the area under review equals:

$$k_{av} = 229/17.84 = 12.8 \text{ m/day}$$

or approximately 0.015 cm/sec.

Storativity

Enclosure No. 5 indicates that final value of storativity would be in the vicinity of

$$S = 0.15.$$

This value is of a lesser accuracy than those of obtained for T and k.

Pumping test at the former Central Workshops of the Palestine Railways, Description of the test

A pumping test of about two weeks duration has been performed in 1933 at the former Palestine Railway Central Workshops. The central well (coordinates 154.970 E, 246.230 N) «Number IX» was finished with a 6" filter pipe inside a 12" liner. Only the undermost 5.20 m of the 6" pipe were perforated, allowing for about 41% penetration of the aquifer. The borehole penetrated through sand and sandstone which continued to the top of the clay, encountered at 9.88 m below Reference Level (6 cm above mean Mediterranean Sea Level).

With an initial water level in well No IX of 12.80 m at the start of pumping, the thickness of the water saturated aquifer amounted at the time to 12.7 m.

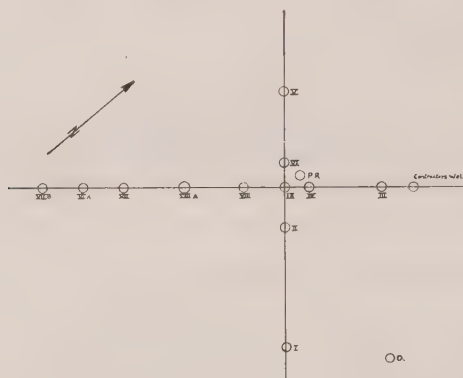
The observation wells were located in the formation of a cross. Enclosure 13 depicts the situation, Observation wells I-VIII were shallow boreholes, equipped with a 2" filter pipe inside a 6" liner and they did not penetrate the impermeable clay layer. The distances from the central well No. IX were:

to the South East		to the North East		to the North West		to the South West	
No. I	200 m.	No. III	120 m.	No. V	120 m.	No. VII	200 m.
No. II	50 m.	No. IV	30 m.	No. VI	30 m.	No. VIII	50 m.

(Vide Enclosure No. 12).

Encl. 12 to: Pumping test in the Haifa Sand Dunes.

Pumping test at railway workshops — location of wells. Scale 1 : 2500.



All measurements of the water levels and of the quantities of water withdrawn can be found in tabulated form on the data sheet (Enclosure No. 14). After stoppage of the pump in well IX, the water levels have been observed during more than a week in all wells as a recovery test. However, the Palestine Railway Well at a distance of about 25 m from well IX was pumped at irregular intervals during the recovery, thus affecting the water levels. The recovery method can therefore not be applied.

The pumping test had been performed during the rainy season. The rainfall has therefore affected the water levels and the observed water levels should be corrected accordingly. It is, however, impossible to estimate this correction and, therefore, the water levels «as observed» have been used for the following computations. The magnitude of the error thus introduced does not appear to be of a great importance as the rainfall during the months of December, January and February was low and sporadic. In order further to reduce the error, only data from such wells have been used at which the possible effect of rain was negligible as compared with the observed draw down.

The nearest observation well is at a distance from well No. IX which is more than twice the thickness of the aquifer. The effect of the partial penetration of the well could therefore be ignored.

Another disturbing factor is, however, the fact that the Palestine Railway well, next to well No. IX, had been pumped until shortly before the start of the pumping test, when the recovery from the draw down caused by the previous pumping was not yet complete.

Results of pumping test

A check of the water level records shows that the behaviour of the water levels has not always been very clearly defined. Well No. I, at a distance of 200 m to the South-East of well No. IX showed for instance a slight rise in water level, whereas well No. VII, at the same distance to the North-East, showed an increasing draw down. It has been attempted to apply the graphical Theis method also to this pumping test, using only the water level observations in wells Nos. II, III, IV, V, VI and VIII located at distances of 30, 50 and 120 m respectively from well No. IX. It appears, however, that the storativity S shows a regular increase from 11% to 23%, whereas the transmissivity decreased at the same time from 255 to 173 m²/day.

For this reason, the less accurate draw down—time curve method has been used. This method gave results only for wells Nos. IV and V—at 30 m distance from well No. IX—and for wells Nos. II and VIII—at 50 m distance. In no other case has a straight line been obtained.

The average value for T (average for the four) is

$$T_{av} = 179 \text{ m}^2/\text{day}.$$

For S , two groups of values resulted :

for wells Nos. II and VIII

$$\text{II, VIII } S_{av} = 0.17$$

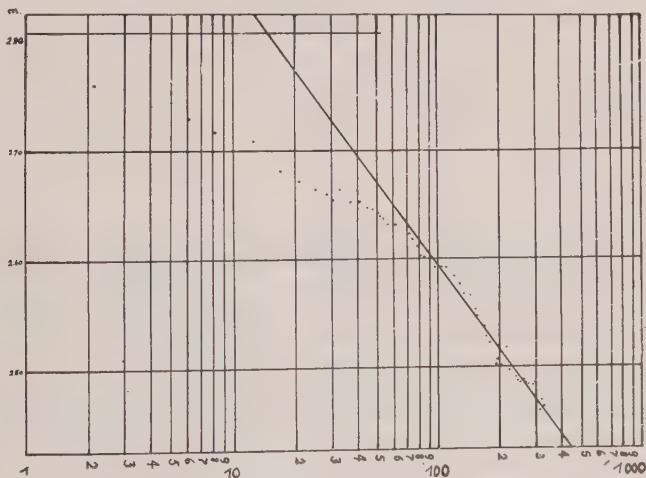
and for wells Nos. IV and VI

$$\text{IV, VI } S_{av} = 0.28.$$

(Vide Enclosures Nos. 13a, 14).

Encl. 13a to : Pumping test in the Haifa Sand Dunes.

W. L. in
well IV.



Time in hours since the pumping started

The average thickness of the aquifer was during the pumping test 12.7 m. The average conductivity resulted thus :

$$k_{av} = 179/12.7 = 14.1 \text{ m/day or } 0.0164 \text{ cm/sec.}$$

k_{av} and II, VIII S_{av} are very near those obtained for the vicinity of well No. 93, whereas the value for IV, V S_{av} differs considerably.

Further Conclusions with Regard to the Aquifer

The well logs available for well field No. 93 and the adjacent area reveal a reasonably uniform sandy aquifer. This is confirmed by the fact that the values obtained by different

ENCLOSURE 14
Pumping test at Palestine Railway Workshops
Result of pumping test

Well	Distance from well IX (m)	T m ² /day	Time of intersection point (h)	S
IV	30	167	15.1	0.262
VI	30	151	18.7	0.293
II	50	221	19.4	0.160
VIII	50	177	27.7	0.183
Average		179		

methods of computation and for different points for T, k , and S are in excellent agreement with each other. The gradual apparent increase in time of S demonstrates that the dewatering of the aquifer intensifies until it attains its maximum value characteristic of the aquifer.

At and near well field No. IX, the aquifer consists of a body of sand with an intercalated layer of sandstone. It is known that such a sandstone formation generally has a higher conductivity than sand of a similar grain size. Both methods of computation revealed that transmissivity decreases in time. This indicates that the highly transmissible sand-stone extends over a relatively small distance only and that whilst dewatering of the aquifer progresses, more and more of a less conductive aquifer contributes towards the water supply of well No. IX. The final value for k is almost identical with that of well No. 93. As this value is characteristic of sand of this kind in Israel, it appears that the bulk of the aquifer is sandy also in the more distant parts of well field No. IX, whereas the sandstone is limited to a lenticular agglomeration at well No. IX. The gradual increase of S has been explained already. In this special case, the northerly part of the aquifer has a higher storativity than the more southerly one.

The Water Balance in the Area of Well No. 93

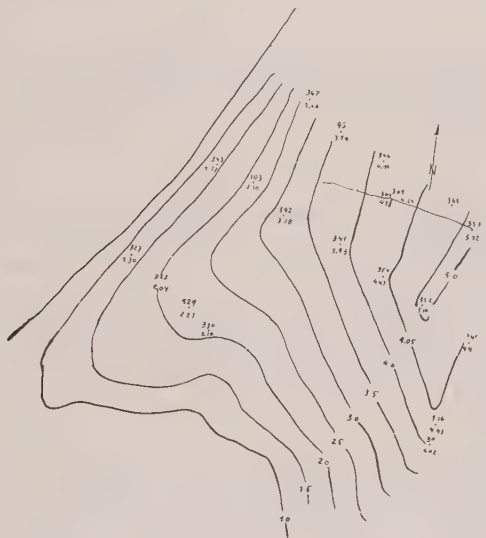
In the area between Well No. 93 and the watershed no pumping took place during a number of years and therefore a water balance can easily be established. A small strip of land of one metre width between two streamlines has been considered. Its upstream boundary is at the watershed and the downstream side is bounded by well No. 93. The only addition from outside to the water contents originates from the rainfall. That part of the rainfall that actually is added to the storage is called the effective rainfall or the replenishment. The water balance equation states that the effective rainfall in a certain period over that strip of land can be expressed by the amount of water discharged through the downstream cross section, increased by the change of storage in the area.

The water levels have been measured by monthly readings in a number of wells and contour maps have been drawn for the maximum and the minimum water levels in each year. The watershed has been ascertained by means of these contour maps. The flow lines are the orthogonal trajectories of the equipotentials and the length of the catchment from the watershed to well No. 93 has been measured along the streamlines for the minimum and for the maximum levels in a hydrological year. The average of the two has been used for the computation. The length of the catchment is listed for each hydrological year (vide Enclosure No. 16). The hydrological year counts from 1st October of one year to 30th September of next year.

The water levels at 1st October along the catchment, in particular in the wells 361, 345, 346 and 353 served for the computation of the change in storage. The average rise (or drop) of the water level times the catchment area times the storativity (assumed as $S = 0.15$) gave the change of storage during the year.

The discharge of water during the year through the cross section at well 93 has been computed by means of Darcy's law. A conductivity of 0.015 cm/sec. has been assumed. The gradient has been computed from the water levels in the observation wells and the assumed thickness of the aquifer equals the annual average thickness determined for Well No. 93.

Encl. 15 to : Pumping test in the Haifa Sand Dunes.
 Water Balance Area well 93 — Minimum levels in the year 1941/42
 93: well number
 3.54: water level.



ENCLOSURE 16

Water balance area well 93 — Replenishment computed for a 1 m. wide strip
 Conductivity: 0.015 cm/sec. — Storativity: 15%

Hydrological year	Rainfall P (mm p.a.)	Rainfall on catchment (m ³ p.a.)	Gradient at well 93 (° 10'—3)	Mean depth of water m.	Annual discharge at well 93 (m ³ p.a.)	Difference storage (m ³ p.a.)	Replenishment (m ³ p.a.)	Average length of catchment m.	Replenishment (mm p.a.)
1938/39	432.4	602	1.86	17.45	152	36	116	1395	83
1939/40	432.6	617	2.22	17.26	179	2	177	1430	124
1940/41	417.6	537	2.31	17.20	187	23	164	1285	128
1941/42	271.1	366	2.35	16.91	186	49	137	1350	102
1942/43	644.6	862	2.19	17.26	177	185	262	1340	196
1943/44	530.6	696	2.17	17.35	176	4	172	1305	132
1944/45	729.6	990	2.47	17.78	205	54	259	1360	190
1945/46	512.5	700	2.38	17.50	195	45	150	1360	110
Average for 8 years	496.4								133.1
Average 1901/30	616								
Average 1921/50	573								

Linear regression: $R = 0.233$, $P + 17.5$
 $+ 15.6\%$

EXTENSION OF DARCY LAW TO UNSTEADY UNSATURATED FLOW THROUGH POROUS MEDIA ⁽¹⁾

by

S. IRMAY

1. Introduction

The steady flow of viscous incompressible and chemically inactive fluids through saturated homogeneous isotropic and geometrically stable porous media, in the absence of compressible free gases (air, vapor bubbles) at low Reynolds numbers and constant temperature, obeys the Darcy law [IRMAY, 1947] ⁽²⁾

$$(1) \quad q = -k \cdot \text{grad.} E = -K \cdot g / \nu \cdot \text{grad.} E$$

where q = specific discharge (discharge per unit area, dimensions LT^{-1}); γ = unit weight of the fluid; ν = its kinematic viscosity; $E = z + p/\gamma$ = potential or energy of flow per unit weight; z = height above datum; p = fluid pressure. The coefficient k (dimensions LT^{-1}), called hydraulic conductivity [RICHARDS, 1952], measures the permeability of the porous medium to the given fluid; K (dimensions L^2), called specific or intrinsic permeability [MUSKAT, 1937], measures the permeability of the medium to any fluid. KOZENY [1927; see also IRMAY, 1947] gives the formula :

$$(2) \quad K = Cd^2 \cdot n^3 / (1 - n)^2$$

which has been confirmed experimentally [SULLIVAN and HERTEL, 1942; ROSE, 1943] ⁽³⁾, where n = porosity or volume of voids in a unit volume of the porous medium, d = effective diameter of the soil grains; C = a numerical constant of the order of 0.01, depending on the shape of grains and soil structure. IRMAY, [1954] takes into consideration the ineffective porosity c_0 or that part of the voids which is filled with dead water, i.e. practically stagnant water, which adheres to the surface of the grains and stays in the sharp angles between the grains; also called threshold concentration in water. It is of the order of $0.2n$ to $0.5n$. Then (2) becomes :

$$(3) \quad K = Cd^2 (n - c_0)^3 / (1 - n)^2$$

Darcy law may be extended to non-isotropic media [IRMAY, 1951b; SCHNEEBELI, 1953], to non-homogeneous media [BOUSSINESQ, 1904; IRMAY, 1953], to geometrically unstable media [FLORIN, 1948; JACOB, 1950], to unsteady flow [IRMAY, 1951a] and to compressible fluids [MUSKAT, 1937], assuming always complete saturation of the soil with water or any other fluid.

RICHARDS [1931] has extended Darcy law to unsaturated flow, when part of the voids contains air in form of bubbles in a continuous phase, assuming that K is a function of the capillary potential. GARDNER [1946] assumes K to be an unknown function of the moisture content above, or of the equivalent volume concentration in water c , i.e. the partial volume of water in a unit volume of soil. EDLEFSEN and ANDERSON [1943] extend Darcy law by adding to the mechanical potential E the capillary and osmotic potentials.

IRMAY [1951c] studied the effect of air bubbles in the hydrostatic case (no flow). The bubbles are assumed to be separated from the atmosphere by a 'plasma' of grains and water, and form a closed phase. Applying the gas laws :

$$(4) \quad p(n - c) = RT = p_0 v_0 = \text{const} = a$$

⁽¹⁾ Division of Hydraulic Engineering, Israel Institute of Technology, Haifa.

⁽²⁾ Square brackets refer to the bibliography at the end of paper.

⁽³⁾ Rose's experiments confirm (2) though he does not state this explicitly.

where p = pressure inside bubbles, equal to the hydrostatic fluid pressure, when capillary effects are neglected; T = absolute temperature; R = the constant of the bubble gas; $n - c$ = volume of bubbles in unit volume of soil; p_0, v_0 = the corresponding values of $p, n - c$ at some initial state, e.g. at atmospheric pressure. A slightly modified form takes into account the solubility of air in water.

IRMAY [1954] has also shown that unsaturated steady flow of mixtures of a liquid and a gas obeys Darcy law, as confirmed experimentally by WYCKOFF and BOTSET [1936] and MUSKAT [1949] for sands and similar media. The relative permeability K/K_{sat} (where K refers to unsaturated and K_{sat} to saturated flow) is found to be a universal function of the degree of liquid saturation $s = c/n$. An approximate theory gives (see also BUDA-GOVSKI, 1955):

$$(5) \quad K = K_{sat} (s - s_0)^3 / (1 - s_0)^3 = K_{sat} (c - c_0)^3 / (n - c_0)^3 = Cd^2 (c - c_0)^3 / (1 - n)^2$$

where $s_0 = c_0/n$ is the threshold degree of saturation. This confirms Gardner's hypothesis that K is a function of the concentration in water $c = ns$, and, indirectly Richards' hypothesis that K is a function of the capillary potential E_c , which is itself a function of c . Gardner suggests [BAVER, 1948] an empirical equation.

$$(6) \quad E_c = a_1/c + a_2$$

where a_1, a_2 are appropriate constants. GARDNER [1936] is hopeful of expressing (6) and similar formulae in terms of definite soil properties.

A quite different direction has been taken by the followers of the diffusion theory: GARDNER and WIDTSOE [1921], CHILDS [1936, 1938], NICHOLSON and CHILDS [1936] and OSTASHEV [1936]. They assume that the capillary flow of moisture is analagous to heat transmission in solids or to molecular diffusion in gases. The corresponding equation is

$$(7) \quad \partial c / \partial t = D \nabla^2 c$$

where D = diffusion constant per unit bulk density, $\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2$ = Laplace operator = div grad. This hypothesis has been rejected by KIRKHAM and FENG [1949] on the basis of experiments by these authors, SREENIVASON, [1942], GARDNER [1920, 1921], GREEN and AMPT [1911] ⁽¹⁾. Kirkham finds in the case of horizontal one-dimensional diffusion that there exists a well-defined wetted front which advances according to the law

$$(8) \quad x = b_1 t^{1/2} + b_2$$

where b_1, b_2 are appropriate constants, instead of the theoretical

$$(9) \quad x = b_1 t^{1/2}$$

The concentration c at a given instant is represented in *fig. 1* by curve through circles. Ostashev's theory gives a quite different distribution:

$$(10) \quad c = c_i + (c_w - c_i) \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi_0}} \int_{u=0}^{x/2\sqrt{Dt}} e^{-u^2} du \right]$$

represented by the full curve,

where c_i = initial moisture (constant) throughout the soil; c_w = moisture applied and maintained at all times after $t = 0$ at the wetted end ($x = 0$); u = running variable of integration.

Irmay and Ollendorff suggested [IRMAY, 1947] to modify the diffusion hypothesis by adding a gravity term so that (7) becomes:

$$(11) \quad \partial c / \partial t = D_0 \nabla^2 c + w_0 \partial c / \partial z$$

where w = mobility of water in soil, supposed constant (dimensions LT^{-1}).

⁽¹⁾ The author's experiments on dune and quartz sands, and salty silt, with tap water and Dead Sea water (sp. gr. 1.218, viscosity 3 cp), tend to confirm (9). See *fig. 4*.

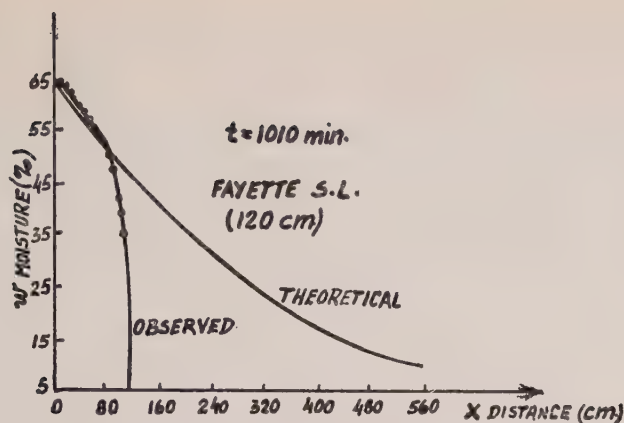


Fig. 1

Ostashev's (theoretical) and observed moisture distribution (from KIRKHAM-FENG, 1949).

2. Basic Assumptions

In what follows the author extends Darcy law to the case of unsteady unsaturated flow by combining (1), (3), (4), (5) and the equation of continuity. The resulting moisture distribution and progression of wetted front are compatible with the available experimental data such as (8) and others, and within very narrow limits with the hypothesis of diffusion-mobility (11).

The major assumptions are as follows:

a) Darcy law (1) is valid.

b) The fluid consists of a continuous liquid phase interspersed with discontinuous gas bubbles; neglecting for simplicity's sake capillarity and solubility of gas in liquid, (4) is valid. By differentiation:

$$(12) \quad \begin{aligned} \text{grad } p &= a/(n-c)^2 \cdot \text{grad } c \\ p_x &= a/(n-c)^2 \cdot c_x; \quad (p_x = \partial p / \partial x) \end{aligned}$$

c) There exists ineffective pore water, the volume of which per unit soil volume is c_0 .

d) The average fluid weight per unit voids volume is $\gamma c/n$; the corresponding average ineffective fluid weight is $\gamma(c-c_0)/n$. Hence the variable potential energy is defined not by $z + p/\gamma$ (*) but by

$$(13) \quad E = z + \int n/\gamma (c-c_0) \cdot dp$$

e) For unsaturated soils the hydraulic conductivity is a known function of c :

$$(14) \quad k = k(c)$$

a first approximation of which is given by (5):

$$(15) \quad k = k(c) = \alpha (c-c_0)^3$$

where $\alpha = Cd^2g/\nu(1-n)^2$

f) Equation of continuity is valid

$$(16) \quad \partial c / \partial t + \text{div } q = 0$$

(*) A thermodynamic study is required to verify this assumption (whether to introduce here n or not).

3. Horizontal Flow (direction x)

Writing c_x for $\partial c/\partial x$, c_t for $\partial c/\partial t$ and so on, we get:

$$c_t = -\operatorname{div} q = -q_x = (kE_x)_x = [k(c).n/\gamma (c - c_0).p_x]_x = n \alpha/\gamma [(c - c_0)^2 p_x]_x = na \alpha/\gamma [(c - c_0)^2/(n - c)^2.c_x]_x$$

(17)

$$c_t = [D(c).c_x]_x = D(c).c_{xx} + D'(c).c_x^2$$

where

$$(18) \quad \left\{ \begin{array}{l} D(c) = (c - c_0)^2/(n - c)^2.na \alpha/\gamma \\ D'(c) = \partial D/\partial c = 2n(n - c_0)a \alpha/\gamma.(c - c_0)/(n - c)^3 \\ c_{xx} = \partial^2 c/\partial x^2 \end{array} \right.$$

(17) is analogous to the diffusion equation (7), only its diffusivity constant D varies with the moisture c according to (18). Defining the degree of effective saturation S by

$$(19) \quad S = (c - c_0)/(n - c_0) = (s - s_0)/(1 - s_0)$$

so that $S = 1$ for $c = n$ (complete saturation $s = 1$)

$S = 0$ for $c = c_0$ (hygroscopic moisture: $s = s_0 = c_0/n$), we get

$$(20) \quad D = S^2/(1 - S)^2.na \alpha/\gamma$$

$S = 0$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.75	0.9	0.99	1.0
$\gamma/na\alpha.D = 0$	0.012	0.063	0.143	0.444	1.0	9	81	10 000	∞

The diffusion disappears at hygroscopic moisture ($S = 0$); it becomes infinite at complete saturation ($S = 1$). This explains why the usual diffusion theory does not account for what is going on near the saturated end.

Referring to (13) we obtain

$$\begin{aligned} E_t &= n/\gamma (c - c_0).p_t = an/\gamma (c - c_0) (n - c)^2.c_t \\ E_x &= an/\gamma (c - c_0) (n - c)^2.c_x \\ E_z &= 1 + an/\gamma (c - c_0) (n - c)^2.c_z \end{aligned}$$

Introducing into (17) we obtain the differential equation of E :

(21)

$$\gamma/an.(c - c_0) (n - c)^2 E_t = [k(c).E_x]_x = k(c).E_{xx} + k'(c).E_x^2$$

where

$$(22) \quad k(c) = \alpha (c - c_0)^3; \quad k'(c) = 3 \alpha (c - c_0)^2$$

Equation (17), or its equivalent (21), is the generalized diffusion equation. It is non-linear, and in general non-integrable by the usual analytical methods. One particular solution may be obtained if we assume that c or E is function of the parameter $X = (x - x_0)/t^{0.5}$ only, where x_0 is an appropriate constant:

$$(23) \quad \left\{ \begin{array}{l} c = f(X) \\ E = g(X) \end{array} \right.$$

with

$$\gamma/an_0.(f - c_0) (n - f)^2 g' = f'$$

Introducing into (17) or (21), and remembering that

$$c_t = f'.X_t = -0.5 t^{-1}.Xf'$$

$$c_x = f'.X_x = t^{-1/2}f'$$

$$c_{xx} = t^{-1/2}.f''/X_x = t^{-1}f''$$

$$D.f'' + D'f'^2 + 0.5Xf' = 0$$

which, by (18), (23) becomes :

$$(24) \quad (n-f)(f-c_0)^2 f'' + 2(n-c_0)(f-c_0)f'^2 + \gamma/2a \alpha n.X (n-f)^3 f' = 0$$

Similarly :

$$(25) \quad (f-c_0)^2 g'' + 3(f-c_0)g'^2 + \gamma/2a \alpha n.X (n-f)^2 g' = 0$$

These are two ordinary differential equations which give $c = f(X)$ and $E = g(X)$, provided we know two additional conditions. These may be, e.g.

a) At the wetted end ($x = 0$, hence $X = 0$), the energy potential is known: $E = E_0$ and $f = n$ (complete saturation).

b) At the dry end the moisture has a constant value, e.g. the initial moisture c_1 ; or the hygroscopic moisture c_0 :

$$c = \text{const}$$

Hence by (23) we have also $E = \text{const}$, e.g. $= 0$ and

$$X = \text{const} = b$$

or

$$x = x_0 + bt^{0.5}$$

which is Kirkham's experimental equation (8) of the wetted front. This is also compatible with the theory of capillarity alone, which gives $b = \sqrt{2kh_c/n'}$, where h_c is the capillary head. Experiments, however, do not confirm it. [IRMAY, 1951a].

The form of the functions f and g can be obtained by integration of (24), (25) and compared with experiments.

(a) At wetted end $x = 0$ and $X = 0$.

(i) The soil is saturated ($f = n$), hence $f' = 0$ (horizontal tangent) as observed by KIRKHAM and FENG [1949].

(ii) The curve is concave upwards ($f'' > 0$, hence $f > n$, i.e. supersaturation, as observed by BODMAN and COLMAN [1944].

(iii) The curve is concave downwards ($f'' < 0$), hence $f < n$, as observed by KIRKHAM and FENG [1949].

(b) A wetting front, when the soil is initially air-dry ($f = c_0 = \text{const}$), hence also $X = \text{const} = b$. A possible solution is $f' = -\infty$ (vertical tangent), i.e. a very rapid moisture decrease. The other solution $f' = 0$ (horizontal tangent) has not been observed.

(c) At any fixed section after a very long time ($t = \infty$, $X = 0$):

(i) Either $f = n$ (complete saturation) and $f' = 0$;

(ii) Or both $f' = 0$, $f'' = 0$ (horizontal straight line), as observed by BODMAN and COLMAN [1944].

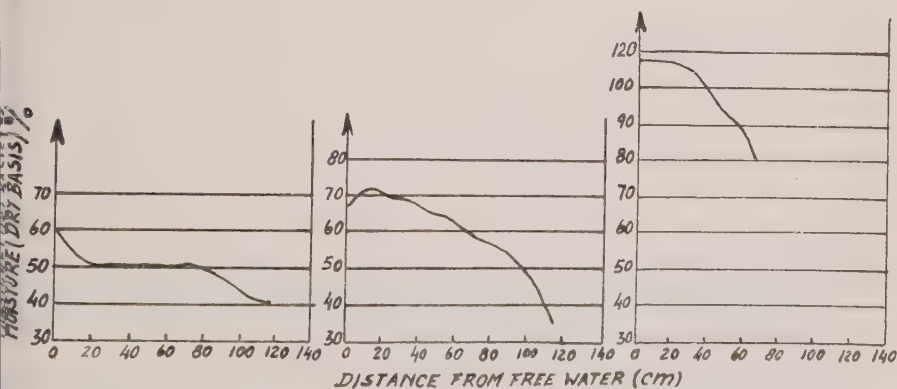


Fig. 2
Observed moisture distribution (KIRKHAM-FENG, 1949) .

Fig. 2 sums up the various observed curves $f(X)$. It is very probable that in the neighbourhood of $X = 0$, the previous theory is inapplicable, as it neglects capillarity; the velocities correspond to higher Reynolds numbers, so that Darcy law is inapplicable; inertial effects become important.

A different solution of (17) may be found by linearization. We assume c to vary very little around its average c_m :

$$(26) \quad c = c_m + d$$

so that the squares of d and its derivatives may be neglected
(17) becomes:

$$d_t = D(c_m).d_{xx} \text{ or } c_t = D(c_m).c_{xx}$$

which is the usual diffusion equation (7).

4. Vertical Downward Flow (direction $Z = -z$)

$$\begin{aligned} c_t &= -\operatorname{div} q = -q_z = (kE_z)_z = \{k(c) \cdot [n/\gamma(c - c_0).p_z + 1]\}_z = \\ &= n\alpha/\gamma [(c - c_0)^2 p_z]_z + \alpha[(c - c_0)^3]_z = n\alpha/\gamma \cdot [(c - c_0)^2 \cdot (n - c)^2 \cdot c_z] + 3\alpha(c - c_0)^2 c_z, \\ c_t &= [D(c).c_z + k(c)]_z = D(c).c_{zz} + D'(c).c_z^2 + k'(c).c_z \end{aligned}$$

As $c_z = -c_z$; $c_{zz} = c_{zz}$

$$(27) \quad c_t = [D(c).c_z - k(c)]_z = D(c).c_{zz} + D'(c).c_z^2 - k'(c).c_z$$

Similarly:

$$(28) \quad \gamma/an.(c - c_0)(n - c)^2 E_t = [k(c).E_z]_z = k(c).c_{zz} + k'(c).c_z E_z$$

with

$$\begin{aligned} c_z &= \gamma/an.(c - c_0)(n - c)^2 (E_z + 1) \\ k(c) &= \alpha(c - c_0)^3 \end{aligned}$$

(27) or (28) is the generalized diffusion equation with gravitational mobility (11). It is non-linear and in general non-integrable. One particular solution may be obtained, if we assume that c or E is function of the parameter $Y = Z - vt$ only, where v is an appropriate constant with the dimensions LT^{-1} :

$$(29) \quad c = F(Y); E = G(Y)$$

(27) or (28) then become, as:

$$c_t = -vF'$$

$$c_t = F'$$

$$c_{zz} = F''$$

$$D.F'' + D'.F'^2 + (v - k')F' = 0$$

or

$$(30) \quad (n - F)(F - c_0)^2 F'' + 2(n - c_0)(F - c_0)F'^2 + [v - 3\alpha(F - c_0)^2] \gamma/\alpha n.(n - F)^3 F' = 0$$

This is an ordinary differential equation which gives $c = F(Y)$ provided we know two additional conditions, as in the case of horizontal flow. Such a solution is usually observed after a very long time: the wetted front moves at a constant velocity v . Any observer moving with that velocity will see everything (c, E) unchanged.

A solution of the type $c = f(X)$ where $X = (Z - Z_0)/t^{0.5}$ does not exist in general. Proceeding as for (23) we obtain

$$D.f'' + D'.f'^2 + (0.5X - k'\sqrt{t})f' = 0$$

This becomes an ordinary differential equation only for small t and large X . Examining the BODMAN and COLMAN [1944] curves (fig. 3), we find for Yolo sandy loam ($n = 0.47$) and Yolo silt loam ($n = 0.48$) that $c = f(X)$ ⁽¹⁾.

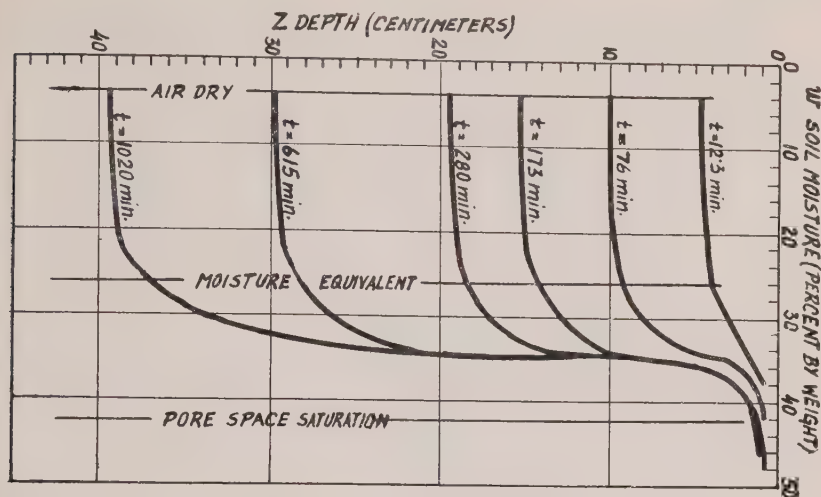


Fig. 3
Distribution of moisture and wetted depth at various moments
from BODMAN-COLMAN, 1944).

Values of $X = Z/t^{0.5}$ (cm/min^{0.5}) for various moisture contents w

$w =$	0.20	0.22	0.24	0.26	0.28	0.30	0.32	0.34	0.36	0.38	0.40
t (min)											
Yolo sandy loam	8.6	3.46	3.34	3.26	3.02	2.74	1.71	0.68	0.45	0.34	
	20.6	3.34	3.30	3.23	3.01	2.71	1.10	0.44	0.36	0.29	
	33.6	3.45	3.38	3.19	2.90	2.50	0.86	0.35	0.29	0.23	
	72	3.50	3.42	3.22	2.95		uncertain values				
	125	3.62	3.59	3.46	3.14						
average	3.47	3.41	3.27	3.00							
Yolo silt loam	12.3	1.23	1.19	1.14	1.06	1.00	0.88	0.71	0.62	0.43	0.27
	76	1.11	1.10	1.08	1.07	1.02	0.96	0.83	0.67	0.35	0.19
	173	1.14	1.13	1.11	1.08	1.04	1.00	0.92	0.84	0.34	0.15
	280	1.14	1.13	1.12	1.09	1.06	1.03	0.96	0.89	0.36	0.13
	615	1.18	1.17	1.16	1.14	1.12	1.07	1.01	0.94	0.24	0.09
	1020	1.21	1.20	1.18	1.16	1.11	1.06	0.97	0.85	0.19	0.09
average ⁽²⁾	1.17	1.15	1.13	1.10	1.06	1.00	0.90	0.80	0.37	0.27	0.12

The constancy of X for a given c is quite satisfactory, except for the smaller values of X . Fig. 5, based on these values, gives the general form of the function $f(X)$.

⁽¹⁾ Or rather $w(X)$, where w is the moisture content, or ratio of water weight to weight of dry matter.

⁽²⁾ The last three averages are based on initial values. The X -values have been computed by Mr. Z. Zinamon.

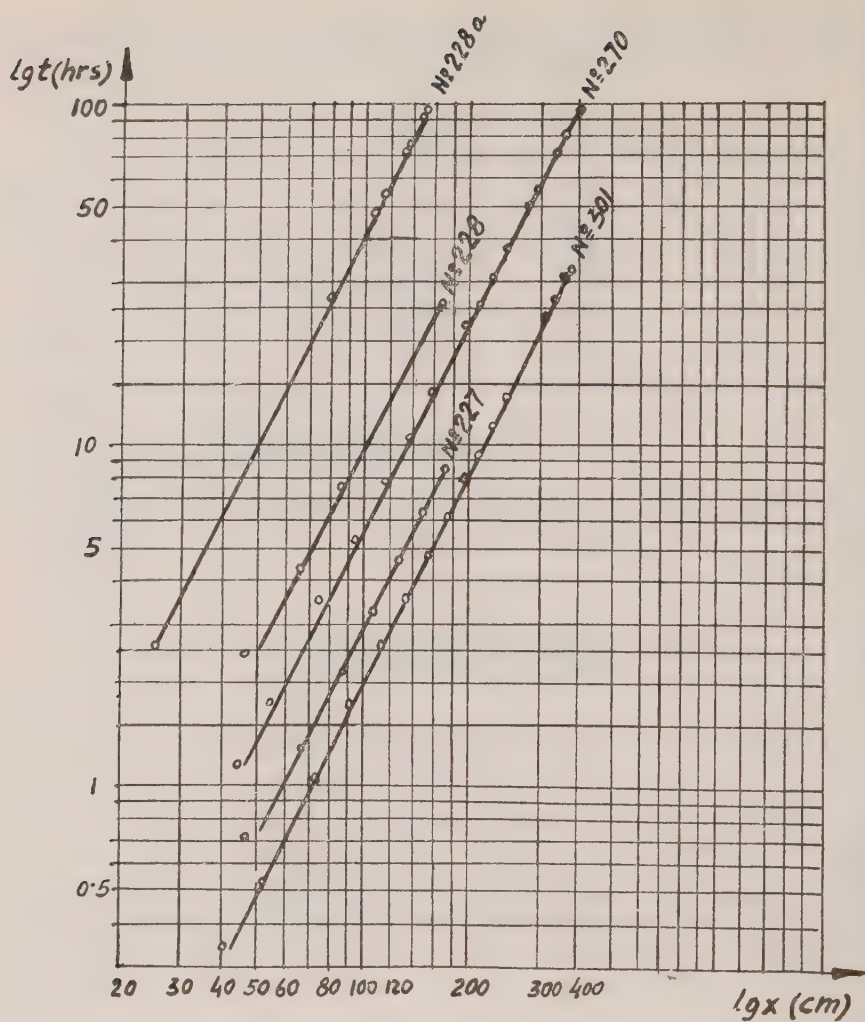


Fig. 4
 Movement of wetted front into soils
 Dead Sea water (nos. 228, 228a)
 Salty silt (no. 228a)
 Fine sand (0.16 ÷ 0.26 mm) nos. 227, 228, 270)
 Sand (0.25 ÷ 0.35 mm) (no. 301).

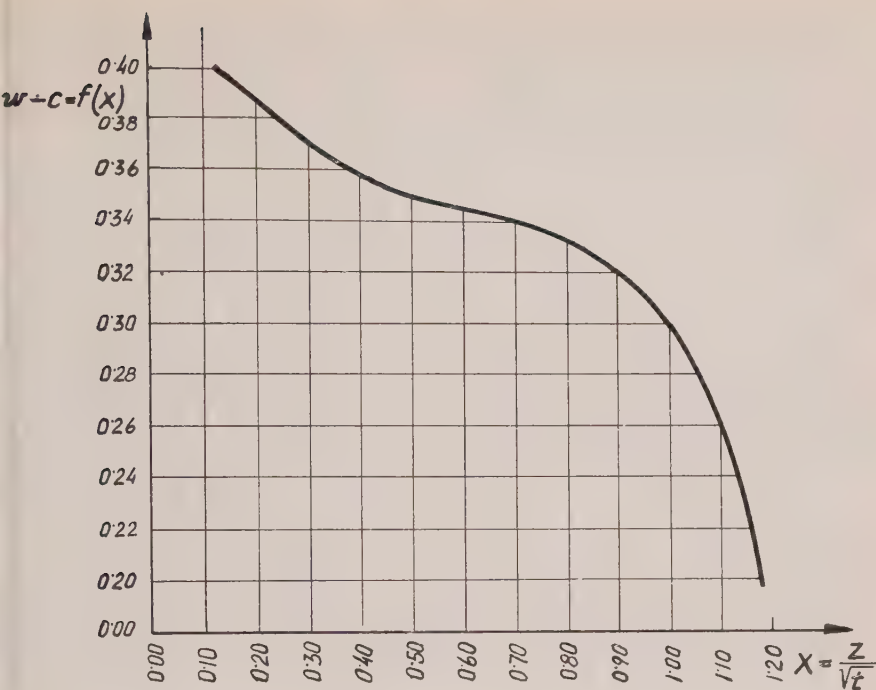


Fig. 5
Universal function of moisture distribution in soils.

REFERENCES

- BAVER, L. D., 1948. *Soil Physics*, Wiley & Sons, New York.
- BODMAN, G. B. and COLMAN, E. A., 1944. *Soil Sci.*, v. 8, pp. 116-122.
- BOUSSINESQ, M. J., 1904. Recherches théoriques sur l'écoulement des nappes d'eau dans le sol et sur le débit des sources, *J. Math.*, v. 10, Paris.
- BRUDAGOVSKI, A. I., 1955. *Infiltration of water into soil* (in Russian) USSR, Academy of Sci., Moscow.
- CHILDS, E. C., 1936. The transport of water through heavy clay soils, I, III. *Journ. Agr. Sci.*, vol. 26, pp. 114-141, 527-545.
- CHILDS, E. C., 1938. The movement of water in heavy soils after irrigation, *Soil Sci.*, v. 57, pp. 381-391.
- EDLEFSEN, N. E. and ANDERSON, A. B. C., 1943. Thermodynamics of soil moisture, *Hilgardia*, v. 15, no. 2, *Agric. Exp. Sta. Univ. of Calif.*, Berkeley, Calif.
- GARDNER, W., 1920. A capillary transmission constant and methods for determining it experimentally, *Soil Sci.*, v. 10, pp. 103-127.
- GARDNER, W., 1921.
- GARDNER, W., 1936. The role of capillary potential in the dynamics of soil moisture, *Journ. Agr. Res.*, v. 53, pp. 57-61.
- GARDNER, W., 1946. Infiltration, *Trans. Am. Geophysics Union*, v. 27, pp. 126-128.
- GARDNER, W., and WIDTSOE, J. A., 1921. The movement of soil moisture, *Soil Sci.*, v. 11, pp. 215-233.
- GREEN, W. H. and AMPT, G. A., 1911. Studies on Soil Physics: I. The flow of air and water through soils, *Journ. Agr. Sci.*, v. 4, pp. 1-25.
- ERMAY, S., 1947. Sur le mouvement des eaux dans le sol, *Rev. Universelle des Mines*, v. 3, n° 4, Liège.
- ERMAY, S., 1951a. On the motion of capillary moisture in soils, *Scient. Publ.*, 4, Hebrew Inst. Of Technology, Haifa, Israel (Hebrew text, English abstract).
- ERMAY, S., 1951b. Darcy law for non-isotropic soils, *Intern. Ass. Sci. Hydrology, I.U.G.G.*, Brussels, v. 2, p. 178.
- ERMAY, S., 1951c. The effect of air bubbles on the law of hydrostatic pressures in unsaturated soils, *Intern. Ass. Sci. Hydrology, I.U.G.G.*, Brussels, v. 2, pp. 179-183.

- IRMAY, S., 1953. Saturated steady flow in non-homogeneous media and its applications to earth embankments, wells, and drains, *3rd International Conf. on Soil Mech. and Found. Eng.*, Zurich, v. 2, pp. 259-263.
- IRMAY, S., 1954. On the hydraulic conductivity of unsaturated soils, *Trans. Am. Geophys. Union*, v. 35, no. 3, pp. 463-467.
- JACOB, C. E., 1950. *Flow of ground water*, Engineering Hydraulics, ed. H. Rouse, Wiley and Sons, New York.
- KIRKHAM, D. and FENG, C. L., 1949. Some tests of the diffusion theory, and laws of capillary flow, in soils, *Soil Science*, v. 67, no. 1.
- KOZENY, J., 1927. Ueber kapillare Leitung des Wassers im Boden, *Sitzb. Akad. Wiss. Wien, Math. naturw. Kl.*, v. 136, (Abt. IIa), pp. 271-306.
- MUSKAT, M., 1937. *The flow of homogeneous fluids through porous media*, McGraw-Hill, New York.
- MUSKAT, M., 1949. *Physical principles of oil production*, McGraw-Hill, New York.
- NICHOLSON, M. A. and CHILDS, E. C., 1936. The transport of water through heavy clay soils: II. *Journ. Agr. Sci.*, v. 26, pp. 128-142.
- OSTASHEV, N. A., 1936. The law of distribution of moisture in soils and methods for the study of the same, *Intern. Conf. Soil Mech. and Found. Eng.*, Proc. vol. 1 (Sect. K) pp. 227-229.
- RICHARDS, L. A., 1931. Capillary conduction of liquids through porous mediums, Ph. D. thesis, Cornell Univ. (unpublished).
- RICHARDS, L. A., 1952. Water conducting and retaining properties of soils in relation to irrigation, *Proc. Intern. Symposium on Desert Research*, Jerusalem.
- ROSE, H. E., 1943. An experimental investigation into the laws of flow of liquids and gases through beds of granular material, Ph. D. thesis, Univ. Manchester (unpublished).
- SCHNEFEBEL, G., 1953. Sur la théorie des écoulements de filtration. *La Houille Blanche*, n° spécial, A, pp. 80-86.
- SREENIVASON, P. S., 1942. The influence of packing on the movement of moisture through the soil, *Current Sci. (India)* vol. II (7) pp. 287-288.
- SULLIVAN, R. R. and HERTEL, K. L., 1942. The permeability method for determining specific surface of fibres and powders, *Advances in Colloid Science*, pp. 37-80, Interscience Publ., New York.
- WYCKOFF, R. D. and BOTSET, H. G., 1936. The flow of gas-liquid mixtures through unconsolidated sands, *Physics*, v. 7, Sept.

Abstract

Unsaturated steady flow of water interspersed with gas bubbles, through sands and similar porous media, at low Reynolds numbers, obeys Darcy law. The relative permeability is not constant, but a universal function of the degree of saturation, approximately a cubic parabola. The equation of continuity gives a non-linear second order partial differential equation, similar in structure to the Ollendorff-Irmay equation of diffusion with gravitational mobility, and gives both the moisture distribution and the progression of the wetted front.

In one-dimensional horizontal flow there exists an exact solution of the form $x = at^{\frac{1}{2}} + b$, ($a, b = \text{constants}$, $t = \text{time}$, $x = \text{wetted path}$) and the moisture content is a function of $(x - b)/t^{\frac{1}{2}}$ alone. This has been verified experimentally. The diffusivity varies between zero at air-dry moisture to infinity at saturation, which explains the discrepancies when the constant-diffusivity hypothesis is used.

In vertical descending flow, the previous solutions are valid initially, then tend towards an asymptotic solution characterized by $Z = vt$ ($v = \text{const.}$, $Z = \text{wetted path}$). The moisture content is then a function of $(Z - vt)$ alone.

Similar behaviour is obtained on the basis of the capillary tube hypothesis.

METHODE DE DETERMINATION DU RAYON D'APPEL DES FORAGES ET DU COEFFICIENT DE DARCY APPLICATION A L'ETUDE DE L'EPUISEMENT DE LA NAPPE DES SABLES PALEOCENES DE L'AQUITAINE

par

H. SCHOELLER

Professeur de Géologie à la Faculté des Sciences de Bordeaux

Résumé

Connaissant la pente i de la surface piézométrique d'une nappe captive, le rabattement Δ du niveau de l'eau d'un forage et le rayon r de sa crépine, l'équation $Rf \log Rf/r = \Delta/2,3 i$ permet de calculer le rayon d'appel Rf de ce forage. De là, on tire facilement le coefficient de perméabilité du terrain à l'aide des formules ordinaires des forages ou des nappes. Une application est faite à l'étude, en cours, de l'épuisement de la nappe des Sables paléocènes d'Aquitaine.

Ce travail a pour but de montrer tout le parti que l'on peut retirer des essais de débit des puits artésiens pour déterminer le coefficient de Darcy des terrains aquifères. La même méthode est applicable aux puits des nappes phréatiques libres. Il suffit de connaître la pente i de la surface piézométrique de la nappe, l'épaisseur ε du terrain aquifère. En effet le rayon d'appel Rf du forage est simplement calculé à l'aide du rabattement Δ du niveau de l'eau au forage, du rayon r du forage et de la pente i .

Je préciserai d'abord quelques termes. Pour éviter toute équivoque, j'appellerai *coefficient de Darcy*, le produit $K = k \gamma/\mu$, k étant le coefficient de perméabilité, γ le poids spécifique de l'eau et μ le coefficient de viscosité. Le cône d'appel ou zone d'appel sera toute la partie de la nappe dont les filets liquides se dirigent vers le forage. Le rayon fictif Rf est celui du cône d'appel. Le front d'emprunt F du puits, correspond à toute la section de la nappe qui alimente le forage.

Je rappellerai ⁽¹⁾ que le rayon fictif d'appel Rf n'a pas une valeur quelconque. Dans une nappe sans écoulement, il est uniquement lié aux limites géométriques du système aquifère. Dans une nappe en mouvement, il ne dépend que du débit du forage et du débit q_u de la nappe par unité de front de celle-ci.

Calcul du rayon d'appel fictif, Rf , du coefficient de Darcy, K , et du débit q_u de la nappe par mètre de front

a) Le débit des puits artésiens

On sait que le débit d'un puits artésien traversant entièrement l'épaisseur ε de l'aquifère, est lié au coefficient de Darcy K du terrain, à l'épaisseur ε de l'aquifère, au rabattement Δ du niveau de l'eau du forage, au rayon r de la crépine et au rayon fictif d'appel Rf , par la relation :

$$q = 2 \pi K \varepsilon \frac{\Delta}{\log_e Rf/r} \quad (1)$$

Lorsque le forage ne pénètre dans le terrain aquifère que sur une longueur l , d'après Kozeny ⁽²⁾, ε doit être remplacé par :

$$\varepsilon' = 1 \left(1 + 7 \sqrt{\frac{r}{2l}} \cos \frac{\pi l}{2\varepsilon} \right) \quad (2)$$

⁽¹⁾ SCHOELLER H. (1956). Zone et rayon d'appel, débits spécifiques des forages et puits, calcul des constantes des couches aquifères et de la longueur du front d'emprunt. I. U. G. G. News Letter, n° 13, 145-162. et Bulletin n° 1 de l'AIHS

Dans ce cas, l'eau pénètre dans le forage, à la fois par les parois de la crépine et la section inférieure du tubage.

Si le forage n'atteint que le toit, sans percer la couche aquifère :

$$q = 2 \pi K \frac{\Delta}{1/r - 1/Rf} \quad (3)$$

Comme le plus souvent $1/Rf$ peut être négligé devant $1/r$, l'équation précédente se simplifie et devient :

$$q = 2 \pi K \cdot \Delta \cdot r \quad (4)$$

ce qui permet facilement de calculer K , à l'aide d'un tel forage.

D'après Li, Bock et Benton⁽³⁾, la formule plus correcte du débit d'un puits artésien ne pénétrant que partiellement l'aquifère, serait :

$$q = 2 \pi K \varepsilon \frac{\Delta}{A + \log_e Rf/r} \quad (5)$$

avec

$$A = \left[\left(\frac{\varepsilon}{l} \right)^n - 1 \right] \log_e \varepsilon/r \text{ et } n = \frac{3}{4} \left(\frac{\varepsilon}{100 r} \right)^{0,05} \cong 3/4 \quad (6)$$

Mais ici, il n'arrive pas d'eau par le fond du forage.

b) Le front d'emprunt

Dans une nappe cylindrique en mouvement, c'est-à-dire à filets parallèles, le forage intercepte les filets de la nappe sur une largeur telle que le débit des filets captés soit égal au débit q du forage. C'est cette largeur qui constitue le front F d'emprunt du forage. Et l'on a

$$F = q/\varepsilon \cdot i \cdot K \quad (7)$$

La longueur de ce front d'emprunt est donc liée au débit du forage.

Or l'on⁽⁴⁾ sait que :

$$F = 2 \pi Rf \quad (8)$$

d'où

$$q = 2 \pi Rf \cdot \varepsilon \cdot i \cdot K \quad (9)$$

c) Calcul du rayon fictif Rf

Les équations (1), (2) et (9) donnent :

$$Rf \log Rf/r = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \frac{\Delta}{2,3 i} \quad (10)$$

Lorsque $\varepsilon' = \varepsilon$

$$Rf \log Rf/r = \frac{\Delta}{2,3 i} \quad (11)$$

Et les équations (5) et (9) donnent :

$$Rf \log Rf/r = \Delta/2,3 i + A \cdot Rf/2,3 \quad (12)$$

Ces équations (10), (11) et (12) nous permettent donc très facilement de calculer le rayon fictif Rf des forages à l'aide simplement du rabattement Δ et de la pente i .

⁽²⁾ KOZENY J. *Hydraulik*, 1953, p. 422-425, Vienne.

⁽³⁾ LI, BENTON et BOCK. A new formula for flow into partially penetrating wells in aquifers. *Trans. Amer. Geophys. Un.*, 35, n° 5, 1954, 805.

⁽⁴⁾ SLICHTER. Theoretical investigation of the motion of ground waters. 19th *Annual report of the U. S. Geological Survey*, 1897-1898, p. 371 et KOZENY, *loc. cit.*, p. 423.

d) Calcul de K

On calculera donc maintenant K :

$$K = q/2 \pi R_f \varepsilon . i \quad (13) \quad \text{ou} \quad K = \frac{q \log_e R_f/r}{2 \pi \Delta \pi} \quad (14)$$

e) Calcul de q_u

Débit par mètre de section de nappe :

$$q_u = q/F = q/2 \pi R_f \quad (15)$$

f) Tableau et graphique de calcul de R_f en fonction de $R_f \log R_f/r$

Pour calculer R_f des équations (10) et (11), en fonction de la valeur de $R_f \log R_f/r$ et de r , on s'adressera au graphique (fig. 1). Pour les valeurs de $R_f \log R_f/r$ supérieures à 7200, on aura des R_f très approchés, en appliquant l'une des formules $R_f = a + \frac{B-b}{c}$ du tableau suivant. On y prendra les valeurs de a , b , c pour les différentes valeurs de r et de $B = R_f \log R_f/r$.

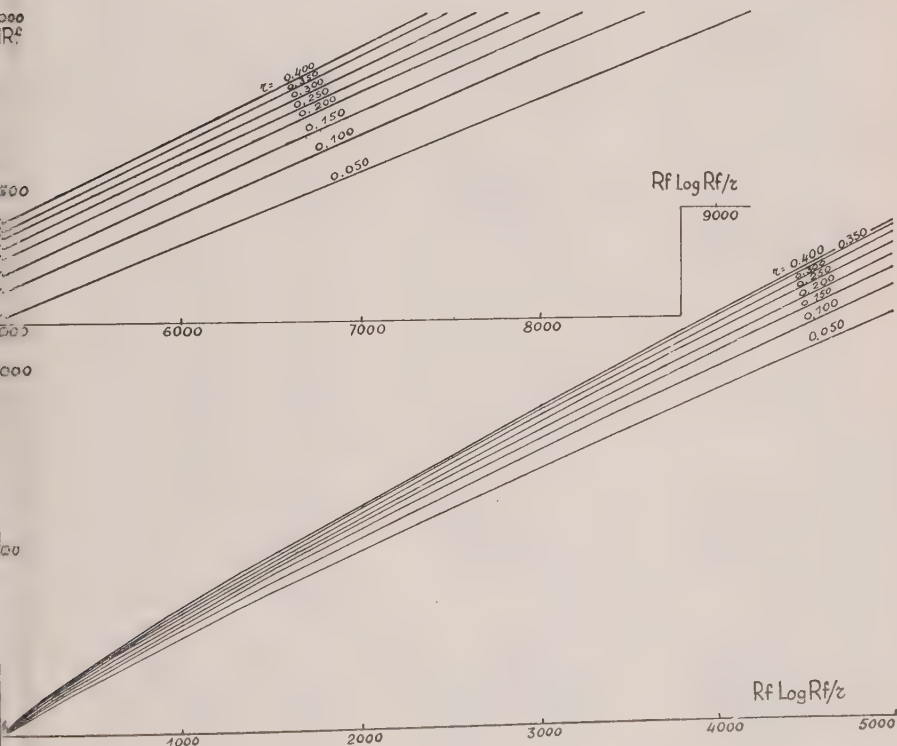


Fig. 1

Graphique de R_f en fonction de $R_f \log R_f/r$ pour différents rayons r , des forages. Toutes les valeurs sont exprimées en mètres.

Tableau de calcul de Rf

B = Rf log Rf/ compris entre :	(Rf)	Valeurs de Rf en fonction de B = Rf log Rf/r
<i>r</i> = 0,050 m		
2 000- 4 301	(500- 1 000)	500 + (B- 2 000)/4,602
4 301- 6 716	(1 000- 1 500)	1 000 + (B- 4 301)/4,830
6 716-11 747	(1 500- 2 500)	1 500 + (B- 6 716)/5,031
11 747-25 000	(2 500- 5 000)	2 500 + (B-11 747)/5,301
25 000-53 013	(5 000-10 000)	5 000 + (B-25 000)/5,603
53 013-82 156	(10 000-15 000)	10 000 + (B-53 013)/5,825
<i>r</i> = 0,100		
1 849- 4 000	(500- 1 000)	500 + (B- 1 849)/4,302
4 000- 6 274	(1 000- 1 500)	1 000 + (B- 4 000)/4,548
6 274-10 993	(1 500- 2 500)	1 500 + (B- 6 274)/4,719
10 993-23 490	(2 500- 5 000)	2 500 + (B-10 993)/4,999
23 490-50 000	(5 000-10 000)	5 000 + (B-23 490)/5,302
50 000-76 640	(10 000-15 000)	10 000 + (B-50 000)/5,528
<i>r</i> = 0,150		
1 761- 3 823	(500- 1 000)	500 + (B- 1 761)/4,124
3 823- 6 000	(1 000- 1 500)	1 000 + (B- 3 823)/4,354
6 000-10 553	(1 500- 2 500)	1 500 + (B- 6 000)/4,553
10 553-22 610	(2 500- 5 000)	2 500 + (B-10 553)/4,823
22 610-48 235	(5 000-10 000)	5 000 + (B-22 610)/5,125
48 235-75 000	(10 000-15 000)	10 000 + (B-48 235)/5,353
<i>r</i> = 0,200		
1 699- 3 699	(500- 1 000)	500 + (B- 1 699)/4,000
3 699- 5 812	(1 000- 1 500)	1 000 + (B- 3 699)/4,226
5 812-10 240	(1 500- 2 500)	1 500 + (B- 5 812)/4,428
10 240-21 985	(2 500- 5 000)	2 500 + (B-10 240)/4,698
21 985-46 980	(5 000-10 000)	5 000 + (B-21 985)/4,999
46 980-73 125	(10 000-15 000)	10 000 + (B-46 980)/5,229
<i>r</i> = 0,250		
1 651- 3 602	(500- 1 000)	500 + (B- 1 651)/3,902
3 602- 5 667	(1 000- 1 500)	1 000 + (B- 3 602)/4,130
5 667-10 000	(1 500- 2 500)	1 500 + (B- 5 667)/4,333
10 000-21 505	(2 500- 5 000)	2 500 + (B-10 000)/4,602
21 505-46 020	(5 000-10 000)	5 000 + (B-21 505)/4,903
46 020-71 670	(10 000-15 000)	10 000 + (B-46 020)/5,130
<i>r</i> = 0,300		
1 611- 3 522	(500- 1 000)	500 + (B- 1 611)/3,822
3 522- 5 547	(1 000- 1 500)	1 000 + (B- 3 522)/4,050
5 547- 9 800	(1 500- 2 500)	1 500 + (B- 5 547)/4,253
9 800-21 105	(2 500- 5 000)	2 500 + (B- 9 800)/4,522
21 105-45 220	(5 000-10 000)	5 000 + (B-21 105)/4,823
45 220-70 470	(10 000-15 000)	10 000 + (B-45 220)/5,050
<i>r</i> = 0,350		
1 577- 3 455	(500- 1 000)	500 + (B- 1 577)/3,756
3 455- 5 447	(1 000- 1 500)	1 000 + (B- 3 455)/3,984
5 447- 9 632	(1 500- 2 500)	1 500 + (B- 5 447)/4,185
9 632-20 770	(2 500- 5 000)	2 500 + (B- 9 632)/4,455
20 770-44 550	(5 000-10 000)	5 000 + (B-20 770)/4,756
44 550-69 465	(10 000-15 000)	10 000 + (B-44 550)/4,526
<i>r</i> = 0,400		
1 548- 3 398	(500- 1 000)	500 + (B- 1 548)/3,700
3 398- 5 360	(1 000- 1 500)	1 000 + (B- 3 398)/3,924
5 360- 9 488	(1 500- 2 500)	1 500 + (B- 5 360)/4,128
9 488-20 485	(2 500- 5 000)	2 500 + (B- 9 488)/4,399
20 485-43 980	(5 000-10 000)	5 000 + (B-20 485)/4,699
43 980-66 610	(10 000-15 000)	10 000 + (B-43 980)/4,526

Pour calculer Rf à partir de la formule (12), on le fera par approximations successives, en donnant à Rf de A.Rf/2,3 des valeurs de l'ordre de grandeur attendu.

g) En conclusion, on voit :

1° que dans le cas d'un forage n'atteignant que le toit de l'aquifère, il est aisé de calculer K , F et R_f :

$$K = q/2\pi r\Delta \quad (4) \quad - \quad F = q/\varepsilon.i.K \quad (7) \quad - \quad R_f = F/2\pi \quad (8) \quad \text{et} \quad q_u = q/F$$

2° que dans le cas d'un forage traversant totalement l'aquifère, on a directement R_f à partir de $R_f \log R_f/r = \Delta/2,3 i$ (11) d'où $F = 2\pi R_f$ (8) $q_u = q/2\pi R_f$ (15) $K = q/2\pi R_f.\varepsilon.i$ (13)

3° que dans le cas d'un forage ne traversant que partiellement l'aquifère, on pourra procéder de même, mais en substituant la formule (10) ou la formule (12), à l'équation (11).

Application à la nappe des sables paléocènes d'aquitaine

L'intérêt de cette méthode réside dans la facilité de la détermination du rayon d'appel R_f et du front d'emprunt F des forages, à l'aide seulement de Δ et de i . Δ est donné par le forage. La pente i de la surface piézométrique est facile à obtenir, s'il y a déjà quelques forages dans la région. D'une manière générale, i ne varie que dans un domaine assez étroit. C'est pourquoi même dans une région inconnue, on peut avoir par estimation un ordre de grandeur raisonnable de i et par là de R_f et de F .

L'intérêt encore de la méthode est la facilité de calculer le coefficient de Darcy K .

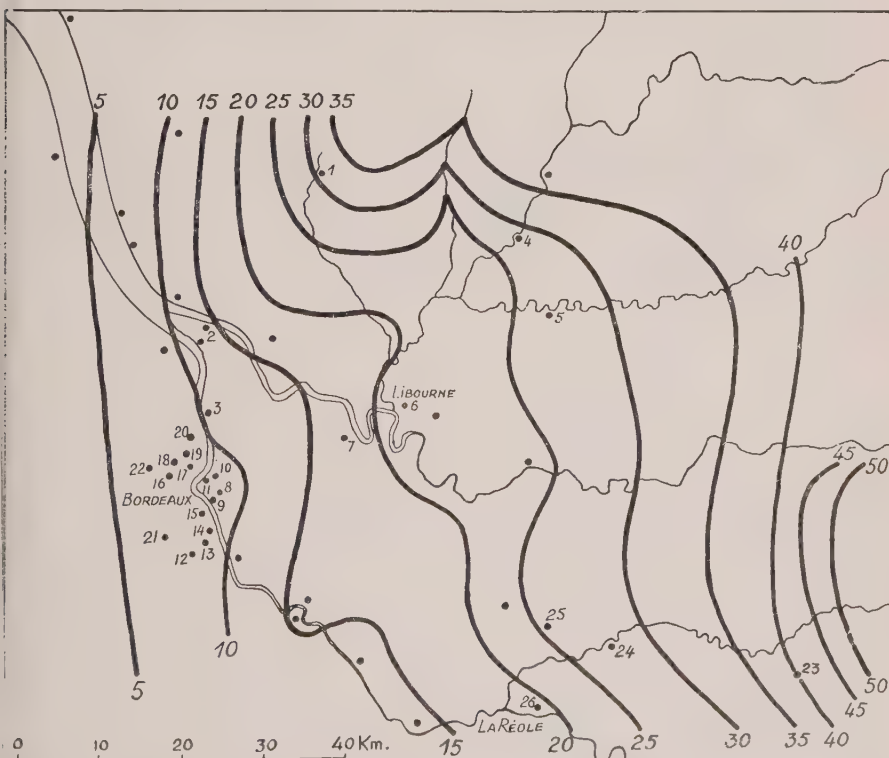


Fig. 2

Carte de la surface piézométrique de la nappe des Sables paléocènes d'Aquitaine. Courbes isopièzométriques de 5 en 5 mètres. Les numéros sont ceux des forages cités dans le texte.

La connaissance de F permet de se rendre compte de la proportion de débit que les forages prennent à la nappe.

Nous avons appliqué cette méthode à la nappe des Sables paléocènes du Bassin d'Aquitaine. Nous donnons ici les premiers résultats de cette étude que nous poursuivons.

Plus d'une centaine, vraisemblablement, de forages tirent leur eau de cette nappe. Les renseignements concernant un certain nombre d'entre eux, nous ont permis de dresser la carte de la surface piézométrique (fig. 2). On y remarquera trois zones d'alimentation et de circulation : une zone ouest (forages 1 à 3), une zone centrale se dirigeant sur Bordeaux (forages 4 à 22) et une zone orientale entre Dordogne et Garonne (forages 23 à 26). Il est à remarquer que la carte des isochlores (des égales concentrations en Cl) (fig. 3), des égales

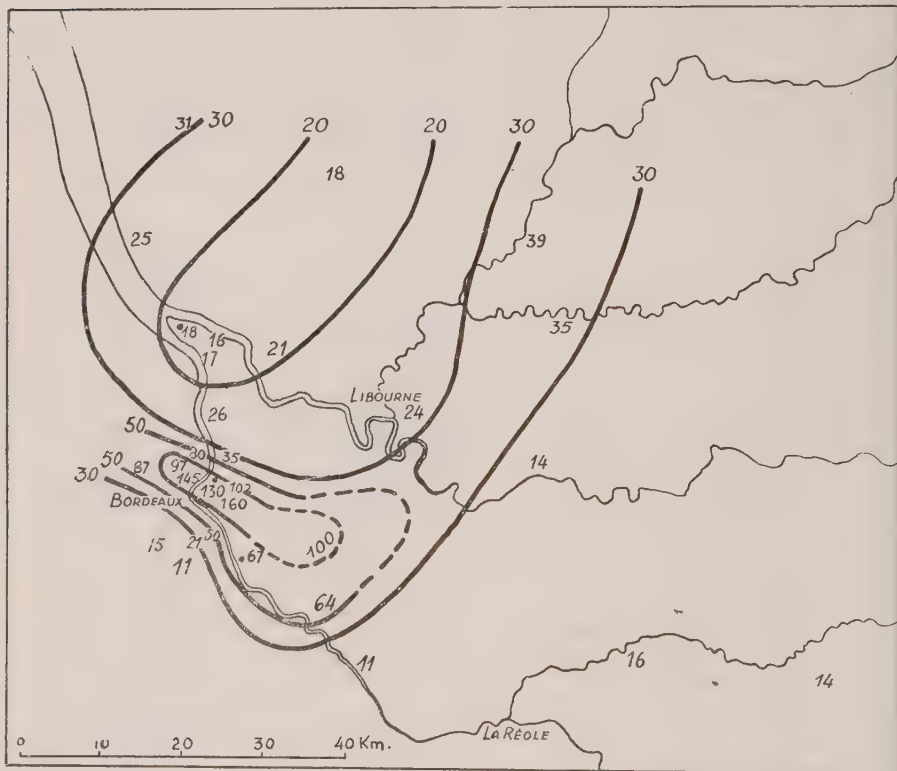


Fig. 3

Carte des isochlores de la nappe des Sables paléocènes d'Aquitaine. Les isochlores sont exprimées en milligrammes de chlore par litre.

concentrations en sels, en Ca, etc. confirment les directions d'écoulement de l'eau, données par les courbes isopiezométriques.

Le tableau suivant résume les calculs concernant 26 forages dont les numéros sont portés sur la carte de la surface piézométrique. Tous ces forages ont traversé toute l'épaisseur de la couche aquifère indiquée, ce qui nous a permis d'appliquer la formule (11).

Forages	<i>i</i>	ε	$\frac{q}{l/s}$	Δ m	<i>r</i> m	Rf m	2 π Rf m	K l/sm ²	$\frac{qu}{l/sKm}$
1 St Yzan de Soudiac	1/ 700	63,1	27,8	6,75	0,25	6000	3770	0,082	7,73
2 Ambès, commune	1/1300	28	24	8,1	0,15	1280	8040	0,139	2,98
3 Bassens, Everite	1/1900	7,75	30	6	0,10	1220	7680	(0,960)	3,91
Totaux		98,85	81				19490	(1)	
Moyennes		32,95						0,110	4,87
4 Eglisottes 1 ^{re} nappe	1/800	19	2,75	9,5	0,18	880	5526	0,021	0,50
2 ^{me} nappe	1/800	5	11,93	17	0,125	1450	9110	0,210	1,31
5 St Seurin/Isle	1/2400	72	22,6	5,5	0,15	1450	9110	0,083	2,84
6 Libourne Layne	1/2200	24,9	84	25,6	0,20	5500	34540	0,215	2,43
7 Vayres, Longwy	1/2200	25,9	39	33,5	0,20	7010	44020	0,075	0,76
8 Floirac, Commune	1/2300	18	55,5	18,8	0,20	4320	27130	0,260	2,04
9 Bordeaux, Jourde	1/2000	38	25	9,50	0,20	2200	13800	0,095	1,81
10 Cenon, Mairie	1/2300	26,6	12,5	4,15	0,10	1040	6530	0,166	1,92
11 Bordeaux, Grands Moulins	1/2300	7,2	38,9	8	0,10	1900	11930	(1,04)	3,26
12 Bègles Layne 2	1/2000	33	43	22	0,20	4380	27500	0,095	1,56
13 Bègles Layne 3	1/2000	35,2	55,6	40,7	0,20	7700	49890	0,064	1,14
14 Bègles Layne 1	1/2000	15	50	20,4	0,20	4100	25750	0,252	1,94
15 Bordeaux Saigon	1/2300	26	13,9	55	0,20	11530	72400	0,017	0,19
16 Bordeaux Paulin	1/2300	47	27,8	4	0,20	1075	6750	0,202	4,12
17 Bordeaux Bourbon	1/2300	49	27,8	20	0,10	4300	27000	0,048	1,03
18 Bordeaux Docks BE	1/2300	41	66,6	8,55	0,15	2130	13380	0,279	4,98
19 Bordeaux Daney	1/2300	29	22,2	11	0,20	2670	16770	0,105	1,32
20 Bordeaux Labarde	1/2300	55	27,8	7,5	0,15	1840	11555	0,101	2,41
21 Talence Faculté	1/2000	8	27,8	45	0,35	8860	55600	0,125	0,50
22 Le Bouscat	1/2300	49	50	34,5	0,20	7500	47100	0,050	1,06
ou			(36)					(0,036)	(0,77)
Totaux		623,2	704,67				515391		
Moyennes		31,6						0,130	1,85
23 Miramont de Guyenne	1/1000	18	15	9,3	0,18	1050	6600	0,126	2,27
24 Monségur	1/1300	60,7	21,1	3,65	0,20	600	3770	0,120	5,59
25 Castelmoron d'Albret	1/1800	65	22,2	7	0,18	1400	8790	0,070	2,53
26 La Réole	1/1250	31,5	9,7	7?	0,10	1000	6280	0,061	1,55
Totaux		176,2	68				25440		
Moyennes		44,05						0,094	2,98
Totaux généraux		897,2	853,67				560321		
Moyennes générales		33,26						0,122	2,36

m = mètres; l/s = litre/seconde; km = kilomètre.

Nous avons aussi essayé nos calculs sur des forages ne pénétrant que partiellement dans l'aquifère ou n'arrivant qu'au toit de celui-ci. Ce sont d'anciens forages qui reçoivent l'eau totalement ou partiellement par la section inférieure du tubage. A plusieurs d'entre eux on peut appliquer la formule (4). Mais chaque fois j'ai obtenu des valeurs de K, 10 à 20 fois supérieures à celles du tableau précédent. Ces hautes valeurs sont d'ailleurs incompatibles avec la granulométrie des sables. Aussi peut-on penser qu'elles résultent de la formation d'une poche à l'extrémité inférieure du tubage, poche qui multiplierait par 10 ou 20 le rayon de la zone d'entrée de l'eau dans le forage.

Le tableau nous montre une constance relative du coefficient de Darcy, malgré les grandes variations des données à partir desquelles il a été calculé, ce qui est en faveur de la méthode. Dans le cas d'un terrain homogène, si la méthode est correcte, elle doit montrer une indépendance de K vis-à-vis de l'épaisseur ε . Or c'est ce qui se produit. On ne note en effet sur un graphique $\varepsilon - K$ qu'une très légère tendance à une diminution de K lorsque ε augmente. Ceci s'explique facilement. En effet lorsque le crépinage est poussé sur de grandes épaisseurs de terrain, il englobe des parties moins perméables.

La statistique de K que nous donnons malgré le petit nombre de valeurs est :

(1) Forages à tubage ouvert au fond.

Valeurs de K	Fréquences %	Fréquences % cumulées	Valeurs de K	Fréquences %	Fréquences cumulées
0,00-0,0099	0	0	0,14-0,149		
0,01-0,019	4	4	0,15-0,159		
0,02-0,029	4	8	0,16-0,169	4	76
0,03-0,039			0,17-0,179		
0,04-0,049	4	12	0,18-0,189		
0,05-0,059	4	16	0,19-0,199		
0,06-0,069	8	24	0,20-0,209	4	80
0,07-0,079	8	32	0,21-0,219	8	88
0,08-0,089	8	40	0,22-0,229		
0,09-0,099	8	48	0,23-0,239		
0,10-0,109	8	56	0,24-0,249		
0,11-0,119			0,25-0,259	4	92
0,12-0,129	12	68	0,26-0,269	4	96
0,13-0,139	4	72	0,27-0,279	4	100
amplitude 0,262			1 ^{re} quartile 0,072		
moyenne 0,122			médiane 0,103		
mode 0,12 à 0,129			3 ^{me} quartile 0,155		

Il ressort de ces premiers résultats que le rayon d'appel et par conséquent le front d'emprunt de chaque forage est assez grand et très variable. F va de 3700 à 72 000 mètres. Il dépend en effet non seulement du débit unitaire q_u de la nappe, mais aussi et surtout du débit q du forage. Par exemple le front d'emprunt est très grand au forage (21) de Talence, car le débit unitaire q_u de la nappe y est faible. Au contraire F est relativement petit aux forages des Docks (18), Paulin (16), St Yzan (1), Monségur (24) où le débit unitaire est grand. Il en est de même à Cenon (10), mais parce que l'on ne tire qu'un petit débit du forage.

Quant au débit unitaire q_u , il est essentiellement fonction du coefficient de perméabilité du terrain, de l'épaisseur de la couche aquifère et de l'inclinaison de la surface piézométrique de la nappe. Ainsi au forage de Talence, il n'est que de 0,6 litre/sec. km, car l'épaisseur de la couche aquifère y est faible. A St Yzan de Soudiac, il atteint par contre 7,3 l/s. km, en raison de la forte pente de la surface piézométrique et de la grande épaisseur du terrain aquifère. En moyenne $q_u = 2,36$ l/s. km.

Si maintenant nous totalisons les fronts d'emprunt des divers forages, nous obtenons une longueur de 560 km. Or on peut estimer à 170 km le périmètre intéressé d'alimentation de la nappe. D'autre part la totalité du débit des forages ci-dessus est de 850 l/s. Et un relevé des anciens débits des premiers forages, non mentionnés ici, donne 4500 l/s. pour les principaux. Si nous admettons pour la nappe $F = 170\ 000$ m, $\varepsilon = 60$ m en moyenne, $K = 0,122$ l/s. m², $i = 1/1900$, le débit de la nappe ainsi définie, ne serait que de 650 litres/sec.

On peut dès lors se demander si l'on ne fait pas actuellement débiter à la nappe plus que ce qu'elle ne peut fournir.

Toutefois il y a quelques remarques à faire au sujet de cette comptabilité des débits et des fronts d'emprunt :

1° les débits de notre tableau correspondent souvent au maxima des essais de débit des forages. Les débits d'utilisation sont moindres (ils me seront fournis ultérieurement). Et par conséquent le front total d'emprunt est plus faible que celui du tableau.

2° beaucoup des forages anciens dont il a été question ci-dessus, ont vu leur débit considérablement diminué. Certains même sont complètement taris.

3° de nombreux autres forages, débitant actuellement, doivent exister.

Tout ceci sera précisé ultérieurement, lorsque mon enquête sera terminée.

Mais néanmoins la question de l'épuisement de la nappe reste posée. En effet la surface piézométrique a considérablement baissé, comme le montre la comparaison des niveaux piézométriques anciens et actuels :

	n. piéz.	date	n.piéz.	date
Parc Bordelais	+17 à +19	1886	~ + 8	1955
Arveyres	~ > +27	1885	~ +15	1955
Portets	~ +21	1884	~ +15	1955
St Emilion	~ +30	1905	~ +23	1956

La baisse traduit un nouveau régime d'écoulement. Il n'y a épuisement que si l'abaissement se poursuit sans construction de nouveaux forages.

En effet en abaissant la surface piézométrique à l'aval, l'on augmente la pente de celle-ci, par conséquent la vitesse des filets liquides et le débit de la nappe. On accroît dès lors l'infiltration dans la zone d'alimentation, en diminuant les débits de trop plein de la nappe. On crée de plus une différence de potentiel supplémentaire entre la nappe et les nappes adjacentes ou supérieures ou inférieures, ce qui permet une alimentation encore plus grande. Il y a donc tout intérêt à baisser le plus possible la surface piézométrique pour augmenter le débit de la nappe. Cela s'est certainement produit ici. La pente primitive générale de la surface piézométrique devait être de 1/2900 environ. Par conséquent le débit primitif ne devait être que de 430 au lieu de 650 l/s. actuels, dans les conditions envisagées.

Mais il y a une limite à ne pas dépasser, car la nappe communique avec l'océan à l'aval, faute de quoi on créerait un appel d'eau de mer. Cette limite dangereuse correspond à la cote de la surface piézométrique $h(d-1)$, h étant la profondeur, sous le niveau de la mer des exutoires principaux de la nappe et d étant la densité de l'eau de mer ($d = 1,027$ dans les conditions normales).

SOME CONSIDERATIONS ON THE CUT-OFF WALL LENGTH IN THE PERVIOUS ROCK FOUNDATION

by

Haruo TANAKA * and Fumiya YAHAGI **

Synopsis

This paper gives some quantitative considerations on determining the cut-off wall length in the pervious foundation, such as deeply weathered rocks, volcanic detritus, etc., at the abutment of dam. Proposed methods of field measurement of permeability coefficient of weathered rocks, etc. in situ, are first presented on assumption that Darcy's formula is also applicable to these layers, and next the weathered rock foundation near the abutment, through which a cut-off wall is to penetrate, is analysed in the manner as in earth dams, in the phase of permeability. Thus, the necessary length of the cut-off wall for dam stability is discussed from the view point of piping phenomenon as in earth dams, and the quantity of seepage water through the foundation at full pondage in the reservoir is quantitatively estimated in a certain case.

Introduction

The number of good dam sites is now decreasing in Japan owing to the flourishing development of water power and the construction of many multiple purpose dams. As a result, we are compelled to construct a dam in the site where geological conditions are not always favourable. As the case may be, however good topographical condition a certain dam site may have, we have hitherto no alternative to give up the attempt of dam construction there, if either valley wall of the site is consisted of pervious materials such as deeply weathered rock or volcanic detritus which is so poor as cannot be improved by grouting, or by dental works. It is probably due to the following two possibilities: (1) water loss by leakage through pervious material may bring forward economical problems and, more seriously, (2) if the velocity of percolating water where it emerges on the downstream face is sufficient, particles of the foundation material will be carried away by the water and thus decrease the resistance to percolation, resulting in an increased velocity and greater erosion, ultimately causing the formation of a channel or 'pipe' in the pervious material, which may enlarge rapidly and cause the failure of the structure, namely ----- piping phenomenon.

If the leakage water, however, takes a long way about a cut-off wall provided in the pervious foundation, so much of the head is diminished and thus its velocity can be reduced as in piling in earth dam foundation. Accordingly, if a cut-off wall with an adequate length is provided, the velocity of flow may become less than the permissible velocity ----- the maximum velocity at which piping cannot take place, and thus the safety of the dam may be satisfied at least so far as percolation is concerned, even if some water leakage may be presented. Provided that the water loss by leakage can be permitted in economical points, it might be possible by such consideration that dam is constructed where no sound rock exists higher than the proposed high water level.

The present authors regarded deeply weathered rock or volcanic detritus as a kind of so called 'porous medium', and carried out quantitative considerations about the relation of the cut-off wall length provided in the medium to the velocity of emerging water and to the presumed amount of leakage thereat, based upon the assumption that the flow of percolating water through the medium is laminar and controlled by Darcy's formula.

Taking a certain dam site in Chugoku mountain land in Hiroshima Prefecture, Japan, the following report contains the proposed methods of field measurement of permeability

* Chief geologist; Technical Research Laboratory, Central Research Institute of Electric Power Industry.

** Geophysicist; *ibid.*

coefficient of pervious rocks in situ, and the application of its coefficient thus measured to determine the necessary cut-off wall length for preventing deeply weathered foundation rock at the abutment from piping on the accomplishment of dam.

Part 1. — Proposed methods of field measurement of permeability coefficient in situ

§ 1. *Basic consideration of permeability analysis*

The flow of fluids through porous media has been variously researched by many investigators since Darcy. Those works, the object of which is almost the flow through the layers of sand and gravel, are based upon the Darcy's formula, i.e.

$$v = k \frac{h}{l} \quad (1)$$

so far as the flow is laminar.

In granite or quartz porphyry, the component minerals sometimes disintegrate to fine particles and has interconnecting voids among each particle. The behaviour of the water flow through such voids may be similar to that in the case of the flow through layers of fine and coarse sand, which differs from the flow along fractures in the sound rock. Therefore, when the medium, even to be a kind of rock, is consisted of disintegrated particles by weathering, it may be considered to be not too much to say that the flow of water through such voids will be governed by Darcy's formula as in the case of layers of sand and gravel. This consideration forms the basis of the following analysis which the authors studied. About this point, R. D. Wyckoff⁽¹⁾ has stated, in the Introduction of 'The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media' by Muskat, as follows:

... The porous materials which will concern us here will be the relatively fine-grained soils, unconsolidated sands, the consolidated sands which are the common sand-stones, limestones, and other porous rocks. This may appear to provide serious limitations to the applicability of the results since many of the rocks containing fluids derive their fluid-carrying capacity largely from fractures. However, in so far as these fractures are numerous enough and randomly distributed, it is evident that on a large enough scale the multiple interconnection of the fractures will lead to a simulation of the characteristics of porous media outlined above.

The analytical work contained in this treatise is, as already outlined, based upon certain necessary assumptions and limitations regarding the type of fluids and the nature of the porous media. Moreover, it is evident that in those problems involving natural sedimentary materials or rock formations, one is faced with the uncertainty arising from the nonuniformity and unknown details characterizing the structure of such materials. cursory consideration may, therefore, lead to the conclusion that the limitations are so drastic and the assumptions so idealistic as to preclude the application of the analytical results to problems of practical interest. Indeed, it is most probably to a reaction of this kind that we must attribute the apparent resistance maintained until very recently by hydrologists and engineers working in related fields against applying Darcy's law or the analytical formulations of Forchheimer or Slichter to practical field problems.

However, while it is true that the indeterminacy of certain conditions involved in problems of flow through porous media encountered in practice will prevent the attainment of exact quantitative results from any mathematical analysis, it is nevertheless certainly of value to analyze the problems as if they involved ideal systems. For it is only in this manner that the fundamental properties of the systems can be determined and their behaviour under modified conditions ascertained. The fact that the actual system is not ideal as to conditions within the porous medium cannot nullify the results from a semiquantitative viewpoint...

Therefore, if the medium, even to be a kind of rock, is much weathered as if it were sand and gravel layer, some nonuniformity or unknown details would not lead to the conclusion

that it is meaningless or unreasonable to analyze the water flow through such medium to apply the analytical results to problems of practical interest, and thus it will be possible to some extent to investigate the permeability in that medium analytically in so far as the flow through it is laminar.

§ 2. Field methods of permeability measurement

Resting on the basic conception described above, the authors propose the following two methods of field measurement of permeability coefficients in the pervious media such as weathered rock, etc. It is noted that the permeability coefficient k in this paper means the so-called effective permeability coefficient, expressed by

$$k = \frac{k_0 \gamma g}{\mu}, \quad (2)$$

where μ is the viscosity of the fluid, γ , the weight of unit volume of it, g , the acceleration of gravity, and k_0 , the original permeability coefficient.

(a) Method with bore hole and test horizontal shaft.

As shown in Fig. 1, bore hole with the casing pipe is vertically drilled from ground surface until the medium of the thickness l remains upwards from the top of the horizontal shaft, and is always filled up with ammonium chloride (NH_4Cl) solution in order that the

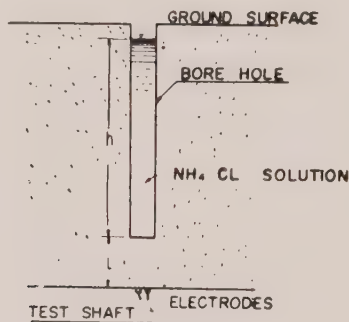


Fig. 1
(Bore-hole method)
Field Measurement method of permeability coefficient.

head may be constant. Thus the solution percolates through the medium of the thickness l to emerge in the crown of the horizontal shaft. Accordingly, if two electrodes are prepared in advance at the emerging spot in the shaft wall and connected to self-recording ammeter through an adequate battery, Cl^- solution which emerges at the spot operates ammeter and thus the time when the percolating water emerges is to be recorded. If the initial time of filling up the pipe is also recorded in the same manner, we may obtain the required time t for the water to percolate through the medium of thickness l . This corresponds to the unsteady flow in dry sand and the following equation can be reduced from Darcy's formula,

$$\frac{dy}{dt} = k \frac{h+y}{y} \quad (3)$$

where y is taken here as downwards vertically from the bottom of the bore hole. By integrating this, the equation

$$k = (l + h \log \frac{h}{h+l})/t \quad (4)$$

can be obtained, from which k will be estimated, as h , l , and t are known.

This method may be called 'bore-hole method'.

(b) Method with the back side wall of the test ditch.

Let us consider the two dimensional seepage with free surfaces out of a ditch, of which the section is shown in Fig. 2. Complex variable relation, leading this system in the case where the underground water lists at a great depth below the base of the ditch, is given by ⁽²⁾

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \Phi + i\Psi' \\ Z &= x + iy \\ Z &= \frac{1}{k} \left(-Hke \frac{\pi\omega}{Q} - i\omega + \frac{Q}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

so that

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{1}{k} \left(-Hke \frac{\pi\Phi}{Q} \cos \frac{\pi\Psi'}{Q} + \Psi' + \frac{Q}{2} \right) \\ y &= \frac{1}{k} \left(-Hke \frac{\pi\Phi}{Q} \sin \frac{\pi\Psi'}{Q} - \Phi \right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

where Φ and Ψ' are the velocity potential and the stream function respectively in the two dimensional flow, and H is the maximum depth, Q , the discharge per unit length.

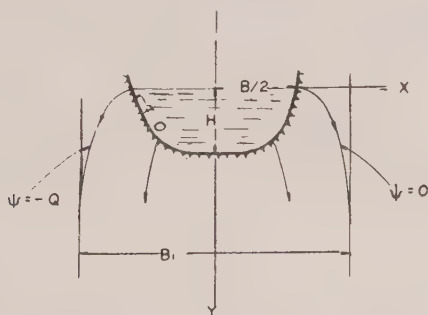


Fig. 2

(After Kozeny. Wasserkraft U. Wasserwirtschaft)

The seepage out of a ditch with free surfaces bounded by vertical asymptotes.

The two streamlines, $\Psi' = 0, -Q$, are evidently free-surface streamlines, and are specifically defined by the curves

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{1}{k} \left(-Hke \frac{-\pi ky}{Q} + \frac{Q}{2} \right) \\ X &= \frac{1}{k} \left(-Hke \frac{-\pi ky}{Q} - \frac{Q}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

on which

$$\Phi = -ky. \quad (8)$$

The shape of the ditch, along which $\Phi = 0$, is given by

$$\left(X - \frac{Q}{k\pi} \cos^{-1} \frac{y}{H} \right)^2 + y^2 = H^2. \quad (9)$$

As $X = B/2$ at $y = 0$,

$$Q/k = B + 2H \quad (10)$$

is obtained, where B is the width of the ditch.

The equations expressing the free-surface streamlines becomes to, therefore,

$$\left. \begin{aligned} X &= -He^{-\frac{\pi}{B+2H}y} + \frac{B+2H}{2} \\ X &= He^{-\frac{\pi}{B+2H}y} - \frac{B-2H}{2} \end{aligned} \right\} \quad (7')$$

and moreover the expression of the shape of the ditch becomes to

$$\left(X - \frac{B+2H}{\pi} \cos^{-1} \frac{y}{H}\right)^2 + y^2 = H^2 \quad (9')$$

In practice, the ditch of which the section is expressed by Eq. (9') is excavated with an adequate length perpendicular to the section, and ammonium chloride solution is filled up there. Thus, if the vertical wall parallel to the axis of the ditch is cut at a distance b from the brink of the ditch as shown in Fig. 3, the solution will percolate through the medium of the

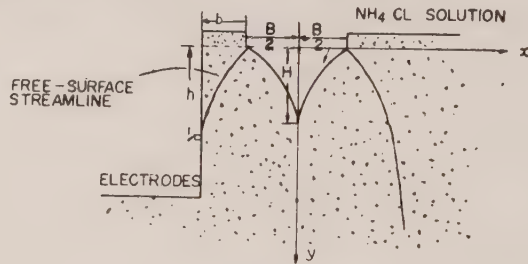


Fig. 3
(Side-wall method)
Field measurement method of permeability coefficient.

side wall. When h represents the elevation difference between the upper level of emerging water and the water level in the ditch, h may be expressed by, from Eq. (7'),

$$h = -\frac{B+2H}{\pi} \log \left(1 - \frac{b}{H}\right) \quad (11)$$

By preparing electrodes at such height, therefore, it is possible to know the time t necessary for the solution to percolate through the medium along the free-surface, as in the case of bore hole method.

The velocity potential Φ along the free-surface is

$$\Phi = -ky,$$

so that

$$v_y = -\partial\Phi/\partial y = k \quad (12)$$

and because of

$$v_y = h/t \quad (13)$$

k may be obtained from

$$k = h/t. \quad (14)$$

This method may be called 'side-wall method' later.

It should be noted that the above two methods, which the present authors propose, may contain many problems so complicated that it is very difficult to analyze in detail, for

instance, capillary potential or the difference between underground air pressure and atmospheric one, but the results obtained without taking account of those factors may be considered not to have a serious influence on practical problems.

In addition to the above, authors adopted the method proposed by Matsuo and others ⁽³⁾ in the field measurement too. In this method, which authors call 'discharge method', the permeability coefficient k_0 is given through the discharge out of the ditch expressed by Eq. (9').

While k in (a) and (b) methods is obtained through the velocity itself of the fluid, k_0 is through the discharge, and thus k_0 is as it may be called an apparent or virtual velocity. The fluid flows through the very pore spaces as it is, not through the whole section. Therefore, the relation between k and k_0 may be expressed by

$$k = k_0 / \lambda, \quad (15)$$

λ being as it may be called as effective porosity equivalent.

Part 2. — Permeability analysis of deeply weathered rock and considerations on the cut-off wall length in it

The practical experiment, based upon the field measurement of permeability coefficient of weathered rock in situ with methods mentioned in Part 1, was performed in the Shibakigawa No. 1 dam site in Chugoku mountain land in Hiroshima Prefecture, Japan. The final result after practical construction of another dam ⁽⁴⁾, analyzed in the same manner as the above which was more primitive, and of which the cut-off wall was actually constructed according to that analytical result, will be illustrated in the Appendix.

§ 1. Outlines of the dam site and the permeability measurement tested there

The reservoir area of the projected dam is pénéplainized, so the topography and the river are gentle in the upperstream of the dam site. The head cutting of the river has reached to the just downstream of the site. Therefore, that site is topographically very favourable for the construction of dam, 40 m high. Fig. 4 shows the plan of its vicinity. Geologically,

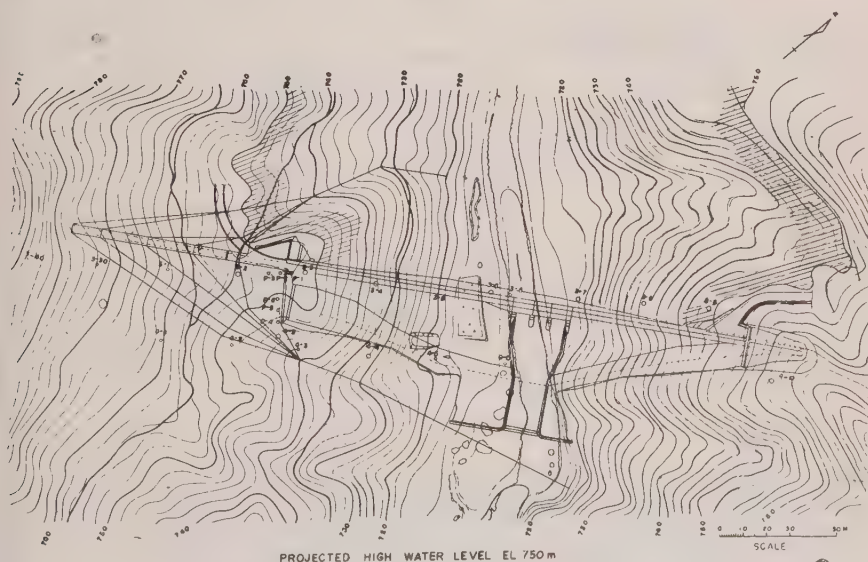


FIG 4 PLAN OF DAM SITE

each side of the dam site is composed of quartz porphyric rock. Geological survey shows that, in the upper half of the abutment foundation of the right bank, there exists deeply weathered quartz porphyry, which is a kind of regolith, as shown in Plate 1. Fig. 5 shows

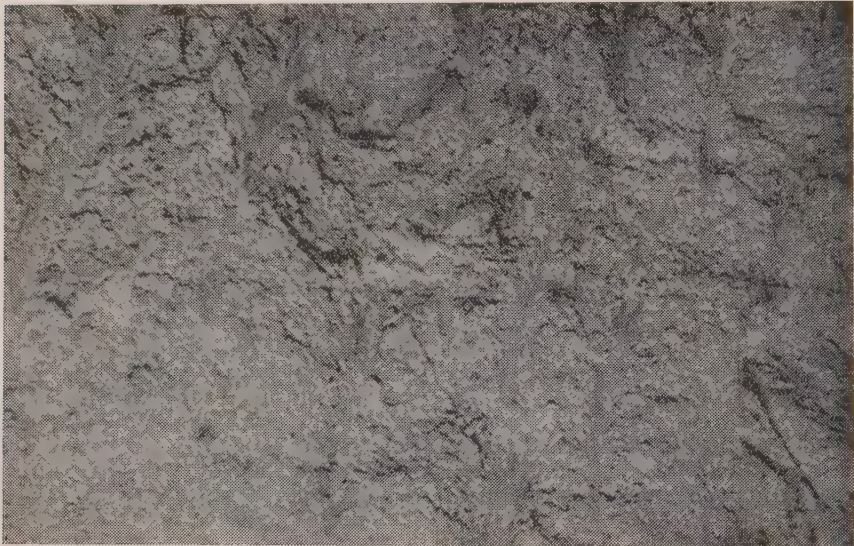
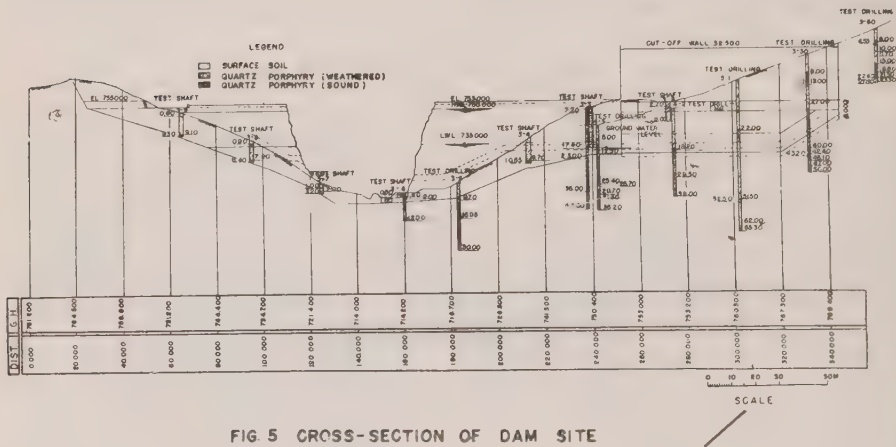


Plate 1
Character of deeply weathered quartz porphyry.



that weathered rock extends to the whole area of the abutment. In this portion, base rock has decomposed to show the appearance of sandy layer with clayey material, which was observed in the test shafts. If the dam be constructed, therefore, without any dealing with its abutment foundation, leakage through the portion will naturally occur after ponding. In fact, it was almost impossible to dig the test vertical shafts deeper than a certain depth in the weathered rock due to the underground water emerging.

Because of the insecurity of doing without any improvement of abutment foundation, it will be naturally necessary to provide a cut-off wall in the interior of the weathered layer to prevent or reduce the probable seepage. Of course, it is needless to say that the perfect prevention of seepage will be fulfilled by providing the cut-off wall 92.5 m long, of which the end is expected to reach to the impervious sound rock as shown in Fig. 5. Thus, it is the aim of the present measurement to analyze the medium and estimate the shortest length of a cut-off wall so as to prevent from piping, as described in Introduction.

The actual procedures of the permeability measurements are roughly given in the following. Two horizontal shafts, each about 16 m long, were branched at appropriate depths from the vertical shafts; One was directed from (3-3) shaft to (3-2) shaft, and the other, from (4-3) shaft to being perpendicular to the above one (cf. Fig. 4 and 6). In a center line of each branch shaft, three wells of 5 m spacing are excavated from ground surface. Moreover, a bore hole was drilled in the bottom of each well with a handauger, 4 inch in diameter, so that the remainder thickness of the medium above the horizontal shaft might be adequate to the measurement, and a 4 inch pipe was inserted in each hole. Thus the above mentioned 'bore-hole method' was operated. Besides, the permeability in the upper portion of the weathered rock was measured with the above mentioned 'side-wall method' by adequate cutting in the upper part of each well.

Additional measurements were tried in several points by the 'discharge method' proposed by Matsuo and others.

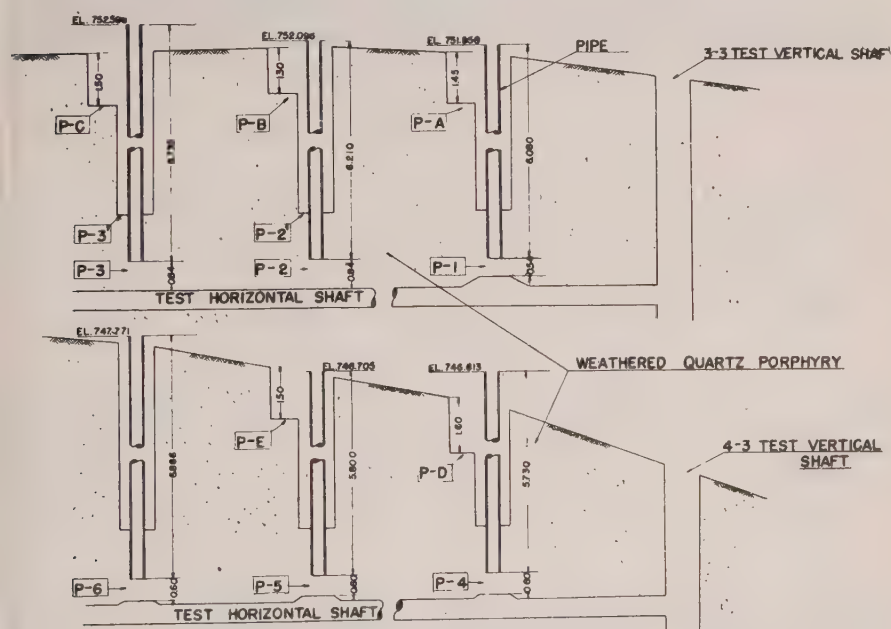


Fig. 6
Cross-sectional diagram of test shafts for permeability measurement.

§ 2. Results of measurements

Table I (A) and (B) show the values of permeability coefficient, obtained through necessary calculation, with the water temperature. The Reynold's numbers in all measurements are enough small to be able to consider that the percolation flow is laminar. Furthermore, as there was the difference of ground water level which was seen in each vertical shaft, (3-3), (4-3), (3-4), and (4-4), an additional test by the quantitative analysis of Cl-

TABLE 1

The value of permeability coefficient at each measurement point

(A)

Measurement point	Method of measurement	Temperature in water (°C)	Depth of measurement point from ground surface (m)	The value of permeability coefficient (cm/sec)
P — 1	Bore-hole method	16	6.3	3.3×10^{-5}
P — 2	»	16	6.5	2.3×10^{-4}
P — 3	»	16	6.5	2.6×10^{-4}
P — 4	»	16	5.2	4.7×10^{-4}
P — 5	»	16	6.0	4.2×10^{-3}
P — 6	»	16	6.8	4.2×10^{-3}
P — A	Side-wall method	16	1.5	11.9×10^{-3}
P — B	»	16	1.3	1.7×10^{-3}
P — C	»	16	1.5	2.4×10^{-3}
P — D	»	16	1.6	5.3×10^{-3}

(B)

Measurement point	Method of measurement	Temperature in water (°C)	Depth of measurement point from ground surface (m)	The value of permeability coefficient (cm/sec)
P — 2'	Discharge method	16	4.7	5.5×10^{-5}
P — 3'	»	16	4.6	9.9×10^{-5}
P — B	»	16	1.3	2.1×10^{-4}
P — E	»	16	1.4	6.5×10^{-5}

two times a day was tried during 20 days after putting ammonium chloride into the ground water in (3-2) shaft. This test showed that the value of the permeability coefficient thus obtained was roughly $(8 - 10) \times 10^{-3}$ cm/sec, and that there seemed to be no ground water flow in the direction from (3-2) shaft to (4-3) one.

By the observation in shaft with naked eye, rounded rock fragments were found here and there in the vicinity of P-5 point, as illustrated in Plate 2, where relatively large values of permeability coefficient were obtained. Such results, therefore, obtained in the point where the premises of the proposed methods are obviously unsatisfied, are unreliable and should be excluded. It is because of finding not so rock fragments in other shafts than P-5 point and thus of being possible to consider that the premises of the application of Darcy's formula are enough satisfactory, that authors dare to try the following analysis based on the measured coefficients.



Plate 2
Regolith bearing rock fragments near P-5 point.

The relation between k and k_o is given by Eq. (15) in Part 1. Table 2 shows the effective porosity equivalent λ , obtained from a set of the corresponding values of k and k_o . Though this value of λ might not mean the real porosity, the practical effective porosity in the deeply weathered rock would be imagined to be 10 to 15 per cent.

TABLE 2
Estimated effective porosity equivalent

Measurement point	K (cm/sec)	K_o (cm/sec)	λ (%)
P — B	1.7×10^{-3}	2.1×10^{-4}	12.3

§ 3. Cut-off wall and presumed line of seepage

So far as such pervious layer covers the sound rock, and dam higher than sound rock by 20 m or more is proposed to construct there, it is quite natural from security to take account of the percolation in the interior of the pervious foundation composed of the weathered layer, which results in the necessary conclusion that a cut-off wall with a certain length should be planned in the portion.

At the beginning, civil engineers in charge of the dam design had intended to construct a cut-off wall having the following scheme for the perfect prevention of seepage through the weathered layer; the formation of the wall is at El. 730 m, and its length, 92.5 m. It is of course evident from the boring records that the sufficient prevention of seepage is expectable by such a cut-off wall. However, it will need a large amount of cost to construct such a wall. The reduction of its length, if possible, will be contributing considerably to the retrenchment of expense.

If only there exist the impervious rock foundation over the high water level at a suitable depth from the valley wall surface, it would be economically possible to construct a cut-off wall, of which the end as well as the base contacts with the impervious layer, thus resulting in the perfect prevention from seepage; if not, as in the present site, the problem would occur, in which authors have interests. It will be possible to solve the problem by the following consideration, if satisfied from the economical point of view.

An earth dam is secure, as well known, when the necessary conditions, stabilisation of dam body and slopes, no occurrence of piping phenomenon, etc. are satisfied. Therefore, if, regarding the pervious layer of the deeply weathered rock composing the right abutment foundation of Shibakigawa No. 1 dam site as a kind of a natural earth embankment, piping are not allowed in such embankment at full pondage in the reservoir, even that weathered rock will play a rôle of sufficient foundation when some seepage is permissible from the economical point of view. In this case, a cut-off wall with a certain length functions as a sheet-pile partially penetrated in the foundation of a floating dam. The essential is the determination of the cut-off wall length by which the velocity of the seepage water as it emerges on the downstream face becomes insufficient to remove the foundation particle.

From these points of view, authors tried the following conception to fix an aim on determining a cut-off wall length necessary to piping prevention.

TABLE 3
Effective radius estimated from permeability coefficient

Measurement point	Effective radius (mm)	Measurement point	Effective radius (mm)
P — 1	0.006	P — A	0.038
P — 2	0.017	P — B	0.046
P — 3	0.018	P — C	0.054
P — 4	0.024	P — D	0.061
P — 5	0.072		
P — 6	0.038		

Let us first consider the problem from a view-point of constituent material. Table 3 shows the effective radii, calculated from Hazen's formula (in the case of well consolidated sand);

$$k = 25 d^2 (0.70 + 0.03 t)^5 \quad \left. \begin{array}{l} t — (^\circ\text{C}) \\ k — (\text{m/h}) \\ d — (\text{mm}) \end{array} \right\} \quad (16)$$

Fig. 7. gives the results of analyses of major earth dams constructed by Bureau of Reclamation, U.S.A.⁽⁶⁾. Supposing that an effective radius stands for particle size distribution, comparison of those effective radii in Table 3 with Fig. 7 will result that most of the weathered layers in discussion are situated among the lower limit of the range in gradation of pervious material and the upper limite of it of the impervious, and thus it will be possible to consider that the present weathered layers itself are composed of what is adaptable to the materials for any parts of an earth dam except for the core-wall.

It is needless to say that the base of the cut-off wall must be in close contact with an impervious foundation. Assumed that the impervious foundation is horizontal, it will be evident that percolation flow may occur almost horizontal and take a long way about the end of a cut-off wall for the downstream side. If a cut-off wall has a certain length, the percolation path along which the velocity is highest may have to be the section on which the hydraulic gradient is steepest, and so may be the shortest one, in the downstream side as

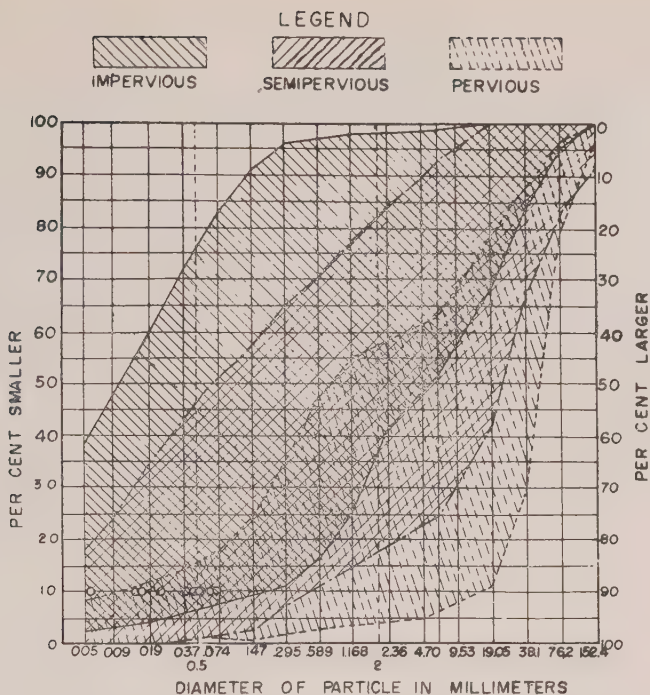


Fig. 7

O mark represents the effective radius of the present weathered rock, given through this permeability measurement.
 Particle size distribution.
 Ranges for typical soil types (after bureau of reclamation, U. S. A.)

well as in the upstream side. If such probable paths are lined on the plan and those sections are expanded in a plane, we can obtain the sections along which the hydraulic gradient is steepest and thus percolation velocity is highest among the presupposed various percolation paths, and moreover it may be possible to consider that those sections are regarded as one of transversal sections of a virtual earth dam. Hence, the presupposition of lines of seepage going round a cut-off wall in the original state will result in the presumption of those lines through such a virtual earth dam at full pondage.

Among various methods of determination of lines of seepage through an earth dam, A. Casagrande's one (7) may be most theoretical and in good agreement with experimental results. His method is based upon the Dupuit's assumption (8) that in every point of a vertical line the hydraulic gradient is constant and equal to the slope dy/dx of the line of seepage at its intersection with that vertical line. This assumption represents a good approximation for the average hydraulic gradient in such a vertical line providing the slope of the line of seepage is relatively flat (9).

Hereupon, soils, in their natural and undisturbed condition, are always anisotropic in regard to permeability even if they convey to the eye the impression of being entirely uniform in character. It is reported (10) that, designating the horizontal and vertical coefficient of permeability for it as k_h and k_v respectively, k_h will frequently amount to four to ten times greater than k_v , and that, if signs of stratification are visible, the permeability in the direction of stratification may easily be ten times greater than that of normal to stratification. As the object of the present study, however, is a kind of deeply weathered rock, and not soils, it might not be reasonable to adopt the above anisotropy as it is. But the present coefficients of permeability are mainly obtained by the velocity of vertical seepage except ones by the

quantitative analysis of CI— between two shafts, and the latter by horizontal velocity are greater than the former. This leads to adopt half of 10, that is 5, as the ratio of k_h/k_v on advancing the following study, by taking account of the safety side conservatively.

The flow net of such an anisotropic medium does not possess the usual characteristics of a flow net. However, it can be reduced, by the application of an appropriate geometric transformation, to an ordinary flow net. In other words, by transforming the entire cross-section in such a manner that all dimensions in the direction of k_h are reduced by the factor $\sqrt{k_v/k_h}$, or that all dimensions in the direction of k_v are increased by the factor $\sqrt{k_h/k_v}$, the problem is again reduced to a solution of Laplace's equation, which is applicable to an ordinary isotropic medium (11). The flow net in the transformed section has the same characteristic flow lines and equipotential lines. Therefore, the practical process is, after having found the line of seepage in the transformed section, to project this characteristic line of seepage back into the true section. It should be noted that the hydraulic gradient at any point of the flow net and the magnitude of seepage pressures can only be determined in the true section, and that the quantity of seepage can be computed from the transformed section on the basis of the coefficient of permeability $k = \sqrt{k_h k_v}$.

Supposing a cut-off wall having the length of 20 m, 40 m, 60 m, and 80 m, respectively, in the direction given in Fig. 4, the probable percolation path corresponding to the respective case are determined, as in the same figure, on the basis of the consideration described

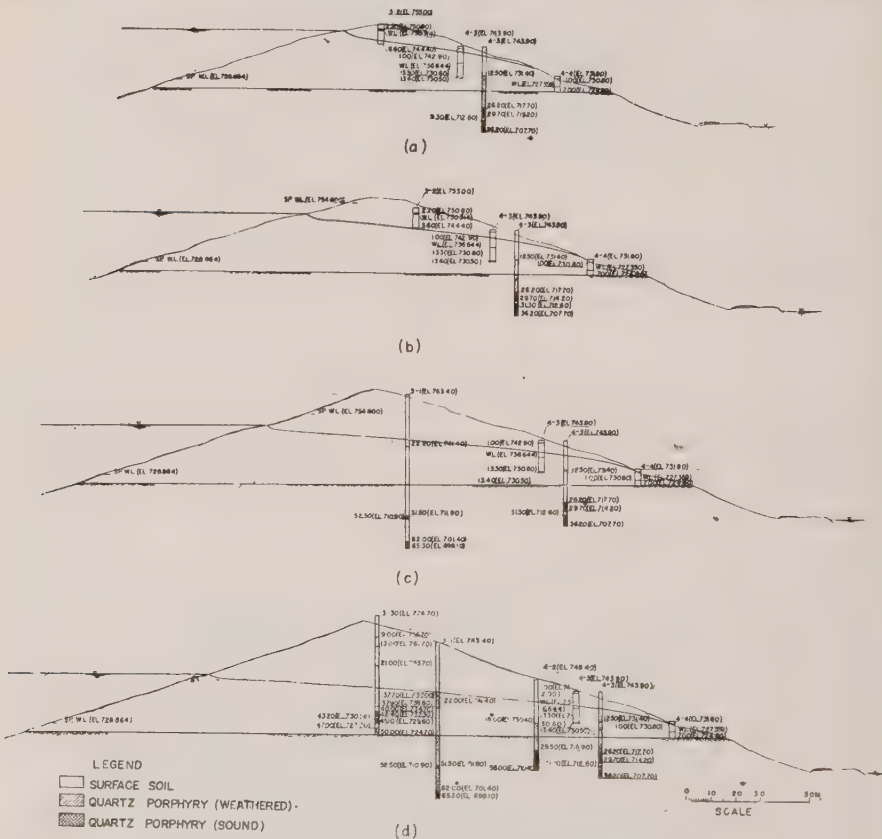


Fig. 8-1

The presumed line of seepage.
 Impervious rock surface elevation El. 720 m.
 Cut-off wall length: (a) 20 m (b) 40 m (c) 60 m (d) 80 m.



The presumed line of seepage
Impervious rock surface elevation El. 725 m.
Cut-off wall length: (a) 20 m (b) 40 m (c) 60 m (d) 80 m.

Fig. 8 and Fig. 5 show that it will be somewhat unreasonable to take El. 730 m as the base height of the cut-off wall and it may be necessary to draw down the elevation a little. As the formation of the impervious bed rock in the interior is higher than that near the surface of valley wall as shown in the cross-section, it will be probable that the formation of the cut-off wall becomes higher as much in the interior. Assuming that the impervious rock surface be horizontal for the sake of simplifying the analysis, the following analyses are done in two cases of the cut-off wall formation of both El. 720 m and El. 725 m, as the first approximation.

89

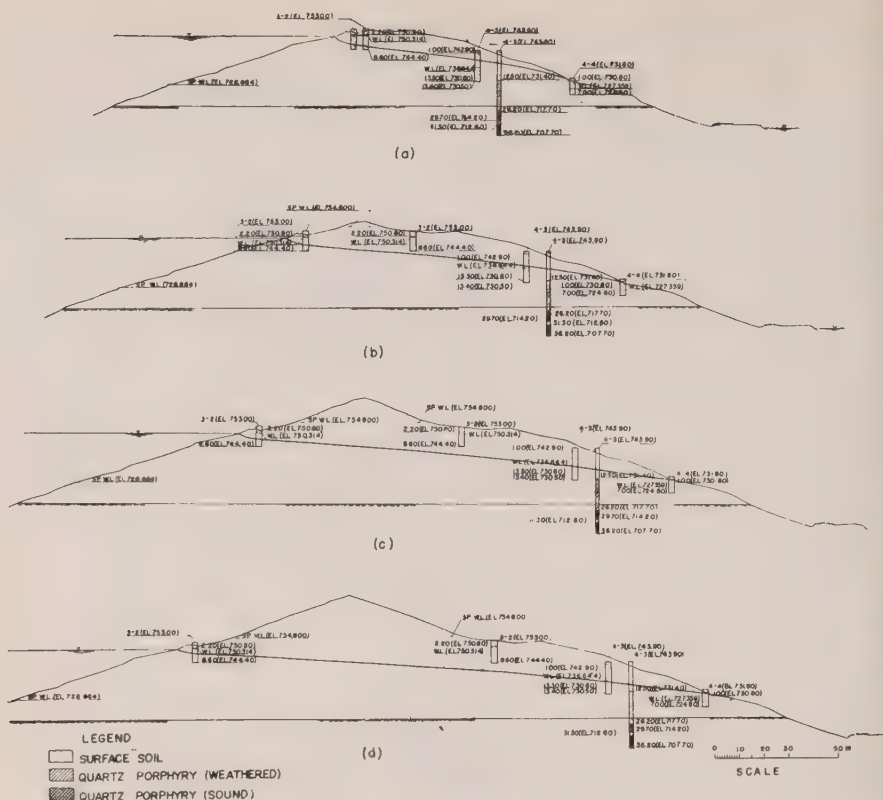


Fig. 9-1

The presumed line of seepage

Impervious rock surface elevation El. 720 m.

Cut-off wall length: (a) 20 m (b) 40 m (c) 60 m (d) 80 m.

By E. W. Lane's theory, Bligh's limit on sheet-piling spacing seems to be equivalent to stating that the resistance per unit length along the short path is twice that per unit length along the creep line⁽¹²⁾. It may be reasonable, therefore, that the permeability along the line of contact is twice that through material. Thus the coefficient of horizontal permeability along the line of contact will become $5 \times 2 = 10$ times greater than that of vertical permeability obtained by measurement.

On advancing the analysis, Fig. 8 and Fig. 9 must be reduced by the factor $\sqrt{1/5}$ and $\sqrt{1/10}$, respectively, in the horizontal direction only, as described above. Thus the average gradients of slopes in both upstream and downstream face in the transformed sections became about 45°.

According to A. Casagrande, the equation for the line of seepage is given by

$$q = k_y \frac{dy}{ds} \quad (18)$$

in the case of $\alpha > 30^\circ$, α being the gradient of the slope of downstream face. Here q represents the quantity of seepage per unit of length and per unit of time, y , ordinate, and s , the distance along the line of seepage, thus dy/ds being the hydraulic gradient along the line of seepage (cf. Fig. 10).

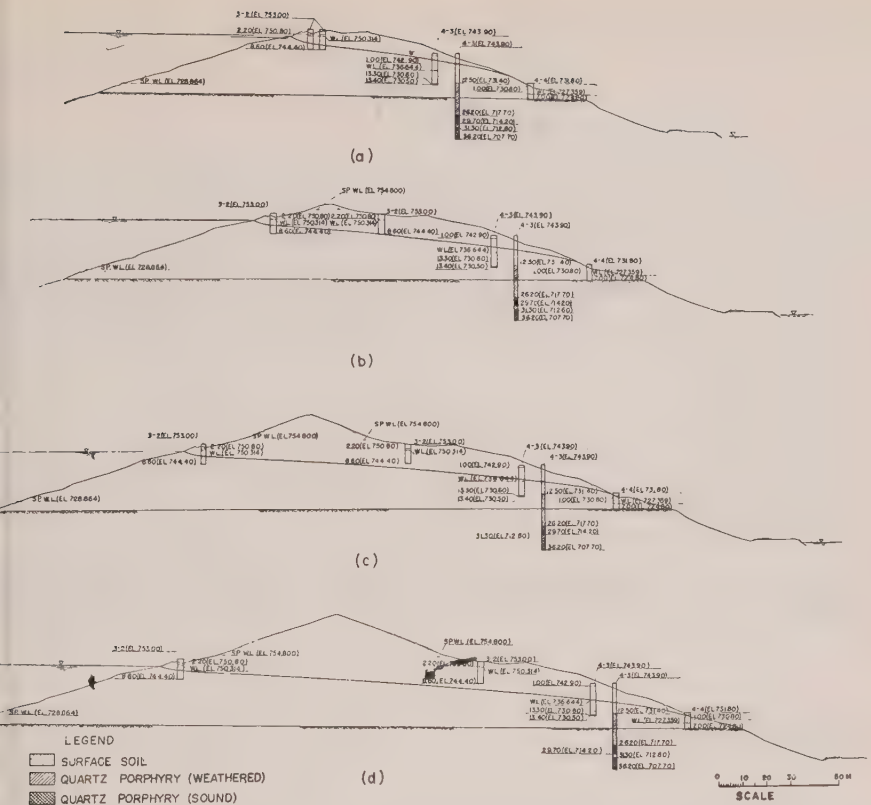


Fig. 9-2

The presumed line of seepage
 Impervious rock surface elevation El. 725 m.
 Cut-off wall length: (a) 20 m (b) 40 m (c) 60 m (d) 80 m.

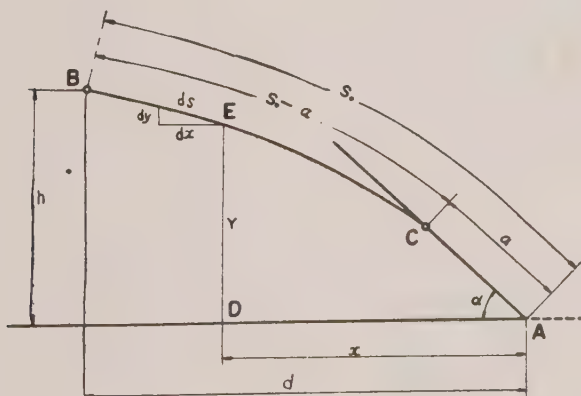


Fig. 10
 Graphical determination of discharge point.

From Eq. (18), the following solutions can be obtained,

$$a = s_0 - \sqrt{s_0^2 - \frac{h^2}{\sin^2 \alpha}} \quad (19)$$

and

$$q = k a \sin^2 \alpha \quad (20)$$

If $\alpha < 60^\circ$, it is almost tolerable to replace the length s_0 by the straight distance from $AB = \sqrt{h^2 + d^2}$, thus eliminating trial constructions. These equations give the quantity of seepage and a , that is, the discharge point for the line of seepage⁽¹³⁾.

After locating the discharge point on the slope of downstream face, the line of seepage in the transformed section may be obtainable by drawing the parabola, tangent to the slope at the discharging point. The final process on obtaining the actual line of seepage is to project the whole section back into the true one. The presumed lines of seepage thus obtained are given in Fig. 8 and Fig. 9.

§ 4. The presumed terminal velocity and the probability of piping thereby

The discharge by percolation subject to the head h through the porous medium, having the length of l , the area of cross-section of s , the porosity of λ , and the coefficient of permeability of k , is given by

$$Q = \lambda k (h/l) s, \quad (21)$$

Q , being the quantity of seepage. If q represents that quantity per unit cross-sectional area, it becomes

$$q = \lambda k h/l,$$

Hereupon, as

$$v = q/\lambda,$$

the terminal velocity v is given by

$$v = k h/l$$

which is known as Darcy's formula.

h and l in this equation will be probably known from the aspect of the lines of seepage in the cross-section for each length of a cut-off wall. As the value of k , it will be preferable to adopt the greatest value among various ones of the coefficient of permeability which are given in Table 1. The value of k varies with the water temperature. As the increase of the temperature induces the decrease of the viscosity of water, k will become greater as much. Therefore, in order to choose the most unpreferable condition to be conservative, the analysis should be performed on the highest water temperature. As to the highest temperature in the surface water in the reservoir, there is nothing for it but to analogize from the appropriate illustration. In the Miura Reservoir in Japan, one of the authors found that the highest temperature in the surface water amounted to about 26°C in summer⁽¹⁴⁾. It may be reasonable, therefore, to adopt this value in the present case also.

From these reasons described above, it will be probably necessary to reduce the coefficient in P-A point, the greatest one in Table 1, into the value at 26°C , and thus to use the reduced value as the coefficient of permeability, k , in the analysis. So that,

$$k_{26^\circ\text{C}} = 15.2 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$$

This value corresponds to the vertical permeability coefficient k_v . As the actual percolation will occur almost horizontal, the terminal velocity must be presumed with the use of the horizontal permeability coefficient k_h . $k_h/k_v = 5$ being assumed in the case of the percolation through material, then

$$k_{h, 26^\circ\text{C, material}} = 5 \times k_{26^\circ\text{C}} = 7.6 \times 10^{-2} \text{ cm/sec},$$

and furthermore, as the percolation along the line of contact is assumed to be twice that through material,

$$k_{h, 26^\circ\text{C, contact}} = 5 \times 2 \times k_{26^\circ\text{C}} = 15.2 \times 10^{-2} \text{ cm/sec},$$

TABLE 4

The presumed terminal velocity

Cut-off wall length (m.)		Presumed terminal velocity (cm/sec)	
		The elevation of impervious bed rock	
		In the case of El. 720 m	In the case of El. 725 m
20	A	0.050	0.046
	B	0.092	0.080
40	A	0.040	0.036
	B	0.069	0.060
60	A	0.032	0.028
	B	0.056	0.049
80	A	0.027	0.024
	B	0.048	0.042

A : The velocity in the leakage through foundation material.

B : The velocity in the leakage along the contact between the structure and the foundation.

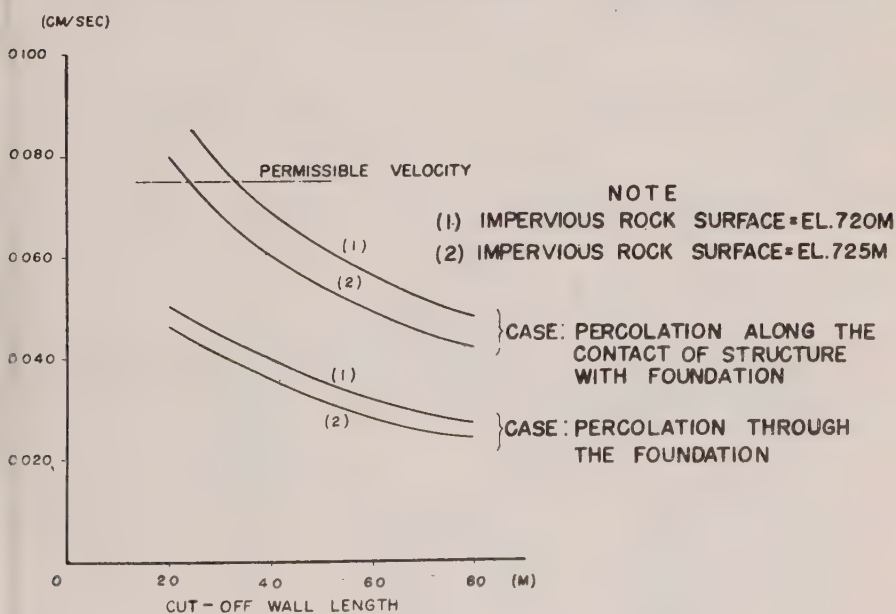


Fig. 11

The relation between cut-off wall length and presumed terminal velocity.

Table 4 and Fig. 11 show the presumed terminal velocity in each case, calculated from the previously described equation,

$$v = k h / l$$

J. D. Justin⁽¹⁵⁾ proposed to obtain the scouring velocity of the water percolating

through a permeable medium, at which the piping phenomenon takes place, by computing the pressure due to jet action necessary to overcome the effective weight (weight in water) of the various sized particles. According to this theory, a permissible velocity v_p of 0.15 ft/min = 0.075 cm/sec is obtained against all particles larger than 0.001 mm in diameter, with a factor of safety of 4.

The comparison of the permissible velocity with Table 4 and Fig. 11 will clearly result that a cut-off wall length, which can reduce the terminal velocity lower than the permissible velocity and prevent from piping, is concluded to be about 33 m and 24 m in the case of the impervious rock foundation of El. 720 m and El. 725 m, respectively. Thus the foundation will become to satisfy the necessary conditions at least in the phase of permeability for stability of an earth dam. As the test shafts show that the actual impervious bed rock surface seems to be slightly higher than El. 725 m, it is considered that a cut-off wall length of 40 m, if conservative, will be probably sufficient from the view-point of permeability. This length is less than half of that in the original design, thus leading to the great contribution to the reduction of both cost and period of construction.

§ 5. The presumed quantity of seepage water

The presumed quantity of seepage water q per unit width in the foundation can be estimated from Eq. (20), i.e.

$$q = k a^2 \sin \alpha$$

here,

$$a = \sqrt{h^2 + d^2} - \sqrt{h^2 - d^2 - h^2/\sin^2 \alpha}$$

The quantity of seepage water should be calculated, not by the coefficient which is used in the study of piping, but by the value K which is that coefficient times porosity λ .

Hence,

$$K = \lambda k = \lambda \sqrt{k_h \cdot k_v}$$

If the water temperature in the reservoir is at 26°C, assuming that $k_h/k_v = 5$, and $\lambda = 0.1$,

$$K = 3.4 \times 10^{-3} \text{ cm/sec.}$$

When, therefore, all of the various conditions are most unpreferable, as previously described, quantities of seepage water q_A , which is thus expected to become greatest, are

TABLE 5
The presumed maximum quantities of seepage

Cut-off wall length (m.)		The presumed maximum quantities of seepage (cc/sec)			
		q_c	q_D	q_c	q_D
		The elevation of impervious bed rock			
		In the case of El. 720 m		In the case of El. 725 m	
20	A	3.18	2.58	2.46	2.01
	B	4.17	3.62	3.23	2.73
40	A	2.67	2.52	2.04	1.86
	B	3.37	3.11	2.55	2.34
60	A	2.22	2.11	1.65	1.50
	B	2.80	2.68	2.09	1.96
80	A	1.89	1.80	1.41	1.35
	B	2.42	2.30	1.79	1.70

computed from the above equation, as shown in each case in Table 5. Moreover, larger quantity will be expected along the line of contact. Designating the quantity along it q_B , the quantity along the line of contact is given with q_A in Table 5.

Dachler has proposed the different method on the basis of the combination of both theoretical and empirical formulae. The quantities presumed by Dachler's method are tabulated also in the same table, which show fairly good agreement with corresponding one by Casagrande.

It should be noted that the quantities given in Table 5 are in the most unpreferable case. As the conditions in practice will be not so unpreferable, the actual quantity of seepage water will reduce as much.

In the study of piping as well as of the quantity of seepage water, analyses are performed on assumption that Darcy's formula is established in the weathered layer. Therefore, it is necessary that sufficient grouting should be carried out as possible against hair cracks encountered in the practical construction and that especially sufficient grouting should be performed along the contact of the cut-off wall with its foundation. It is needless to say that the base of the cut-off wall must be closely attached to the impervious bed rock.

Conclusion

Field measurement methods of permeability coefficient of deeply weathered rocks, etc., in situ are first proposed, on assumption that Darcy's formula is applicable to these layers, and the necessary length of a cut-off wall which should be constructed in weathered rock was also studied.

When dam wing must be founded on a pervious layer, the former idea needs the cut-off wall of which the other end is attached to the impervious rock, or, if it is impossible, there is nothing for it but to design a groundless length of the cut-off wall by judgement based upon empirical knowledge.

However, it will be possible to study theoretically the necessary length of a cut-off wall by analyzing as described in this paper. Thus, the present analysis will propose one way of thinking about the dam construction in the weathered rock foundation hereafter.

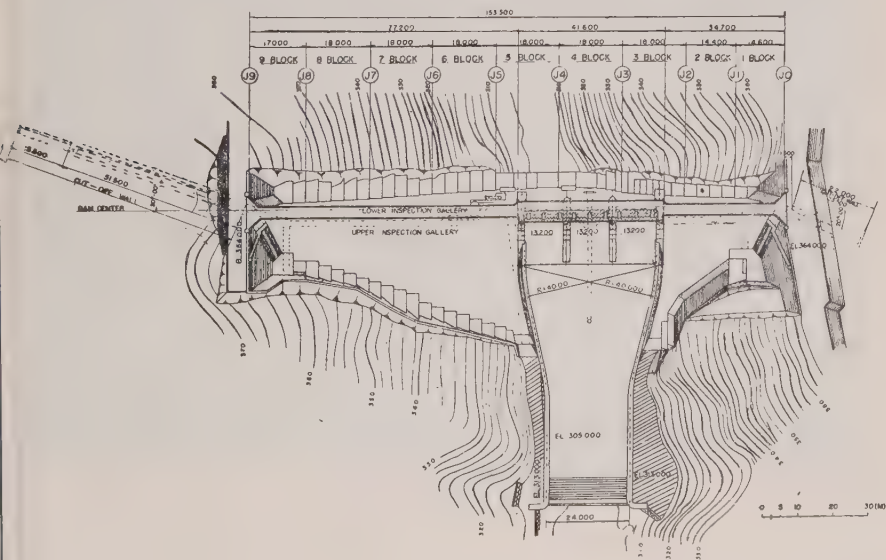
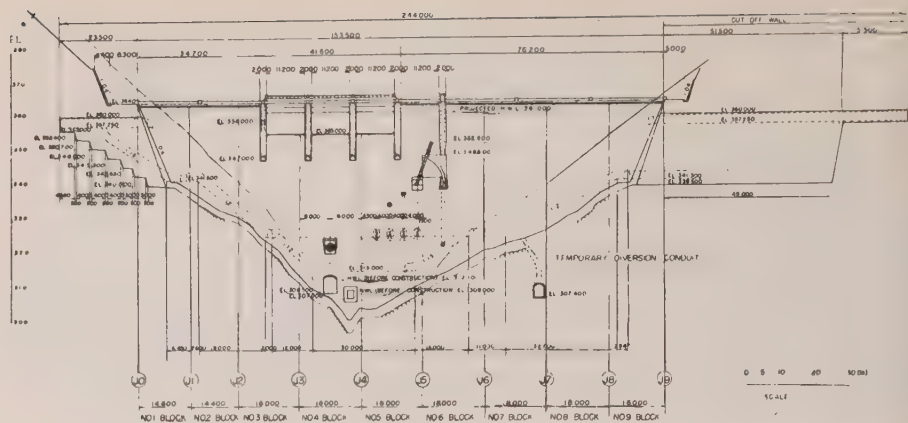


Fig. 12
Plan of Kijima Dam.



Because of small scale of the methods and of minority of measurement points, the results of measurement by authors might be too unsatisfactory to study various analyses. It is desirable to improve these weak points in future.

Kijima dam, 60 m high, in Shimane Prefecture, Japan, is another example, designed



Plate 4

Ground surface in the downstream near the cut-off wall of the Kijima dam after construction.
It shows no seepage water.

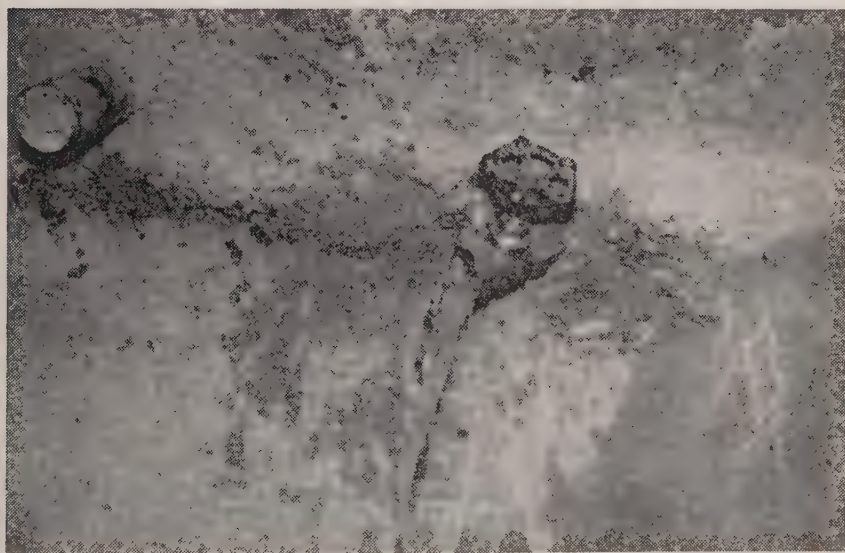


Plate 5

Discharging water into the inspection gallery in the cut-off wall of the Kijima dam.

and constructed in such a manner that is described in the text. The head water level in the dam is at El. 361 m. While this dam is founded on the granite, the upper half of the abutment

foundation is composed of deeply weathered one. Especially in the right bank, no sound rock was found higher than about El. 330 m. Therefore, the case may be similar to one in the text.

To tell the truth, the first analysis described in the text has been carried out in this dam, though it was more primitive. The analytical result showed that the necessary length of the cut-off wall for preventing from piping was about 60 m, as shown in Fig. 12 and Fig. 13, provided that sufficient grouting was carried out along the contact of the wall with foundation material. The result of the design and execution which was made just like that, has proved a great success, as shown in Plate 3 - 5. No seepage is found at present in the downstream face, while the analysis expected to be a little amount thereof.

REFERENCE

- (¹) M. MUSKAT; *The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media*, pp. 7-8, 1946.
- (²) M. MUSKAT; *ibid.*, pp. 326-327.
- (³) S. MATSUO and K. AKAI; A Field Determination of Permeability, 3rd Intern. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., vol. 1, pp. 268-271, 1953.
- (⁴) F. YAHAGI; *On the Permeability Analysis at the Projected Kandogawa Dam Site*, (in Japanese), Monograph of Technical Research Laboratory, C. R. I. E. P. I., (C. 5321), 1954.
- (⁵) M. HONMA; *Practical Hydraulics*, (in Japanese), p. 110, 1942.
- (⁶) Bureau of Reclamation, U. S. A.; *Treatise on Dams*, Chapt. 8, Earth Dams, p. 32.
- (⁷) A. CASAGRANDE; Seepage through Dams, *New Eng. Water Works Assoc.*, vol. 15, pp. 131-172, 1937.
- (⁸) J. DUPUIT; *Etudes Théoriques et Pratiques sur le Mouvement des Eaux*, Paris, 1863
- (⁹) A. CASAGRANDE; *ibid.*, p. 140.
- (¹⁰) F. KAWAKAMI; *Design of Earth Dam*, (in Japanese), p. 32, 1953.
- (¹¹) F. SCHAFFERNAK; Erforschung der Physikalischen Gesetze, nach welchen die Durchsickerung des Wassers durch eine Talsperre oder durch den Untergrund stattfindet, *Die Wasserwirtschaft*, no. 30, pp. 399-403, 1933.
- (¹²) E. W. LANE; Security from Under-seepage Masonry Dams on Earth Foundations, *Trans. A. S. C. E.*, vol. 100, pp. 1235-1272, 1935.
- (¹³) A. CASAGRANDE; *ibid.*, p. 145.
- (¹⁴) H. TANAKA; *On the Water Temperature in the Miura Reservoir*, Report of Electric Power Research Institute, (C. 4147), 1949.
- (¹⁵) J. D. JUSTIN; The Design of Earth Dams, *Trans. A. S. C. E.*, vol. 87, pp. 49-51, 1924.
- (¹⁶) R. DACHLER; Der Sickervorgang in Dammböschungen, *Die Wasserwirtschaft*, p. 37, 1933.

THE DARCY LAW IN THE SELECTION OF WATER-SPREADING SYSTEMS FOR GROUND-WATER RECHARGE

by

Leonard SCHIFF

June 1956

Abstract

Ground-water recharge is accomplished by surface-spreading methods utilizing basins, furrows and flooding or by injection methods employing shafts, wells, pits and trenches. Effects of the following conditions on flow to the ground-water table are discussed on the basis of Darcy's law: (1) surface and subsurface soils which permit rapid infiltration and percolation to the ground-water table; (2) surface soil conditions restricting infiltration; (3) shallow, less-pervious, soil layers which restrict percolation and infiltration; and (4) deep, less-pervious, soil layers restricting percolation to the ground-water table. Soil and water treatments and operational procedures tending to increase permeability or hydraulic gradient are considered. The Darcy law is basic to interpretation of problems and to selection of the method of spreading. It also is the basis for selection of systems of spreading, involving spacing and arrangement of spreading areas, and combinations of methods used to achieve maximum recharge with minimum area. Procedures and experimental data are discussed in terms of Darcy's law.

Introduction

Replenishment or recharge of ground-water artificially is known as water-spreading. Water may be spread on land surfaces in basins (Fig. 1), in furrows or by flooding. Water may be injected directly into aquifers using trenches (Fig. 2), shafts, wells, or pits. The objective is to conserve water which usually wastes to oceans, lakes, or locations where replenishment is not necessary or where loss through evaporation and consumptive use is excessive. Principal sources of water for replenishment include runoff from rainfall or snow-melt, water released from upstream storage, and sewage and industrial effluents.

Water spreading for recharge of ground-water supplies for irrigation has received considerable attention in the semi-arid and arid regions of the western United States. More recently, prevention of salt water intrusion along coastal areas to safeguard inland ground-water supplies utilizing water-spreading techniques is being investigated. The problem of sustaining industrial and domestic as well as irrigation water supplies during drouth periods is of particular concern throughout this country.

It is desired to obtain recharge with a minimum of spreading area. Whenever possible, sites that have high infiltration rates (entry rate of water into soil) and high percolation rates (rate of downward flow of water through a depth of soil) down to the ground-water table are selected. However, spreading is practiced or contemplated in many areas where only fine- to medium-textured soils are found and/or where less-pervious, subsurface layers occur. On such areas, infiltration or percolation rates, or both, are generally low.

Conditions affecting flow to the ground-water table

Information helpful in the classification of water-spreading sites is obtained by infiltrometer tests and studies involving the determination of soil texture, soil structure, and chemical properties of the soil. Information on deeper strata is obtained by auger hole borings well logs, jetting, and cable-tool test holes (SCHIFF, 1955). Resistivity methods used by



Fig. 1
Spreading water on land surfaces — 375 acres divided into basins which average about 10 acres in area, near Bakersfield, California.



Fig. 2
Spreading water by injection using an experimental infiltration trench 0.5 acre in area, near Bakersfield, California.

SCHLUMBERGER (1932) show promise because resistivity can be related to the texture of soil layers at different depths.

Water-spreading problems may be classified into four categories based upon the following conditions: Type 1 — surface and subsurface soils permit rapid infiltration and percolation to the ground-water table; Type 2 — surface soil restricts infiltration; Type 3 — shallow, less-pervious, soil layers restrict percolation and infiltration; and Type 4 — deep, less-pervious, soil layers restrict percolation to the ground-water table.

This paper briefly reviews water-spreading work in the United States, approaches to the solution of water-spreading problems, and the selection of water-spreading systems for Types 2, 3, and 4 in light of the Darcy law. Research work concurrently performed in the laboratory and field by the United States Agricultural Research Service in cooperation with the Kern County Land Company, North Kern Water Storage District, the California Agricultural Experiment Station, and the California Division of Water Resources is described.

Type 1 problems

Problems of Type 1 described by MITCHELSON (1949) include protection of spreading areas from flows of flood magnitude and diversions to bypass water laden heavily with suspended material. A heavy deposit of silt reduces the permeability of the soil. Good growth of vegetation on such sites has permitted use of spreading-water containing up to 600 ppm of suspended material for short periods of time. Whenever possible, porous sites are selected either in the immediate vicinity where replenishment is desired or hydraulically up slope. Examples of such sites are the upper coarse portions of alluvial fans such as the debris cones at the mouths of canyons in southern California, U.S.A. Spreading methods used singly or in combination on such sites are: (1) the basin method, (2) the furrow method and (3) the flooding method. The basin method impounds water in a series of small basins formed by dikes arranged to permit submergence of the entire area. The overtopping variation of the basin method consists of binding nonerosive material, such as rock, together with heavy woven wire to form a dike. Dike elevations insure water spreading from one dike to the toe of the dike above, thus submerging the entire area. The furrow or ditch method conveys water in shallow, flat-bottomed, closely-spaced ditches. These ditches are sloped to prevent silt deposition which tends to reduce infiltration rates. The flooding method described by MUCKEL (1948) consists of passing water overland in a thin sheet. Sufficient controls are employed to prevent collection of the water in small streams.

Use of Darcy's law in the analysis of Type 2 problems

This problem occurs where the surface soil condition limits flow to the ground-water table. Flow under such conditions is essentially vertical. The velocity of flow, V , defined as the quantity of water flowing normal to a unit area in unit time, is described by the Darcy law as follows:

$$V = K (h_s + y)/y \quad (1)$$

where K is the permeability, h_s is the surface head (depth of water on the soil surface), and y is the length of saturated soil column. The expression $(h_s + y)/y$ is the head loss per unit distance. By definition, the infiltration rate, f , equals V in equation (1) and is expressed herein as acre feet per acre per day or simply feet per day. When y is small, h_s may constitute most of the hydraulic head, and f increases almost in direct proportion to h_s (SCHIFF, 1953).

On many areas where fine- to medium-textured surface soils are found, y is small and the infiltration rate will increase with increases in h_s . When y is large and h_s is small, $(h_s + y)/y$ approaches unity and small variations in h_s have little effect on the infiltration rate for the shallow depths of water frequently used on spreading areas. On coarser-textured soils y tends to increase, and thus $(h_s + y)/y$ tends to decrease for a given h_s . However, under such conditions K increases manyfold and the infiltration rate increases accordingly.



Fig. 3

Small infiltration ponds, .005 acres in size, with re-enforced sheet metal retaining walls.

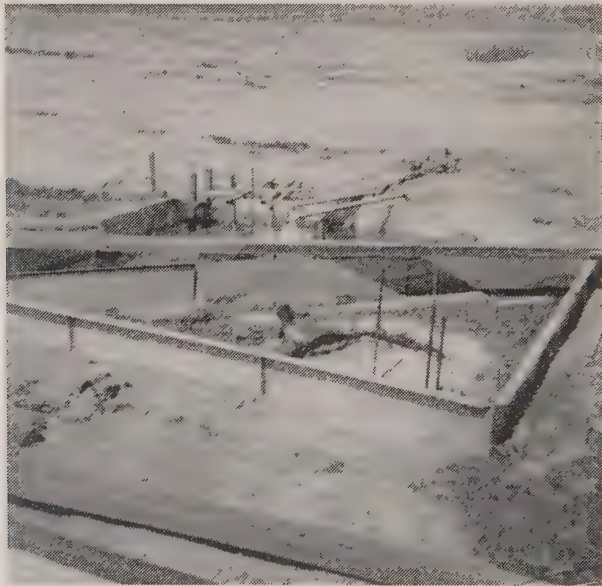


Fig. 4

Gravel back-filled shafts installed within triangular metal retaining walls. Piezometers (pipes) in center and near outside edge of shaft (foreground) measure head loss at gravel-sand aquifer interface.

RICHTER (1956) shows ranges in infiltration rates for spreading areas with various soil textures in California (Table 1).

TABLE 1
Infiltration rates for spreading areas with various soil textures in California

Description	Infiltration rate	
	Range	Average
Upper portion of alluvial fan (surface contains coarse-grained deposits of sand, gravel, cobbles and boulders; underlying sediments are coarse-textured)	Ac-ft/ac/day 1.6 to 10	Ac-ft/ac/day 4.2
Central portion of alluvial fan (medium textured soils, predominately sands; underlying sediments contain no extensive impermeable clay-pan, iron-hardpan, or silt and clay horizons)	1.7 to 3.6	2.2
Distal portion of alluvial fan (variable textured soils, predominately fine-grained sands, silts, and clays underlain by extensive clay-pan and iron-hardpan horizons)	<1.0	0.46

Untreated fine-textured soils with little or no vegetative cover have a greater tendency to clog under a given suspended load than do coarser-textured soils. Also, fine-textured soils tend to clog with time due to colloidal swelling, soil dispersion and microbial sealing. Under such conditions, decreases in γ cause an increase in the hydraulic gradient. However, infiltration rates will still decline due to the decrease in permeability.

TABLE 2
Increases in infiltration rate of Hesperia sandy loam in 0.005 acre ponds after various soil treatments, near Bakersfield, California

Treatment		Year treatment gave maximum infiltration rate	Average infiltration rate for 7 months of flooding		Longevity of treatment
Type	Rate of application		Before treatment	After treatment	
Bermuda gras	Sodded	3rd	ft/day 1.0	ft/day 3.6	yrs > 5
Cotton gin trash	2" spaded into soil	2nd	1.0	5.7	> 5
Calcium salt of vinyl acetate maleic acid	Powder raked into top 3" soil, 0.1% by weight	1st	1.0	4.0	< 4
Ammonium lignin sulfonate and wood sugars	Powder raked into top 3" soil, 0.4% by weight	1st	1.0	2.5	< 4

The permeability of fine- to medium-textured soils has been increased manyfold by treatments of surface soil with vegetation, organic residues, and chemicals (SCHIFF, 1955). A detailed analysis of surface-soil treatments has been made by BLISS and JOHNSON (1952) and JOHNSON (1956). Such treatments improve soil structure and its stability and increase porosity. Figure 3 shows small ponds, 0.005 acre in area, at Bakersfield, California, on Exeter sandy loam. On a similar installation, Hesperia sandy loam has been treated and infiltration rates increased as shown in Table 2.

Small ponds usually reflect the true infiltration rate of surface-soils when less-pervious layers are at least several feet beneath the pond borders. Since water can flow laterally over such layers the infiltration rate is not restricted. CAMPBELL (1955) has shown that infiltration rates were increased from about 0.5 foot per day to from 1 to 1.5 feet per day by surface treatments of cotton gin trash on large spreading areas. Percolation rates appeared to limit further increases in infiltration rates. Treatments are most practical on large areas where the percolation rate of the subsurface-soil is appreciably higher than the inherent infiltration rate of the surface-soil. SCHIFF (1953) showed that K values for Hesperia sandy loam increased from an average of 0.25 foot per day for untreated plots to about five feet per day after treatment with cotton gin trash.

Infiltration rates averaging 3.6 feet per day have been maintained over a period of several years on a fine sandy loam with a good native cover at the Saticoy Spreading Grounds in Ventura County, California. It is noteworthy that this infiltration rate is within the range for medium- to coarse-textured soils common to spreading areas in California. The grass cover in this spreading area maintains an open, friable, surface-soil for water with a turbidity up to 25 cubic feet of sediment per acre foot. Water is bypassed when it exceeds this turbidity.

Application of the Darcy law to Type 3 problems

Infiltration rates are restricted by subsurface layers of low permeability within a few feet of the surface. CAMPBELL (1955) has studied the effects of ripping or chiseling on soils



Fig. 5
Bakersfield Experimental Pit, 1/10 acre in area, which exposes sand aquifer 6 feet beneath relatively impervious surface soil. The sand aquifer is 1/29 acre in area.

with shallow hard-pans and stratified layers at Bakersfield, California. Temporary increases to 1 foot per day were obtained in some instances, particularly where initial rates were low due to compaction.

Injection methods employing shafts, pits and trenches are being investigated at Bakersfield. Shallow soil layers of low permeability are removed by this method permitting ponded water to contact sand aquifers of high permeability. BLISS (1955) showed that injection rates on gravel back-filled shafts four feet in diameter and twenty feet deep (Fig. 4) reached a maximum of 0.8 acre foot per day for a short period. This rate declined to 0.2 acre foot per day after six months using clear well water. Injection rates were appreciably lower when river water was used.

Figure 5 shows a pit excavated through 6 feet of relatively impervious material and extending three feet into an eight-foot lens of coarse sand. This sand lens occurs six feet beneath the soil surface and is underlain by fine-textured material. The final pass of the carryall used in construction removed the finer soil particles. Little compaction occurred in the dry sand. The sand exposed is 20 × 75 feet or 1/29 acre in area. A six-inch layer of pea gravel (1/8 to 1/4 inch in diameter) was placed over the exposed sand to serve as a filter. Results using river water are shown in Figure 6. Figure 7 is a schematic diagram of the pit showing dimensions along the east-west axis and locations of datum points.

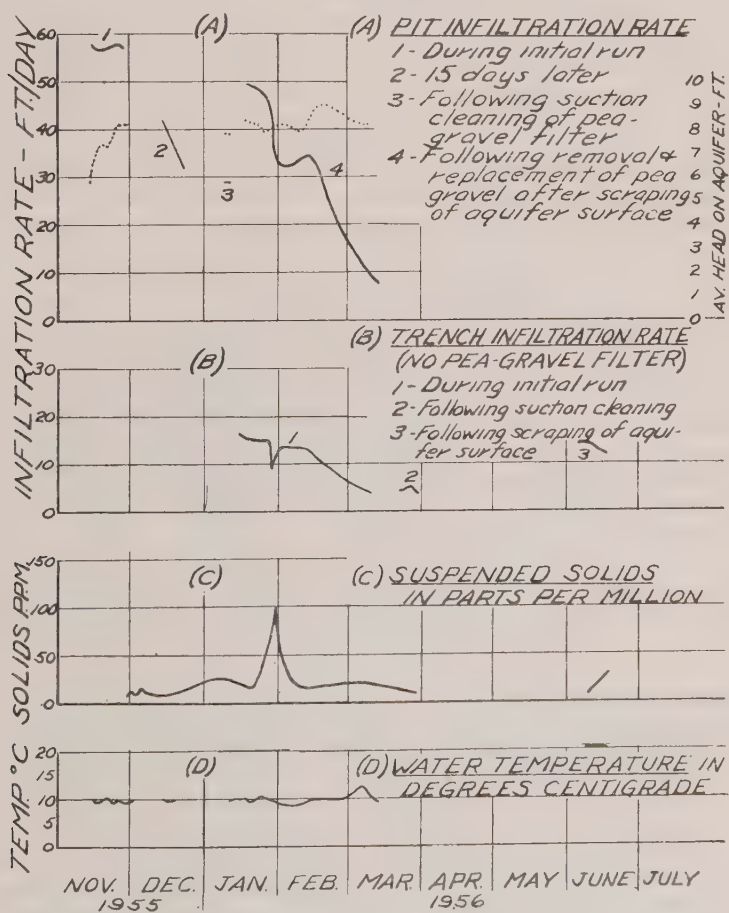


Fig. 6
Infiltration rate for Bakersfield experimental infiltration Pit and Trench.

The velocity of flow through the surface of the pit is

$$V = Q/a \quad (2)$$

where a is the area of the pit through which the measured rate of flow, Q , is moving. Using the initial rate of 2 acre feet per day, the average velocity

$$V = Q/a = 2/.0344 = 58 \text{ feet per day.}$$

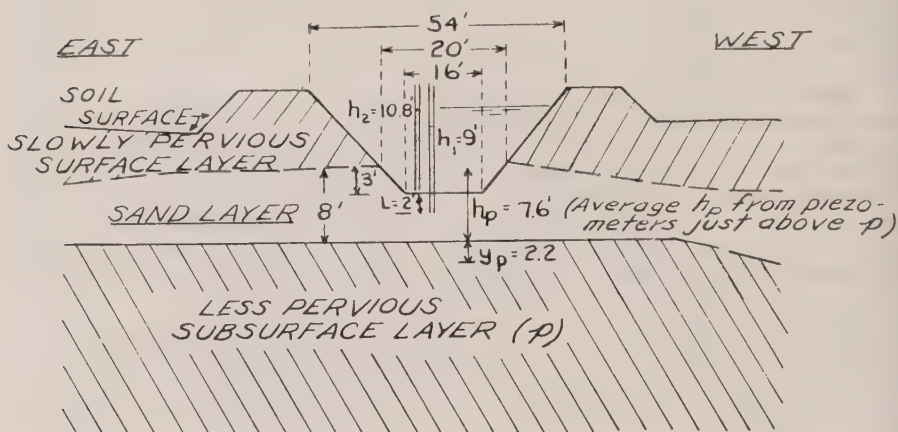


Fig. 7

Schematic diagram of Pit showing dimensions along East-West axis and datum points.

From Figure 7 the value of K for the sand becomes

$$K = \frac{VL}{(h_2 - h_1)} = \frac{58(2)}{(10.8 - 9.0)} = 64 \text{ ft. per day} \quad (3)$$

where h_2 is the height of water in feet in the piezometer which bottoms just above the sand, h_1 is the height of water in feet in the piezometer which bottoms below the top of the sand and L is the length of the sand column between the bottoms of piezometers h_2 and h_1 . The datum is the bottom of the piezometer measuring h_1 as shown in Figure 7.

Within a short period of time, water had spread out laterally in the sand layer beneath the pit over the less-pervious soil layer underlying the sand. When equilibrium for the system was approached, this lateral spread of water covered an area (a_p) equal to 1.8 acres. The average velocity of flow, V_p , through the less-pervious layer, p , below the sand of area $a_p = 1.8$ acres was

$$V_p = Q/a_p = 2/1.8 = 1.11 \text{ feet per day} \quad (4)$$

From the Darcy law, K_p , the permeability of p can be approximated by equation (1) as follows:

$$V_p = K_p(h_p + y_p)/y_p \quad (5)$$

where h_p is the average pressure head on p , as determined by piezometers within and outside the pit, and y_p is the average length of the saturated column within p , as approximated from work of SCHIFF (1953). Substituting the value of V_p from (4) in equation (5)

$$K_p = \frac{1.11}{(7.6 + 2.2)/2.2} = 0.25 \text{ foot per day}$$

This K value is consistent with that previously shown for untreated soil.

The decline in infiltration rate for the pit between the first and second runs, marked 1 and 2 on Figure 6(A), may have been caused by the disruption of filtered material within the pea gravel and on top of the sand. The change in pressure due to variations in head may have caused shifting of filtered material and more severe clogging of the sand surface. It

may be desirable to operate under a fairly constant head during a run. Suction cleaning over the pea gravel between the second and third runs (Fig. 6(A)-2 and 3) with a swimming pool type cleaner and two-inch pump did not increase the infiltration rate. Moving the pea gravel to the center of the pit, scraping the sand to a depth of 1/4 inch with flatnosed shovels, and replacing the pea gravel restored the infiltration rate from 29 to 49 feet per day (Fig. 6(A)-4). These results indicate full recovery of the infiltration rate on the area scraped.

Figure 6(C) shows a marked increase in turbidity during the fourth run in the pit. This may account for the rapid decline in infiltration rate during this interval. The sharpest decline occurred during a ten-day period when 0.20 inch of material deposited on the pit. During this period the piezometric head loss was 6 feet in the top 3 inches of sand. During the same period the piezometric head loss was only 1.5 feet in the pea gravel. The pea gravel used did not appear to be an effective filter.

Presumably, filtering materials for sustaining infiltration rates over reasonable periods should filter out much of the suspended load through a depth of filter. Material such as sand of fine to medium texture tends to filter material in a thin plane. The work of the Illinois State Water Survey Division (unpublished reports) in doubling infiltration rates in the Peoria Pit is a major contribution to this field. This was accomplished by replacing the sand filter over the aquifer with pea gravel. An inspection of the Peoria Pit indicates that suspended material in the river water injected is sufficiently large to deposit partially on the surface and to a depth of a few inches in the pea gravel. Suction cleaning at Peoria appears successful. The pea gravel used on the Bakersfield Pit is similar to that used on the Peoria Pit. However, suspended material in the water supply at Bakersfield is very small in size and deposits largely in a thin layer on the sand beneath the pea gravel. On February 20, K for the sand was 3.1 feet per day as compared to 64 feet per day for initial infiltration rates. The solution to this problem may be to inject water directly on the aquifer and clean by scraping. It may be possible to find a material that will filter out the fines over a depth and retain sufficient porosity to sustain reasonably high infiltration rates over a spreading season.

Figure 2 shows a trench eight feet wide on the bottom and 450 feet long with 2-1/2 : 1 side slopes. This trench when full has a water-surface of 0.5 acre, and the exposed aquifer is 1/5 acre in size. As in the pit previously described, this trench outs three feet into an eight-foot lens of material of varying textures representing average aquifer conditions for the locality. The narrow width of the trench as compared to its length permits maximum lateral flow in the aquifer which overlies fine-textured soils. No filtering material was placed in the bottom. For the first thirty days of operation (Fig. 6(B)-1), infiltration rates averaged 12.5 feet per day for the exposed aquifer (2.5 acre feet per day for the entire trench). The average infiltration rate was 11 feet per day for the initial 61-day run. One-half acre of untreated surface area in the vicinity will infiltrate about 0.25 foot per day. On a comparative basis, if average rates of 2.0 acre feet on a volume basis can be maintained, 0.5 acre of trench is equivalent to four acres of land.

Suction cleaning with a two-inch pump and swimming pool type cleaner before the second run (Fig. 6(B)-2) did not improve the infiltration rate. The trench was then dried and scraped with a carryall prior to the third run. The infiltration rate recovered to 13 feet per day (Fig. 6(B)-3). The recovery can be considered successful since about 15% of the trench surface could not be scraped because of the location of the inlet.

In Dayton, Ohio, dams on the Mad River are used to raise the water to a point where it can be brought into Rohwer Island and run through meandering canals over a sandy surface. The water infiltrates and raises the water-table contacted by wells. The meandering canals, although covering only a portion of the eighty-acre island, infiltrate about 160 acre feet daily. In Nassau County in Long Island, New York, storm runoff water has been collected from built-up areas and spread on recharge basins since 1936. To keep the soil surface open, surface crusts are broken with a harrow at both the Dayton and Long Island projects. Mixing of the clogging material with the soil is avoided. Scraping and removal of the top layer and replacement with sand are usually required in the fall at Dayton. A layer of soil 4 to 6 inches deep is removed periodically from the recharge basins and replaced with sand and grits.

Consideration of Type 4 problems under the Darcy law

A perched water-table will develop on a fairly deep less-pervious soil layer above the major ground water-mound. If such a layer is deep enough, sufficient storage may exist above it to make water spreading practical. Evaluation must consider not only storage but the frequency with which specified amounts of water are available and the value of land flooded. Equations (4) and (5) may be applied to the system in equilibrium. HALL (1955) shows that the maximum area of lateral spread over the less pervious layer, p , is

$$a_p = Q/k_p \quad (6)$$

and occurs as $(h_p + y_p)/y_p$ approaches unity. The ratio of a_p to the surface area, a , upon which water is spread is an important concept in considering systems of spreading. If surface soil conditions limit infiltration, surface soil treatments may be required as discussed under Type 2.

New experiments on filtering material

Figure 8 shows 16 manometer-equipped infiltrometers located on a sand similar to that within the pit. The test compares the filtering qualities of a rather uniform coarse sand, varying from 0,8 mm to 1,6 mm, 1/8 inch pea gravel, and 1/4 inch pea gravel (same as used on the pit). Infiltration rates of sand covered with these filtering materials will be compared with the infiltration rates of sand in infiltrometers with no filter material. All filtering materials are replicated four times in a latin square design. The experimental setup permits water to be maintained at a constant head within infiltrometers. Losses in pressure head in

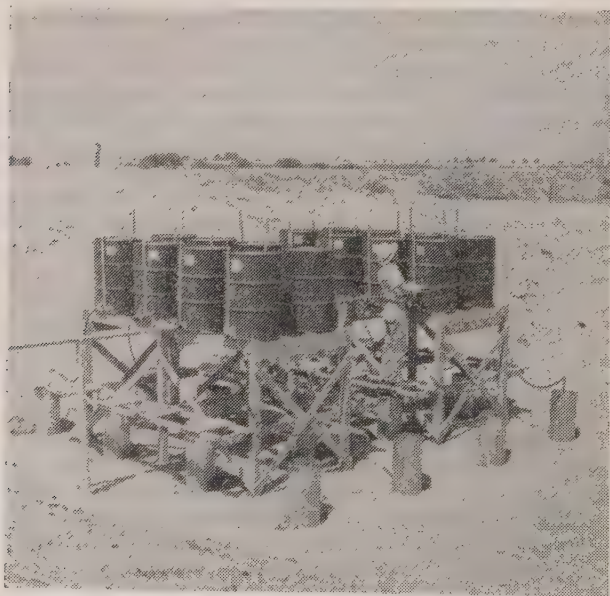


Fig. 8

Sixteen manometer-equipped infiltrometers comparing the infiltration rate of sand with no filtering material and when overlain with filtering materials of rather uniform coarse sand, 1/8 inch pea gravel, and 1/4 inch pea gravel, all replicated four times in a latin square design.

the filter materials and at various depths in the sand may be determined from the manometers. Preliminary observations indicate that the filter of rather uniform coarse sand is maintaining a much higher infiltration rate than either the 1/8 or 1/4 inch pea gravel.

The Darcy law in the selection of water-spreading systems

It is possible that a minimum of land can be used for maximum recharge if the Darcy law is considered in selecting water-spreading systems. The selection of systems is based on the analysis of water-spreading problems given in the previous section. A water-spreading system considers spreading a given rate of flow over an entire area, spreading or injecting water on portions of an area, or combining surface and injection spreading. Where only a portion of an area is used, the remainder may be devoted to farming or other use.

Under Type 1 conditions, where K is high for soil layers down to the ground-water table, the use of the entire surface of an area required for a given rate of flow is justified.

Under Type 2 conditions, where K of the surface-soil restricts flow, surface soil treatment to bring the K of the surface-soil up to the K of subsurface layers is desirable. The use of the entire surface of an area sufficient to infiltrate a given rate of flow is justified.

Type 3 conditions, where the K of shallow less-pervious layers restricts infiltration, suggest the use of long narrow strips of land or long narrow trenches for water-spreading. The land between strips or trenches could be farmed or used for other purposes. If other land use is not desired, then a rotational system of spreading could be considered employing all the land. Such a system involves spreading or injecting water on portions of land while infiltration rates are high. Subsequent drying (or scraping, if trenches are employed) can be performed for recovery in rates while other portions of the area are being used for spreading.

Water percolating downward from strips or trenches will spread laterally over the subsurface less-pervious soil layer found under Type 3. This visualizes a subsurface-lake. SCHIFF (1954) suggested using only portions of such an area based on an infiltration rate-percolation rate ratio which is the ratio of K to K_p in the Darcy equations previously discussed. This idea is also supported by equation (6) which shows that the area occupied by lateral flow over a subsurface layer varies directly with the permeability of the restricting layer. Data assembled recently by CAMPBELL (1956) tend to verify the idea that flooding scattered basins may infiltrate as much water as using all basins of a spreading area. The spacing to be used between strips or trenches may be estimated by equations (4), (5), and (6). The spacing may increase if strips are treated as discussed under Type 2 conditions.

Type 4 conditions, where less pervious layers are deep, may be considered a special case of Type 3 conditions. Such layers may be deep enough for water spreading to take place over the entire surface or in strips or trenches as dictated by the formulas given. The perched water should be available for use or ultimately reach the ground-water table. As a perched-water table or major ground-water table builds up, it can merge with the saturated zone extending down from above and the K of the restricting layer plus lateral flow control the infiltration rate.

Conclusions

The writer believes that the Darcy law is the best tool available for considering the potential of an area for water-spreading and for selecting systems of spreading. Data must be collected to provide information on factors affecting permeability and the hydraulic gradient throughout the soil profile. Increasing the hydraulic gradient by increasing the depth of water on soil may increase the infiltration rate considerably when conditions are such that the saturated column is short. Treatments are available that can increase K of the surface-soil, but their practical use depends on the K of subsurface layers. If the K of a shallow subsurface layer is lower than the surface-soil, injection methods which penetrate such a restricting layer to contact coarse material under high hydraulic gradients can be considered. The coarse material can serve as an underground distribution system and thus

conserve land on the surface. Another consideration is to treat surface strips or portions of an area or use injection trenches on parts of the area and rely on lateral flow to form a subsurface lake. Thus land may be freed for other use. In the final analysis in any area, the benefits to be derived from expenditures to conserve water by spreading must be weighed against the cost of water and the value of the land. The writer suggests that serious consideration be given the Darcy law by all who contemplate spreading water for ground-water recharge.

Acknowledgments

Grateful acknowledgment is made to all cooperators for their excellent support in the research work in water-spreading at Bakersfield. Many of the experiments discussed could not be performed without the help and facilities provided all cooperators by the Kern County Land Company. Some of the experiments mentioned are performed individually or in cooperation with the writer by E. S. Blise and C. E. Johnson, Soil Scientist and Soil Microbiologist, respectively. Grateful acknowledgment is made to them for their suggestions.

REFERENCES

- BLISS, E. S., The use of gravel shafts for injection water spreading, presented at Soil Science Society Amer. meeting, Davis, Calif., Aug. 17, 1955, to be submitted for publication.
- BLISS, E. S., and C. E. JOHNSON, Some factors involved in ground-water replenishment, *Trans. Amer. Geophys. Union*, 33, 547-558, 1952.
- CAMPBELL, K. W., Progress report of water spreading in the North Kern Water Storage District Jan. 1952 to Oct. 1954, Bakersfield, Calif., processed 1955.
- CAMPBELL, K. W., Progress report of water spreading in the North Kern Water Storage District, Bakersfield, Calif., processed 1956.
- HALL, W. A., Some theoretical aspects of water spreading on agricultural soils, *Agric. Eng.*, 36, 394-399, 1955.
- JOHNSON, C. E., Utilizing the decomposition of organic residues to increase infiltration rates in water spreading, presented at Amer. Geophys. Union meeting, Jan. 26, 1956, Los Angeles, Calif., submitted for publication.
- MITCHELSON, A. T., Spreading water for recharge, *Soil Cons.*, 15, 66-70, 1949.
- MUCKEL, D. C., Water spreading for ground-water replenishment, *Agric. Eng.*, 29, 74-76, 1948.
- RICHTER, R. C., Geologic considerations in artificial recharge of ground water reservoirs in California, presented at Geological Society of America meeting, Spring 1955, Berkeley, Calif., submitted for publication.
- SCHIFF, Leonard, The effect of surface head on infiltration rates based on the performance of ring infiltrometers and ponds, *Trans. Amer. Geophys. Union*, 34, 257-266, 1953.
- SCHIFF, Leonard, Water spreading for storage underground, *Agric. Eng.*, 35, 794-800, 1954.
- SCHIFF, Leonard, Water spreading for ground-water replenishment, *Trans. Amer. Geophys. Union*, 36, 1009-1020, 1955.
- SCHLUMBERGER, C., M. SCHLUMBERGER, and F. G. LEONARDON, Electric coring: a method of determining bottom-hole data by electrical methods, *Tech. Pub.* 462, A. I. M. E., February 1932.

LOI DE MODELES REDUITS DE FILTRATION

par

Prof. E. MOSONYI

Docteur es sciences techniques

Membre correspondant de l'Académie des Sciences de Hongrie

Directeur du Bureau d'Etudes, de Constructions et de Travaux Hydrauliques

et

G. KOVACS

Candidat des sciences techniques

Chef de département au Bureau d'Etudes, de Constructions et de Travaux Hydrauliques

Des phénomènes hydrauliques, en général, cinq peuvent être regis par espèces d'effets de force : pesanteur, frottement, inertie, forces de capillarité et forces d'élasticité, dont les deux dernières tout à fait négligeables.

On peut exprimer les lois de réduction, qui assurent la similitude dynamique, par les quotients des forces analogues, mesurées sur le modèle réduit et en réalité. Des équations conditionnelles ressortent les rapports de réduction des quantités de base (longueur, temps, force).

Les trois équations conditionnelles relatives aux trois effets de force les plus importants susmentionnés s'écrivent :

1. *rapport des forces d'inertie :*

$$\pi = \frac{M a}{M' a'} = \frac{V' \rho' a'}{V \rho a} = \alpha \frac{\lambda^4}{\tau^2}$$

2. *rapport des forces de gravitation :*

$$\pi = \frac{G'}{G} = \frac{M g}{M' g'} = \frac{M}{M'} = \frac{V \rho}{V' \rho'} = \alpha \lambda^3, \text{ car } g = g';$$

3. *rapport des frottements internes :*

$$\pi = \frac{S}{S'} = \frac{F' \eta \frac{dv}{dn}}{F \eta \frac{dv'}{dn'}} = \beta \frac{\lambda^2}{\tau}$$

ou

M = masse mue,

a = accélération,

V = volume,

ρ = densité,

g = accélération de la pesanteur,

F = surface parallèle au courant d'eau,

η = viscosité dynamique,

$\frac{dv}{dn}$ = variation de la vitesse verticale au courant d'eau (gradient de vitesse),

π = coefficient de réduction des forces,

λ = coefficient de réduction des longueurs,

τ = coefficient de réduction du temps,

α = rapport des densités,

β = rapport des viscosités dynamiques.

Les termes sans indice signifient les valeurs mesurables en réalité, tandis que celles marquées d'une virgule se rapportent au modèle réduit.

Au cas de modèles réduits hydrauliques deux variables sur cinq: le rapport des densités et celui des viscosités (α et β) sont égaux à l'unité, le liquide du modèle étant le même qu'en réalité. Les équations de condition ainsi s'écrivent en forme réduite au zéro se lisent comme suit :

$$\varphi^t(\lambda, \tau, \pi) = \frac{\lambda^4}{\tau^2} - \pi = 0$$

$$\varphi^n(\lambda, \tau, \pi) = \lambda^3 - \pi = 0$$

$$\sigma^s(\lambda, \tau, \pi) = \frac{\lambda^2}{\tau} - \pi = 0$$

Dans les trois équations obtenues, il y a trois inconnues, on peut donc résoudre le système d'équations sans ambiguïté. Cette solution conduit au résultat bien connu

$$\lambda = \tau = \pi = 1$$

Cette égalité exprime le fait, qu'on ne pourrait garantir la conformité dynamique de trois effets de force que sur un modèle à dimensions égales à la réalité, ce qui n'aurait aucune valeur pratique.

* * *

En couplant deux à deux les trois équations conditionnelles, des trois variations possibles trois lois de modèle résultent. Le couple des équations *des forces d'inertie* et de pesanteur nous conduit à la loi bien connue de *Froude*.

Si la masse mue est relativement grande, le gradient de vitesse ($\partial v / \partial n$) dans la coupe transversale par contre relativement petit, l'effet des forces de frottement sur le changement d'écoulement pourra être négligé. Les forces de pesanteur et d'inertie sont les forces dominantes, par conséquent on emploie la loi de *Froude*.

La loi de *Reynolds* se déduit du couple des équations conditionnelles *d'inertie* et des *forces de frottement*.

La loi de *Reynolds* devient utilisable, respectivement l'effet de la pesanteur sera négligeable si, au contraire de l'exemple précédent, la masse mue est relativement petite et le gradient de vitesse par contre grand. La conduite forcée en constitue l'exemple classique.

Enfin dans la troisième variation, étudiée par les *auteurs*, on couple les équations conditionnelles de la pesanteur et des forces d'inertie :

$$\lambda^3 = \frac{\lambda^2}{\tau}$$

$$\tau = \lambda^{-1}$$

Examinons, quel est le sens *physique* de cette troisième variation.

Si dans la section examinée le changement de vitesse des particules d'eau en mouvement est négligeablement petit, la force d'inertie deviendra négligeable à l'égard des autres deux forces principales. Comme déjà mentionné dans ce qui précède, nous supposons que les forces de capillarité et d'élasticité restent négligeables jusqu'au bout de l'examen.

La pesanteur conserve son influence considérable sur l'écoulement créé même dans ce cas et, si le gradient de vitesse qui est vertical au courant est important, le frottement ne peut être plus négligé : la troisième loi pourra jouer un rôle.

Le prototype d'un tel mouvement est l'écoulement laminaire dans des tuyaux à diamètre mince, un exemple pratique la filtration dans de massifs poreux.

* * *

Bien que la filtration se prête à l'application de la loi nouvelle, les résultats y obtenus ne sont guère utilisables au domaine des modèles réduits de filtrations, ces modèles étant le plus souvent *distordus*. Une distorsion s'impose, parce qu'il n'est pas judicieux de diminuer les grains de sol dans l'échelle du modèle.

En introduisant dans nos modèles réduits le sol à examiner dans sa granulométrie et

à son indice de vides originels on peut considérer le modèle comme formé de tuyaux dont les tubes sont raccourcis conformément au coefficient de réduction

$$l' = l/\lambda,$$

mais en conservant leur section perpendiculaire à l'écoulement d'eau :

$$d' = d.$$

La section totale de l'écoulement peut se calculer tout de même dans la proportion des surfaces :

$$F' = F/\lambda^2,$$

parce que le nombre des tuyaux diminue en proportion du coefficient de réduction

$$n' = n/\lambda^2.$$

En substituant ces relations dans l'équation de Poiseuille qui exprime la loi de l'*écoulement laminaire* dans des tubes et en formant le quotient de ces deux équations, nous obtenons la loi des modèles réduits distordus de filtration.

Du fait que l'équation de Poiseuille se base aussi sur la prise en considération simultanée des forces de pesanteur et de frottement, la loi de modèle réduit, ainsi obtenue, s'adapte également à évaluer l'action simultanée de la pesanteur et du frottement dans le cas spécial, où l'emploi d'une distorsion s'impose.

En considérant que

$$z/z' = d/d' = 1$$

nous obtenons comme le Quotient des relations

$$J \gamma l z^2 \pi = 2 \pi z l \frac{dv}{dz} \gamma \text{ et}$$

$$J' \gamma' l' z'^2 \pi = 2 \pi z' l' \frac{dv'}{dz'} \gamma$$

l'équation $v/v' = \lambda/\tau = 1$ d'où le rapport entre les coefficients de réduction pour le temps et la longueur est $\lambda = \tau$

* * *

Les deux relations déterminées en vue d'en calculer des modèles distordus ou non, qui donnent le rapport entre les coefficients de réduction de la longueur et du temps, peuvent être écrites comme l'égalité des nombres sans dimensions.

Dans le cas d'un modèle sans distorsion

$$\tau = \lambda^{-1} v/v' = \lambda^2$$

donc $v/l^2 = v'/l'^2$.

En multipliant cette équation par le quotient de la viscosité cinématique et de l'accélération de la pesanteur qui sont des quantités physiques caractérisant les forces dans des équations conditionnelles, nous obtenons, dans le cas du modèle non distordu l'invariant *sans dimension, caractérisant la filtration laminaire* :

$$\frac{v v}{l^2 g} = \frac{v' v'}{l'^2 g} = A$$

Pour les essais de filtration distordus la relation entre les coefficients de réduction des quantités de base

$$\tau = \lambda$$

se déduit de l'égalité des vitesses.

C'est le théorème fondamental de Darcy qui est valide dans le cas de l'écoulement filtrant donc, si

$$v = v',$$

alors

$$kI = k'I'$$

Cependant au cours des études sur modèles distordus, nous nous sommes basés sur la supposition que le sol du modèle soit conforme avec la réalité, ce qui veut dire

$$K = K'.$$

c'est pourquoi nous pouvons adapter comme caractéristique sans dimension la perte de charge du potentiel :

$$I = I'.$$

Donc, si nous avons assuré l'identité des pertes de charge pendant nos essais de filtration distordus, il existe aussi la similitude mécanique partielle.

La caractéristique sans dimension, déduite pour des modèles non distordus, s'adapte également pour assurer la similitude des essais de filtration, en substituant comme longueur caractéristique, une longueur qui exprime aussi la nature de la distorsion. A ce propos il convient le mieux de choisir le diamètre caractéristique de grains du sol examiné.

Par conséquent, *l'invariant sans dimension pratiqué au cas de l'examen des modèles distordus de filtration laminaire s'écrit*

$$\frac{v \cdot v}{d^2 g} = \frac{v' v'}{d'^2 g} = A.$$

La validité de cette condition suffit en vérité à ce que se réalise l'égalité

$$v = v'$$

* * *

La loi de similitude des modèles distordus de filtration, que nous avons déduit en tenant compte des forces de pesanteur et de frottement, et en supposant que les autres forces (de capillarité, d'élasticité, d'inertie) soient négligeables, prescrit dans les sols identiques l'identité de la perte de charge du potentiel comme le critère de similitude mécanique. En renversant la suite des pensées il suit du rapport déduit par les auteurs, que dans un sol composé des grains identiques la condition assurant la similitude hydraulique $I = I'$ et l'égalité $k = k'$, base de la loi de Darcy peuvent être motivés physiquement si les deux forces principales qui influencent le mouvement, sont le frottement et la force de gravitation. *Cette supposition nous conduit au terme de la zone de validité de la loi de Darcy.*

Si la vitesse de l'eau filtrante augmente, l'influence des forces d'inertie, étant en connexion avec le changement de la vitesse, augmente par la suite de la collision de l'eau dans les vides parmi les granules. A la diminution relative du gradient de vitesse, l'effet des forces capillaires devient plus important à l'égard des forces de frottement. Ce phénomène survient aussi quand l'enveloppe collante, qui entoure les grains, devient relativement grande à cause du diamètre du granule ou par l'effet de la composition chimique des minéraux d'argile des grenures. En ce cas nous nous avançons vers un état dans lequel l'invariant, exprimant la qualité dominante de la force de gravitation et de la capillarité est le trait distinctif, autrement dit

$$\frac{K}{g \rho l^2} = \frac{K'}{g \rho' l'^2}$$

ou K est le coefficient capillaire : g/cm.

Dans les sols alluvéens de l'Alföld (Grande Plaine hongroise) les couches aquifères sont en général composées de grains fins; la pente du niveau d'eau qui maintient l'écoulement et ainsi la vitesse, aussi est très faible. Pour cette raison les écoulements de la nappe souterraine se trouve en générale dans cette zone où l , effet de la force capillaire est déjà important et par conséquent la loi de Darcy n'est plus prépondérante. En vue de procéder à un examen des lois d'écoulement des eaux souterraines d'un tel caractère, on a commencé l'étude des expériences de micro-filtration à la Chaire N° 11 pour Hydraulique à l'Université Technique à Budapest. A l'aide de ces essais on espère déterminer les relations qui caractérisent les écoulements de l'eau filtrante, influencés considérablement aussi par la force de capillarité.

Coefficient de réduction	Compte tenu de la pesanteur et des forces d'inertie	Essais de filtration
Longueur l/l'	λ	λ
Surface F/F'	λ^2	λ^2
Volume V/V'	λ^3	λ^3
Temps t/t'	λ^{-1}	λ
Vitesse v/v'	λ^2	λ^0
Accélération a/a'	λ^3	λ^{-1}
Débit Q/Q'	λ^4	λ^2

L'IMPORTANCE DE LA LOI DE FILTRATION DE DARCY A LA LUMIERE DES RESULTATS DE QUELQUES ESSAIS SUR MODELES REDUITS

par

Prof. Endre NEMETH
Docteur ès sciences techniques

Ce sont les notions nouvelles et les hypothèses qui s'y attachent, qui donnent — aux époques de stagnation périodiques — un nouvel élan au développement des recherches scientifiques. Tel était le rôle activant de la notion de la *vitesse de filtration*, introduite par *H. Darcy* il y a une centaine d'années et de la loi de filtration s'y rapportant. De nos jours, il est évident, que la méthode expérimentale développée par *Darcy* et la loi déduite grâce à elle, marque une borne dans le domaine de l'hydraulique des eaux souterraines. Partout au monde, dans tous les laboratoires, des bassins de filtration furent installés, qui servent à contrôler et en même temps à guider les développements fort ramifiés de la théorie de filtration. Les examens exposés ci-après s'appuient eux aussi, sur la loi de *Darcy*, quoiqu'elle ne figure pas dans le texte sous sa forme mathématique explicite, et les résultats obtenus attestent une fois de plus, que l'idée formulée par *Darcy* demeure jusqu'à nos jours un facteur efficace du progrès.

A la Chaire d'Hydraulique N° 1 de notre Université Technique d'Architecture et des Ponts et Chaussées, c'était sous les auspices de l'auteur que commencèrent les essais de filtration en vue de déterminer expérimentalement la sous-pression agissant sur le radier du barrage de Tiszalök (implanté sur la rivière Tisza en Hongrie). Les bons résultats de ces recherches, les renseignements théoriques et pratiques qu'elles ont fournis, ont créé la possibilité et en même temps, le besoin d'examiner les phénomènes de filtration sur des bases plus larges.

I. Examen de la sous-pression agissante sur le radier du barrage de Tiszalok

L'Office National de l'économie Hydraulique (Országos Vizgazdálkodási Hivatal) en tant que commettant nous a chargés d'examiner les phénomènes de filtration devant se produire sous le barrage à construire suivant les plans mis à notre disposition. Notre tâche consistait à déterminer la répartition de la sous-pression, le débit qui filtre sous le barrage, et la vitesse de filtration à la sortie du terrain en aval du barrage. Sur la base des résultats obtenus, nous devons formuler des propositions sur les profondeurs les plus économiques des rideaux de palplanches et les dimensions caractéristiques de l'avant-radier et de l'arrière-radier.

Ayant réalisé dans le bassin de filtration le sol à granulométrie prescrit par le commettant en le comprimant de façon qu'il ait le volume de vides également prescrit nous y avons placé le modèle du barrage réduit à l'échelle 1 : 50. Les niveaux d'eau amont et aval furent maintenus aux côtes prescrites au moyen d'évacuateurs de trop-plein. L'eau filtrante fut conduite au système piézométrique de 74 prises de pression percées dans la paroi postérieure du bassin. Les lignes de courant furent visualisées par l'injection d'une solution de permanganate de potasse au moyen de doseur placés près de la paroi vitrée du bassin.

Les dispositions à examiner se composaient des éléments suivants : rideau de palplanches de garde amont aux profondeurs de 4, 6, 8 m ou supprimé, avant-radier d'une longueur de 8, 12 m ou supprimé, rideau de palplanches principal amont aux profondeurs de 10, 13, 16 m ou supprimé, rideau de palplanches aval aux profondeurs de 8, 10, 12 m ou supprimé, sans et avec arrière-radier, constitué sur une longueur de 15 m par des cubes en béton et les 12 m suivants par des cylindres en treillis remplis de pierrailles. Ces dispositions furent étudiées en tout pour 22 variantes avec 6 répétitions.

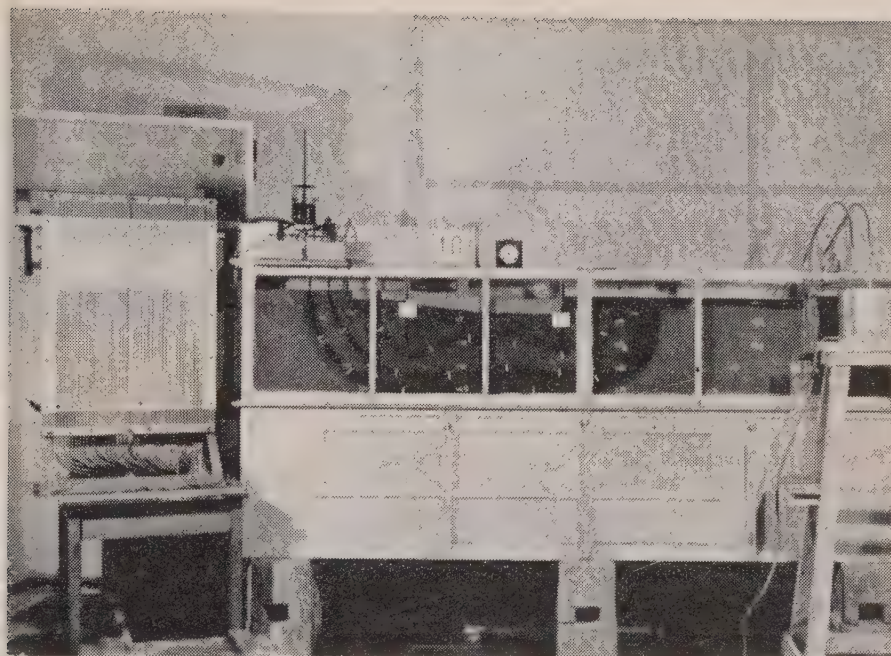


Photo 1

Pour chacune de ces dispositions nous avons mesuré les pressions et les débits filtrés, construit et photographié les lignes de courant (photo 1), sur lesquelles nous avons marqué au moyen de petites bandes de papier les temps d'arrivée, ce qui a permis de calculer les vitesses de filtration. Après avoir construit les diagrammes d'écoulement (réseau des courbes d'équipotentiellles et des lignes de courant) nous étions à même de déterminer aux points caractéristiques les vitesses de sortie.

En comparant les valeurs du potentiel, mesurées au cours des expériences, aux résultats calculés par la méthode de *Warren Weaver-Pavlovskij* et complétés par les corrections déduites des formules de *Khosla*, nous avons constaté que la différence entre les valeurs mesurées et calculées était de moins de 3%. Ceci signifiait que théorie et essais se sont réciproquement vérifiés et de ce fait nous pouvions faire nos propositions avec plus de sécurité. Nos observations et propositions peuvent se résumer brièvement en ce qui suit :

1. un avant-radier est nécessaire, mais il suffit une longueur de 8 m au lieu des 12 m projetés;
2. le rideau de palplanches de garde amont peut être supprimé;
3. le rideau de palplanches principal amont doit avoir une profondeur de 16 m;
4. à l'aval également un rideau de palplanches est nécessaire dont la profondeur la plus favorable est aux environs de 10 m;
5. le revêtement en cubes de béton s'avère utile et nécessaire.

Les résultats des expériences conduisirent à des économies de l'ordre d'un million de florins, tandis que les frais des essais n'atteignirent que 2 % de ce montant.

II. Etude expérimentale de la filtration en dessous des ouvrages d'art hydrauliques

Dans la suite nos investigations — d'un caractère déjà plus général — sur la filtration en dessous des ouvrages d'art hydrauliques, furent exécutées en deux groupes : d'abord

pour un sol homogène, puis pour des sols hétérogènes composés de couches différentes. L'assistant responsable chargé de ces études était l'ingénieur *M. Géza Öllös*.

Les essais en cas de sols homogènes se rapportaient à des filtrations se produisant sous une plaque de fondation en combinaison d'un avant-radier et des rideaux de palplanches amont et aval; la longueur de la plaque fut maintenue constante, celle de l'avant-radier et la profondeur des palplanches au contraire furent variées. Cette série d'expériences nous a permis de constater, que parmi les procédés théoriques la méthode de *Warren Weaver-Khosla* se montrait la mieux appropriée pour déterminer les lignes équipotentielles, tandis que pour le calcul des valeurs du potentiel appartenantes aux coins de la construction; c'est je procédé de *Pavlovskij-Filtchakov* qui a fourni des résultats plus exacts.

Sur la base des résultats obtenus, nous avons trouvé des relations permettant de déterminer la longueur approximative de la ligne de courant la plus courte (dite ligne de courant intérieure) au cas de rideaux de palplanches amont et aval de profondeurs différentes. En adoptant les notations :

a = longueur de la plaque de fondation,

p_1 = profondeur du rideau de palplanches amont,

p_2 = profondeur du rideau de palplanches aval,

l = longueur de la ligne de courant la plus courte observée, pour les diverses variantes expérimentales, les points caractérisés par les coordonnées adimensionales

$$x = p/a, \quad y = l/a$$

se tangent au long d'une droite. L'équation de telle droite s'écrit :

$$y = 1,291 + 1,601 x$$

si

$$p = p_1, \quad p_2 = 0,$$

ou bien

$$y = 1,291 + 2,490 x$$

si

$$p_1 = p_2 = p$$

Ces deux formules se rapportent au cas où il n'y a pas d'avant-radier.

Les résultats des essais fournissent des renseignements sur l'influence, qu'exercent l'avant-radier et les rideaux de palplanches sur le développement des lignes de courant.

La nécessité d'étudier la filtration dans des sols composés par plusieurs couches s'impose du fait, que la déduction des méthodes théoriques se base sur l'hypothèse d'un sol homogène et que par conséquent, les relations obtenues ne sont valables que dans de telles conditions. En réalité, la structure des sols n'est point homogène, au contraire ceux-ci se composent de couches différentes et peuvent renfermer des lentilles en matériaux étrangers, sinon dispersés d'une façon tout à fait irrégulière.

Ces deux séries d'expériences, dont les variantes sont représentées sur la fig. 1, furent mises au point dans un bassin de 120 cm de longueur, 60 cm de hauteur et 10,2 cm de largeur. C'est ici que nous avons appliqué la première fois le tableau de pressions fixé sur le bassin, assurant aux mesures une précision élevée, et des prises de pression munies d'une boîte d'étanchéité. Nous avons réalisé des limites de couches horizontales, inclinées et cunéiformes (photo 2). Quoique nous n'ayons pas appliqué des sols de perméabilités très différentes — rapports d'environ 1 : 2 — on pouvait conclure des résultats des essais, que de telles différences exercent déjà une influence essentielle sur la forme du diagramme d'écoulement. Si la couche supérieure était d'une perméabilité moindre que la couche inférieure, ou si des matériaux peu perméables étaient en excès à l'aval (p.e. variantes 8, 9, 11, 14) l'effet est défavorable, tandis qu'aux cas contraires il est favorable (p.e. variantes 5, 6, 10, 12). Ces résultats montrent, qu'au cas où le sol en dessous de l'ouvrage d'art n'est pas homogène, les conclusions théoriques deviennent incertaines et seulement des essais sur modèles réduits peuvent fournir des renseignements satisfaisants.

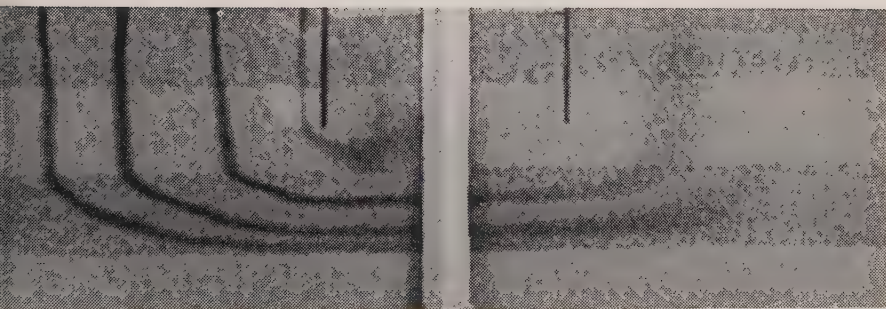
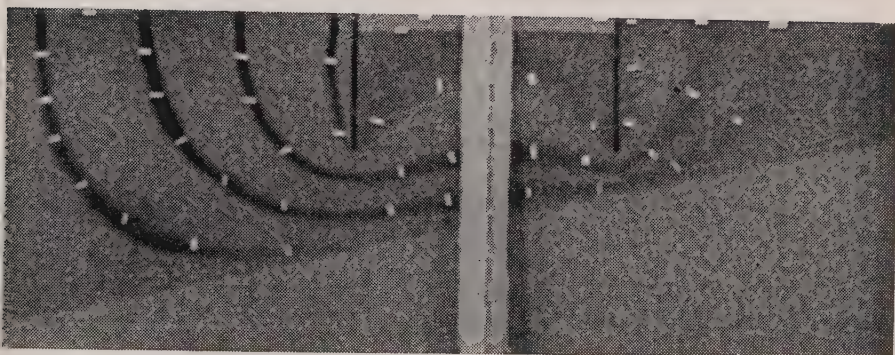
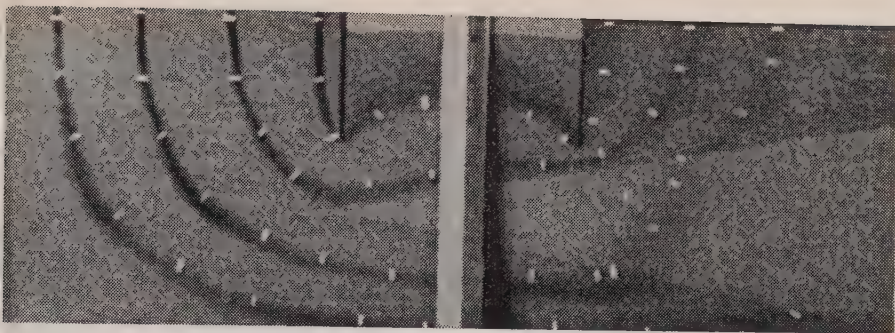


Photo 2

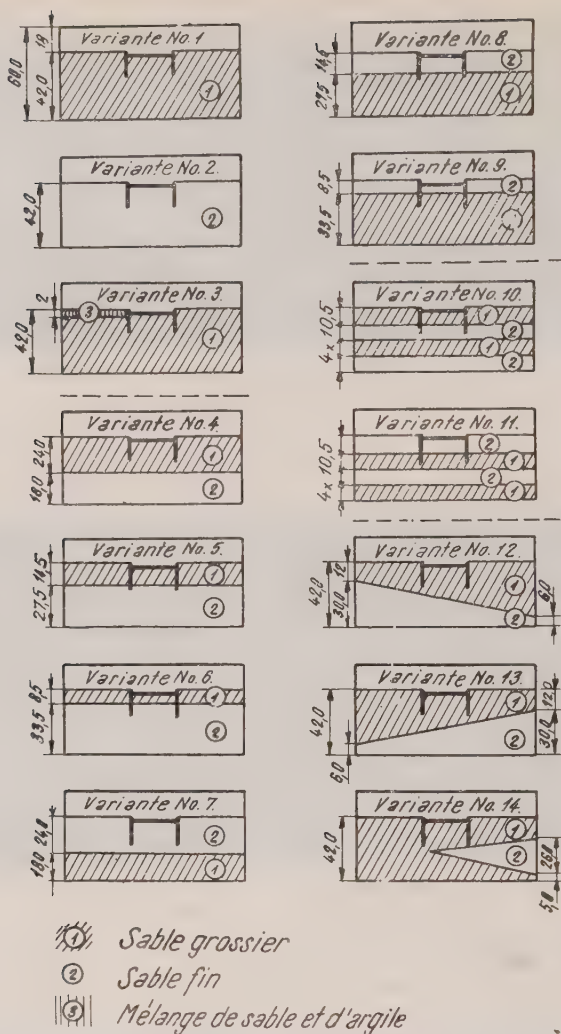


Fig. 1

III. Rabattement de la nappe phréatique en présence de rideaux de palplanches

Pour le rabattement de la nappe phréatique influencée par un cours d'eau il fallait examiner l'effet des rideaux de palplanches sur la situation de la ligne piézométrique. Les expériences s'effectuaient dans un bassin de 300 cm de longueur, 126 cm de hauteur et 29,1 cm de largeur, dont les parois étaient vitrées sur les 60 cm supérieurs, pour rendre possible l'observation des lignes de courant. La disposition de l'expérience est représentée en coupe sur fig. 2, d'où il ressort, que les puits étaient rangés en groupes de trois puits, dont un se trouvait à proximité de la paroi vitrée, le deuxième dans l'axe longitudinal et le troisième à proximité de la paroi postérieure du bassin. Le niveau de la nappe au repos était maintenu par un régulateur de niveau d'eau, tandis que la dépression du niveau d'eau envisagé dans les groupes à trois puits se faisait au moyen de siphons, raccordés à une pièce d'aspiration commune qui déversait dans un régulateur à niveau d'eau variable.

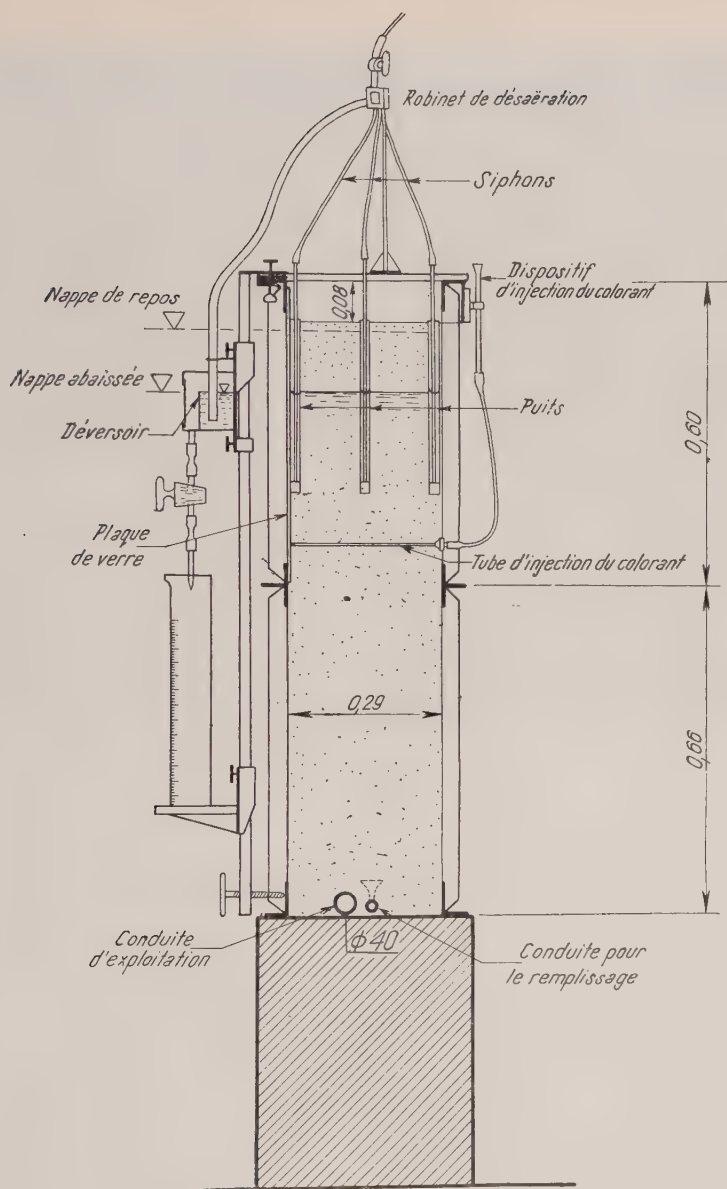


Fig. 2

Les combinaisons suivantes furent étudiées :

- a) un puits à côté d'un rideau de palplanches;
- b) deux puits avec un rideau de palplanches intermédiaire;
- c) deux puits avec un rideau de palplanches entre eux et un autre à côté de l'un d'eux;
- d) trois puits et deux rideaux de palplanches.

Afin de pouvoir observer la surface de dépression nous avons disposé onze puits d'observation le long de la paroi vitrée; les lignes de courant furent visualisées au moyen de doseurs de couleur qui en forme de sondes horizontales étaient introduits à travers des

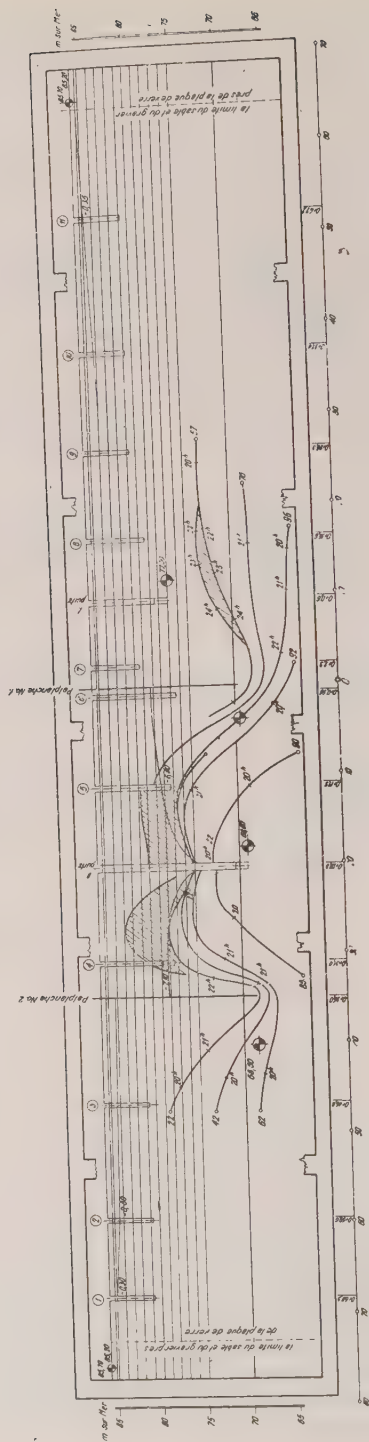


Fig. 3

Prof. E. Schmidt (Koenigs) Figure 3.

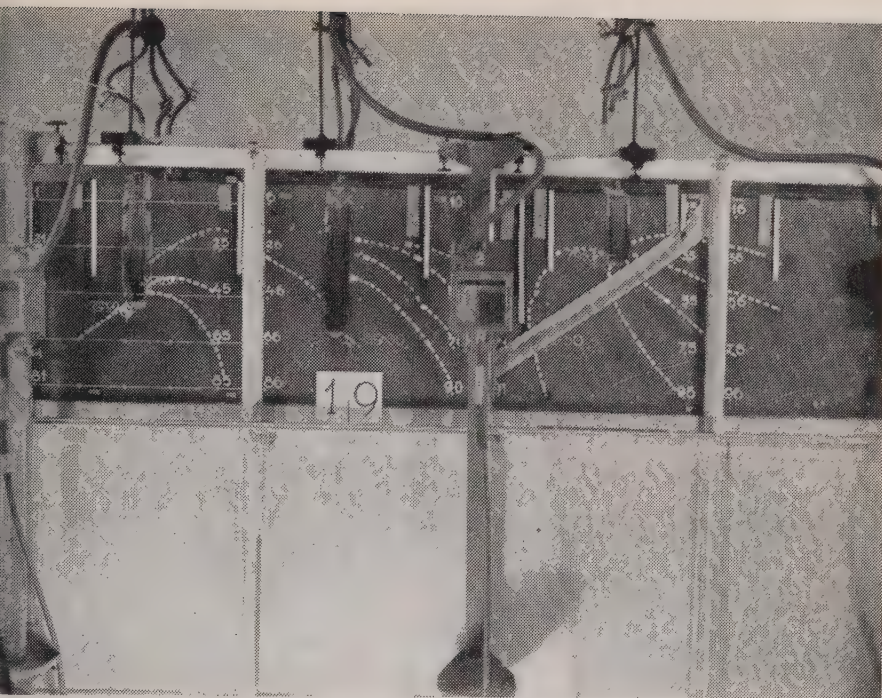


Photo 3

tous percés dans la paroi postérieure du bassin jusqu'à la paroi vitrée. La situation réciproque des puits et des palplanches pour une des 19 variantes examinées est montrée sur fig. 3, tandis que la photo 3, représente le diagramme d'écoulement pour une autre variante.

Près du rideau de palplanches se produit naturellement une chute du niveau d'eau d'autant plus grande, que le puits est situé plus près du rideau de palplanches et que la dépression produite dans celui-ci est plus grande. L'accroissement de la chute consécutif à l'augmentation de la dépression exprimé en pour-cent diminue constamment. Au cas de deux rideaux de palplanches la situation est évidemment tout à fait différente s'il y a un puits aspiré entre les deux rideaux aussi, ou s'il n'y en a pas, car dans ce dernier cas la chute se produit de manière telle, qu'entre les rideaux de palplanches le niveau de la nappe sera plus élevé qu'à l'extérieur.

En comparant les diagrammes d'écoulement obtenus pour les diverses variantes on peut tirer des conclusions au sujet de la dépression nécessaire en vue de réaliser — en cas de présence du rideau de palplanches — un certain rabattement prescrit de la nappe phréatique.

Les investigations s'étendaient aussi aux influences dues à la capillarité dans le modèle.

V. Etude des phénomènes de filtration à la proximité des puits

Tout d'abord nous nous sommes convaincus à la lumière des enseignements trouvés dans la littérature et de nos essais antérieurs exécutés dans des bassins rectangulaires, que les expériences réalisées dans de tels bassins peuvent aussi fournir des conclusions qualitatives, il n'est possible d'obtenir des résultats quantitatifs réellement utiles — étant donné la symétrie polaire caractéristique pour ce phénomène — qu'en utilisant des bassins

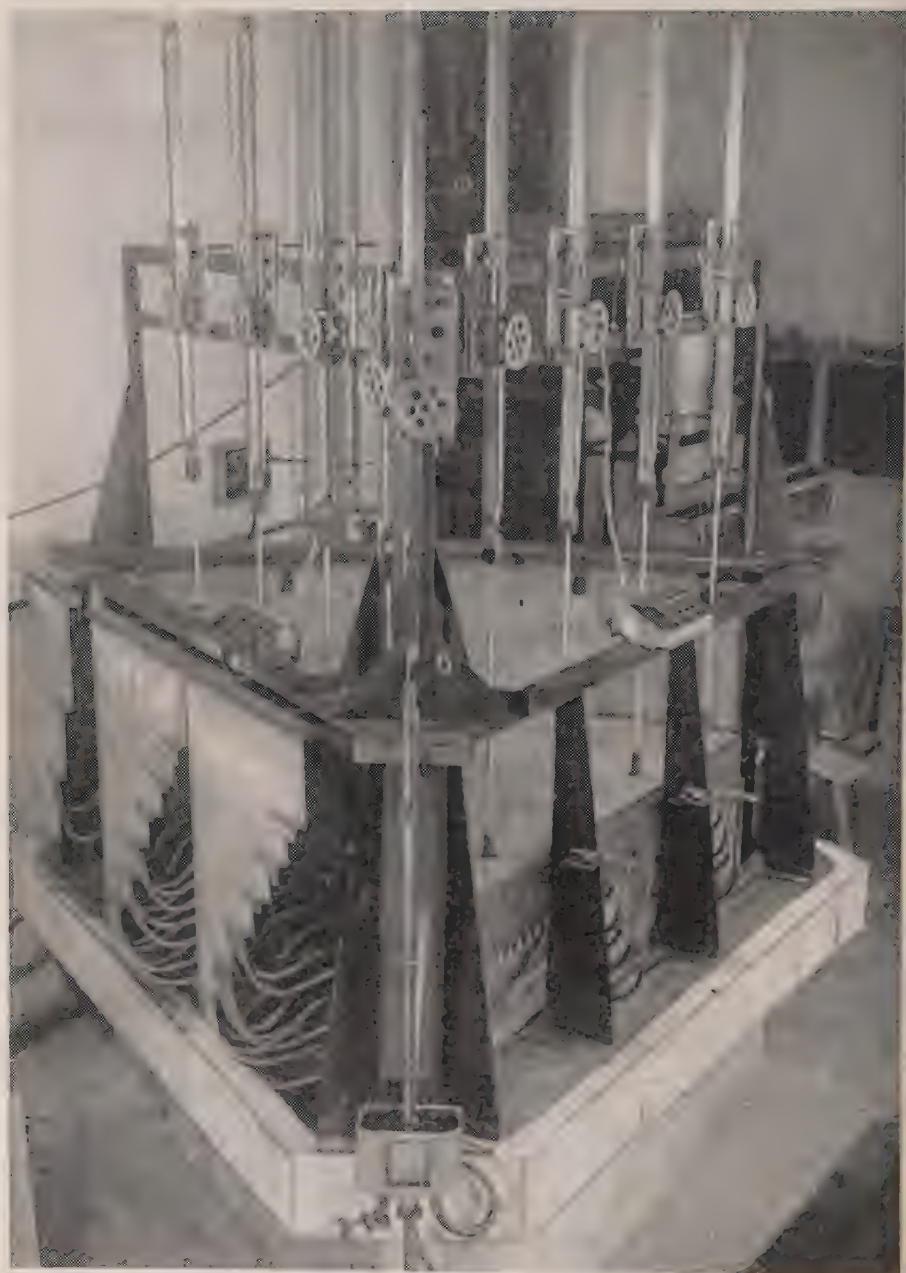


Photo 4

cylindriques ou en forme de secteur. C'est pourquoi nous avons construit un bassin à plan secteur d'un rayon $R = 1,50$ m et d'un angle central de 60° , représenté sur la *photo 4*, bassin, dont la paroi vitrée, située dans l'un des plans méridiens, facilitait l'observation des signes de courant, tandis qu'il était possible de mesurer les pressions — en différentes distances du puits et en diverses profondeurs — au moyen de séries de prises de pression appliquées à la même paroi méridienne. Le puits était disposé au centre du secteur. L'alimentation uniforme en eau était assurée par l'infiltration de l'eau à travers une surface cylindrique et concentrique au secteur, constituée de matière poreuse. La surface de dépression fut observée à l'aide de 10 puits d'observation échelonnés en deux coupes méridiennes, dans lesquelles des pointes électroscopiques mesuraient le niveau de l'eau.

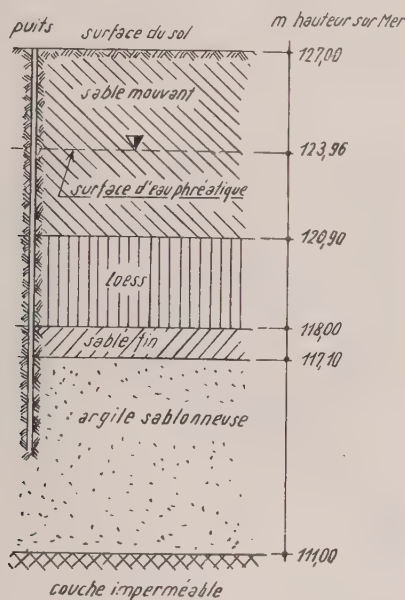


Fig. 4

Jusqu'ici nous avons exécuté deux expériences : l'une avec un sol homogène, l'autre dans un milieu composé des couches représentées sur la *fig. 4*, correspondant aux conditions des puits d'observation au chantier de l'*Institut de Recherches Scientifiques des Ressources hydrauliques* (Vizgázdalkodási Tudományos Kutató Intézet) situé dans la Grande Plaine hongroise entre le Danube et le Tisza. Cette dernière expérience a pour but la comparaison des résultats obtenus sur le modèle réduit avec ceux observés dans le puits réel.

L'assistant responsable chargé de ces examens était l'ingénieur *M. Géza Öllös*.

Les essais en sol homogène ne furent exécutés qu'aux fins de la comparaison et ainsi sont donc pas traités ici. Les résultats des observations des essais en sol stratifié peuvent être résumés comme suit :

1. La stratification exerce une influence sensible sur les conditions de filtration; c'est pourquoi les formules déduites pour des sols homogènes ne peuvent pas être appliquées dans tous les cas;
2. La première couche en partant du terrain qui est sensiblement moins perméable, a une influence décisive sur la forme de la surface de dépression et sur la valeur du débit;
3. Si la couche supérieure de perméabilité plus grande était relativement mince par rapport aux couches sous-jacentes moins perméables, la surface de dépression est très raide

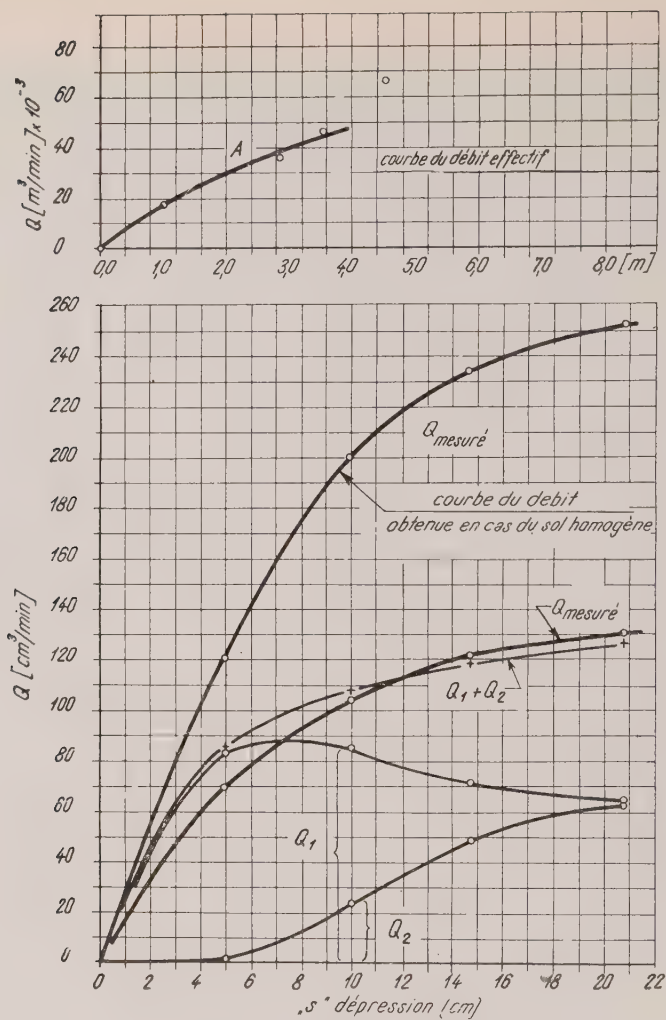


Fig. 5

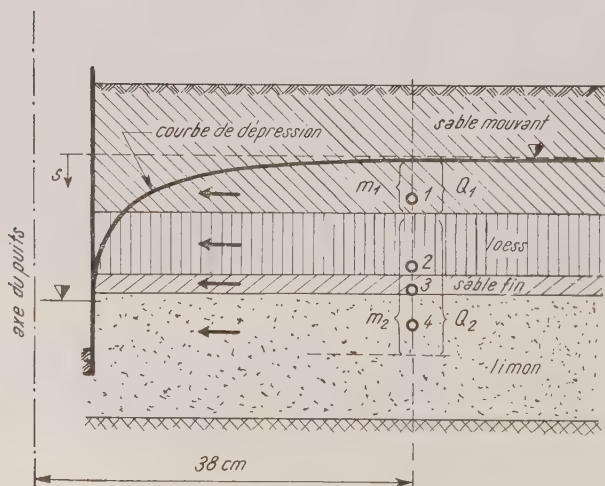


Fig. 6

à la proximité du puits et ne s'étend que dans les environs immédiats du puits. L'augmentation de la dépression dans le puits modifie à peine la forme de cette surface;

4. Le liquide coloré, injecté dans une couche de perméabilité réduite s'infiltre dans la couche voisine plus perméable et y continue son mouvement, c'est-à-dire, la filtration provoque un échange d'eau entre ces couches;

5. Bien que dans le zone capillaire nous ayons constaté en fonction de la profondeur d'aspiration réalisée un certain mouvement vers le puits, sa valeur n'était cependant pas sensible. Nous continuerons nos expériences en vue d'examiner la nature de l'effet capillaire.

La relation entre la dépression et le débit est représentée sur *fig. 5*, qui nous montre comment le débit se répartissait entre les deux couches délimitées selon la *fig. 6*.

La comparaison des résultats de ces essais avec les observations faites auprès du puits du chantier expérimental de l'Institut surmentionné, révèle un certain accord qualitatif, mais il ne peut être — pour le moment — question d'un accord quantitatif, parce que la nappe d'eau des environs du puits réel était influencée par des faits que l'on ne pouvait imiter sur le modèle réduit.

LITTERATURE

- E. NÉMETH: Gát alatti szivárgás kísérleti uton való vizsgálata. (Étude expérimentale de la filtration en dessous d'un barrage) — *Magyar Technika*, 1949.
- E. NÉMETH: Model Studies of Water Seepage. — *Acta Technica Academiae Scientiarum Hungaricae*, Tomus III. Fasciculi 1-2. 1951.
- G. ÖLLOS: Vizépítési műtárgyak alatti szivárgás vizsgálata homogén altalaj esetén. (Étude de la filtration en dessous d'ouvrages d'art hydrauliques au cas d'un sol homogène). — *Hidrológiai Közlöny*, 1954, No. 9-10, 11-12.
- G. ÖLLOS: Vizépítési műtárgyak alatti szivárgás vizsgálata inhomogén altalaj esetén. — (Étude de la filtration en-dessous d'ouvrages d'art hydrauliques au cas de sols inhomogènes) — *Hidrológiai Közlöny*, 1955, No. 1-2, 3-4.
- G. ÖLLOS: A talajrétegződés hatása a kutakkal kapcsolatos talajvizmozgásokra. — (Influence du sol stratifié sur l'écoulement de l'eau autour de puits) — *Hidrológiai Közlöny*, 1956. No. 4.

UNSTEADY FLOW OF GROUNDWATER CAUSED BY WELL-DRAWDOWN

by

K. UBELL

Research Institute for Water Resources, Budapest, Hungary

Summary

The unsteady flow occurring in the initial period of pumping is characterized by a feeble immediate drainout of water and by the delayed yield due to storage. This process may endure for weeks even close to the well, therefore unequivocal data can be expected from pumping tests only when this process is successfully approached. At the drawdown of the water table, water will not be drained out perfectly from the pores of the soil. The storage coefficient characterizes only this reduced drainout and it is not constant, but depends on the degree of drawdown and on the distance from the well. The water pumped is also fed by a delayed yield which is not manifested in the drawdown of the water table.

This unsteady flow causes that even in sandy soils, where Darcy's law certainly holds, it has not been possible to determine unequivocally the coefficient of permeability, either with the formulae of the equilibrium type, or with those of the non-equilibrium type.

In axial-symmetrical flow of groundwater toward a pumped well the state of equilibrium i.e. a uniform flow, is to be regarded only as a limit case, occurring under favourable conditions. Even where this state of equilibrium may come about, *at the beginning of pumping always unsteady flow will take place.* The DUPUIT-THIEM and other known formulae of the equilibrium type, besides errors due to neglects admitted and the unsatisfactory knowledge of boundary conditions, do not give an unequivocal result, because they cover only that seldom occurring case.

The introduction of the so called non-equilibrium methods describing unsteady flow caused by drainout of water in stock has marked great progress, but these methods have either not led to a satisfactory solution of the problem. The cause thereof is to be sought in the assumptions made.

Several methods of the non-equilibrium type are known, but each of them involve the assumption that the water stored in pores is immediately drained out under the effect of drawdown.

C. V. THEIS introduced in 1935 into the formula of the non-equilibrium type elaborated by him the coefficient of storage (S) as a second additional characteristic of the aquifer besides the coefficient of permeability (k). He assumed the coefficient of storage to be a constant characterizing the aquifer.

In contrast to these assumptions *pumping tests carried out at the Research Institute of Budapest have shown that in the case of a ground water table with free surface, the water is not perfectly drained out immediately, and the storage coefficient is not constant.*

Characteristics of Unsteady Flow Caused by Drawdown

Let s be the drawdown at r distance from the axis of the well after t time from the beginning of pumpage, H the water-bearing thickness of the aquifer, k the coefficient of permeability, S the coefficient of storage (free pore volume). Neglecting the reduction of the head of flow (H) by drawdown, and assuming horizontal seepage everywhere instead of curvilinear seepage, the unsteady flow produced under the effect of the drainout of water can be approximated by the differential equation

$$kH \frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{l}{r} \frac{\partial s}{\partial r} = S \frac{\partial s}{\partial t} \quad (1)$$

The right side of the equation would denote the volume of water withdrawn in unit time under the effect of unit drawdown, if drainout of water started immediately, and if the storage coefficient were a constant independent of time and of the rate of drawdown. With the aid of the exponential integral serving for the solution of the differential equation, at a constant rate of pumping, from the rate of drawdown at various distances from the well, and at different times, the permeability and storage coefficients should be unequivocally determinable. L. K. WENZL pointed out in 1942 that at the evaluation of results of pumping tests unequivocal soil characteristics could not be determined even with the aid of the formulae of the non-equilibrium type considering the drainout of water. Experience won by pumping tests at the Institute has shown that the resulting unsteady flow cannot be characterized by the gradual drainout of water alone, supposed to be proportional to drawdown, not even with greatest carefulness and in the possession of observations extending on all details. To approach the solution of the problem the process produced by drawdown has to be studied more in detail.

Pumping tests were executed in sand layers of coarse and medium grain size, and well sorted. It is known from laboratory experiments that in the case of low velocities occurring in sand soils the effect of inertia forces due to changes of velocity is entirely negligible, and thus the law of DARCY can be applied. Drawdown was observed in four directions at right angles to one another, in test wells set at equal distances from the well. Measurement data were elaborated with the aid of the formulae of the equilibrium type as well as of those of the non-equilibrium type. Depending on the rate of pumping in the different periods, and on the time and distance of the measurements from the well, values within close limits were determined for the coefficient of permeability, while those relative to the coefficient of storage were established within wider limits for purposes of calculation. This was attributed to the fact that at the initial stage of the drawdown only part of the water stored in pores was drained out and in the following period delayed yield from storage also affects the flow developed toward the well. *Actually unsteady flow is caused by gradually changing drainout of the groundwater supply, depending on the capacity of the soil to release water and on the rate of pumping.*

To characterize this process the following experience was won relative to sandy soils:

a) *In the initial stage of pumping a substantially bigger depression cone is formed than that corresponding to the amount of water pumped.* The water pumped originates entirely from the depression cone produced by the drawdown, so that at the beginning only part of the water stored is withdrawn, and perfect drainout comes about only later, gradually. This process may go on for weeks, and for months, even in the vicinity of the well. *Table 1* contains some data thereon. Pumping was executed at gradually increasing rate on a sandy soil of $n = 0,35-0,38$ total pore volume.

TABLE 1
Successive Drainage of the Cone of Depression

Time passed since begin of pumpage t hr min		Yield of the different pumping periods Q lit/sec	Accumulated quantity withdrawn $\sum Q$ m^3	Volume of cone of depression V m^3	Pore volume dewatered n_0
2h	10'	0,223	1,74	25	0,061
6h	10'	0,182	4,51	50	0,081
12h	10'	0,288	10,35	97	0,103
28h	10'	0,288	26,94	170	0,156
142h			182,87	850	0,215
197h		0,381	258,40	1146	0,225
320h		0,506	481,25	2120	0,226
527h			858,59	3104	0,276

The comparison of the quantity of water withdrawn and the volume of the cone of depression gives an average value for the drainage of the cone. In the vicinity of the well the degree of dewatering is higher and is gradually decreasing with increasing distance from the well.

b) *Three characteristic phases are distinguished in the drawdown of the water table.* Their separation is perspicuous, if the drawdown is plotted against the logarithm of the time of pumping. (Fig. 1). Near the well first sudden drawdown occurs, then it becomes gradual so that the relation s against $\log t$ is represented by a straight line. These two steps characterize the withdrawal of water from the supply under the effect of drawdown. To these can the formulae of the non-equilibrium type be applied, and the permeability and storage coefficients can be determined from the time course of the drawdown. However, the solution is deficient. The figure shows that with increasing distance from the well drawdown is not only delayed but it takes place at a gradually decreasing rate. Therefore the coefficient of permeability increases with increasing distance from the well, while the coefficient of storage shows a diminishing rate. It is remarkable what a low value of the coefficient of storage results from the formula of the non-equilibrium type. At every pumping test a similar process of drawdown has been observed like that described in Fig. 1. With the increasing time of pumping this gradual drawdown ceases, first in the vicinity of the well, and then farther from the well, at last the third characteristic phase appears, when the drawdown approaches an apparent equilibrium. Simultaneously the cone of depression continues to increase and the drawdown starts farther and farther from the well.

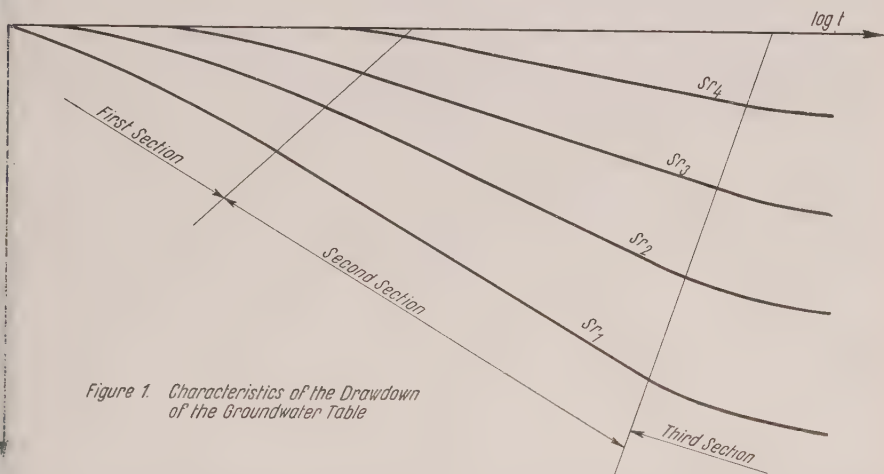


Figure 1. Characteristics of the Drawdown of the Groundwater Table

After disclosing the above described laws the description of the unsteady flow taking place as a result of the drawdown may be attempted. For this purpose the right side of differential equation (1) has to be transformed, or supplemented. Instead of an exact mathematical solution, which might involve substantial neglects, the solution was sought on the basis of data gathered by pumping tests.

The quantity of water withdrawn from the water stored in pores through drawdown $- S' \partial s / \partial t$ — is only a small portion of the loss of water. In this formulation the storage coefficient characterizes only the amount of water which is immediately withdrawn at the drawdown and cannot be regarded as a constant characteristic of the soil, because, besides physical characteristics of the aquifer, it depends on the degree of drawdown which is a function of the rate of pumping, and on the distance from the well, that is

$$S' = f_1 \left(\frac{\Delta s}{\Delta t}, r \right) \quad (2)$$

A substantial part of the drainout is formed by a delayed yield, which does not present itself directly in the form of drawdown. This delayed yield presents itself in the second phase of the drawdown together with immediate drainout, and in the third phase, when the drawdown already trends toward an apparent equilibrium. The magnitude of the delayed yield, and with it the time of dewatering of the free pore volume in the cone of depression, is determined by the capacity of «releasing water», depending on physical and chemical conditions of the aquifer. Since the degree of immediate drainout decreases with the distance from the well, accordingly more and more water will be retained in the pores.

Let the free pore volume be denoted by n_0 , then the water retained in unit volume may be expressed by $(n_0 - S')$. The delayed yield from water retained in the cylindrical ring of thickness dr at distance r from the well, if the water releasing capacity of the aquifer is denoted by τ , (strictly speaking τ is the time during which the retained water drains out perfectly), may be expressed in the following way:

$$\Delta Q' = 1/\tau \, 2r \pi \, dr \, s \, (n_0 - S') \quad (3)$$

Thus the differential equation considering the effect of delayed yield is:

$$k H \left(\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} \right) = S' \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \tau} \left[2 \pi s \int_0^R r (n_0 - S') \, dr \right]$$

LITERATURE

- L. K. WENZEL: Methods for determining permeability of waterbearing materials. *U. S. Geol. Survey, Water Supply Paper*, 887, 1942.
- C. E. JACOB: Radial flow in a leaky artesian aquifer. *Trans. Amer. Geophys. Un.* vol. 27, No. 00, 1946.
- D. F. PETERSON: Hydraulics of wells. *Proceedings ASCE*. vol. 87, 1955.
- N. S. BOULTON: Unsteady radial flow to a pumped well allowing for delayed yield from storage. *Assemblée générale de Rome* 1954. Tome II.

LA VARIATION DU COEFFICIENT DE FILTRATION DANS L'ESPACE DE DEPRESSION DES PUIITS

par

Gy. SZILAGYI

Professeur, Ingénieur,

Candidat des sciences techniques

Institut de Recherches des Ressources Hydrauliques, Budapest (Hongrie)

C'est un fait bien connu, qu'en beaucoup de cas il y a un écart entre le débit d'un puits calculé avec la formule Dupuit-Thiem et celui effectivement pompé. Ceci a incité de nombreux chercheurs à soumettre à une critique la structure de la formule. La présente étude examine le rendement des puits eu égard au coefficient de filtration du sol.

La base des recherches a été fournie par les données d'essais de pompage exécutés en plusieurs endroits. En supposant que dans les cas examinés le sol est homogène et, qu'en négligeant la légère pente de la nappe au repos, le cône de dépression est une surface de révolution régulière, nous avons calculé pour l'emplacement resp. le profil de chaque puits un coefficient de filtration simplement d'après la formule de Darcy, soit

$$k = v_s/i \quad (1)$$

ou k est le coefficient de filtration, v_s la vitesse de filtration et i la perte de charge. Les valeurs calculées du coefficient de filtration sont représentées au tableau 1. Dans celui-ci la première colonne contient les marques des puits d'observation, la seconde les distances (x) entre ceux-ci et le puits dont on pompe, la troisième la vitesse de filtration ($v_s = Q/F = Q/2\pi x y$) calculée d'après les données fournies par l'essai de pompage, enfin la quatrième les coefficients de filtration calculés d'après la formule (1). Les pertes de charge i figurant dans celle-ci ont été déterminées graphiquement en dessinant les courbes de dépression.

D'après notre calcul la valeur de coefficient de filtration n'est pas constante mais varie suivant une certaine tendance. Cette variation est représentée sur fig. 1. On voit qu'en s'éloignant du puits, la valeur du coefficient de filtration diminue d'abord pour les sols à grains assez gros A, B, D, et E, atteint un minimum, puis en s'éloignant davantage monte de façon continue. Par contre pour le cas du sol C à grains plutôt fins la valeur du coefficient de filtration monte continuellement dès le début.

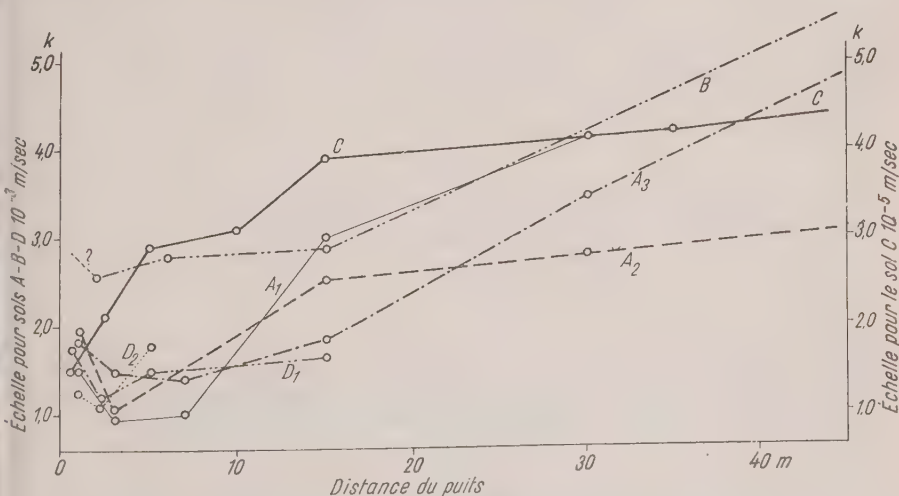


Figure 1. Variation du coefficient de filtration en s'éloignant du puits pour les sols A-B-C-D

Ayant constaté cette allure du coefficient de filtration d'après les données fournies par les essais de pompage, nous avons continué nos recherches en vue de pouvoir dire

- 1) comment la valeur variable du coefficient de filtration peut être déterminée,
- 2) quelle est la cause et la signification de ce qu'en s'éloignant du puits la valeur du coefficient de filtration de certains sols accuse une tendance à diminuer puis à monter et atteint entre les deux un minimum.

1) Détermination de la valeur variable du coefficient de filtration

La valeur du coefficient de filtration dépend de plusieurs propriétés du sol et des caractéristiques hydrauliques du mouvement de l'eau dont nous passons ici l'énumération. Vouloir déterminer analytiquement un nombre indice exprimant l'effet combiné de ces facteurs n'a guère de chance de succès actuellement. Nous avons donc introduit, en vue d'exprimer de façon satisfaisante l'influence de ces propriétés, une notion nouvelle : celle du *diamètre des pores équivalent du point de vue hydraulique*.

Suivant le théorème de Darcy nous supposons que le mouvement d'eau se produisant dans le sol est laminaire et peut être caractérisé par la relation linéaire entre la vitesse de filtration et la perte de charge. Pour des tubes capillaires cette relation est exprimée par le théorème Hagen-Poiseuille sous la forme

$$v = \frac{g d^2}{32 \nu} i \quad (2)$$

où v est la vitesse du liquide, g l'accélération de la pesanteur, d le diamètre du tube capillaire, ν la viscosité cinématique, i la pente relative.

Si le sol était composé de tubes capillaires le coefficient de filtration d'après Darcy serait

$$k = \frac{g d^2}{32 \nu} \quad (3)$$

Remplaçons le diamètre du tube d figurant dans cette formule par celui (d_e) des pores équivalent du point de vue hydraulique, avec la définition que dans ce milieu poreux resp. dans ce sol fictif composé de tubes droits ayant ce diamètre la même quantité de liquide doit filtrer à travers la surface unitaire avec la même vitesse effective et la même perte de charge.

En vue de calculer le diamètre des pores équivalents nous introduisons au lieu de la vitesse de filtration d'après Darcy (v_s) la vitesse moyenne effective de l'eau en mouvement dans le sol (v_t) que nous obtenons avec une approximation paraissant admissible, en divisant la vitesse de filtration v_s par le volume des pores disponibles pour le mouvement de l'eau n_0 :

$$v_t = \frac{v_s}{n_0} \quad (4)$$

Tenant compte de la définition précitée nous calculons comme suit, en partant de la formule Hagen-Poiseuille le diamètre des pores équivalent d_e :

$$d_e = \sqrt{\frac{32 \nu}{g} \cdot \frac{v_t}{i}} = \sqrt{\frac{32 \nu}{g} \cdot \frac{v_s}{n_0 i}} = \sqrt{\frac{32 \nu}{g} \cdot \frac{k}{n_0}} \quad (5)$$

Pour un sol donné le diamètre des pores équivalent se détermine avec les données du pompage d'essai déjà mentionné. Pour les sols examinés le mode de calcul est indiqué par les colonnes 6, 7 et 8 du tableau 1. Tout d'abord nous voudrions définir comme suit le mode de calcul du nombre Reynolds approprié à nos recherches ultérieures:

$$Re = \frac{v_t d_e}{\nu} \quad (6)$$

où v_t est la vitesse effective de l'eau souterraine, d_e la diamètre des pores équivalent et ν la viscosité cinématique.

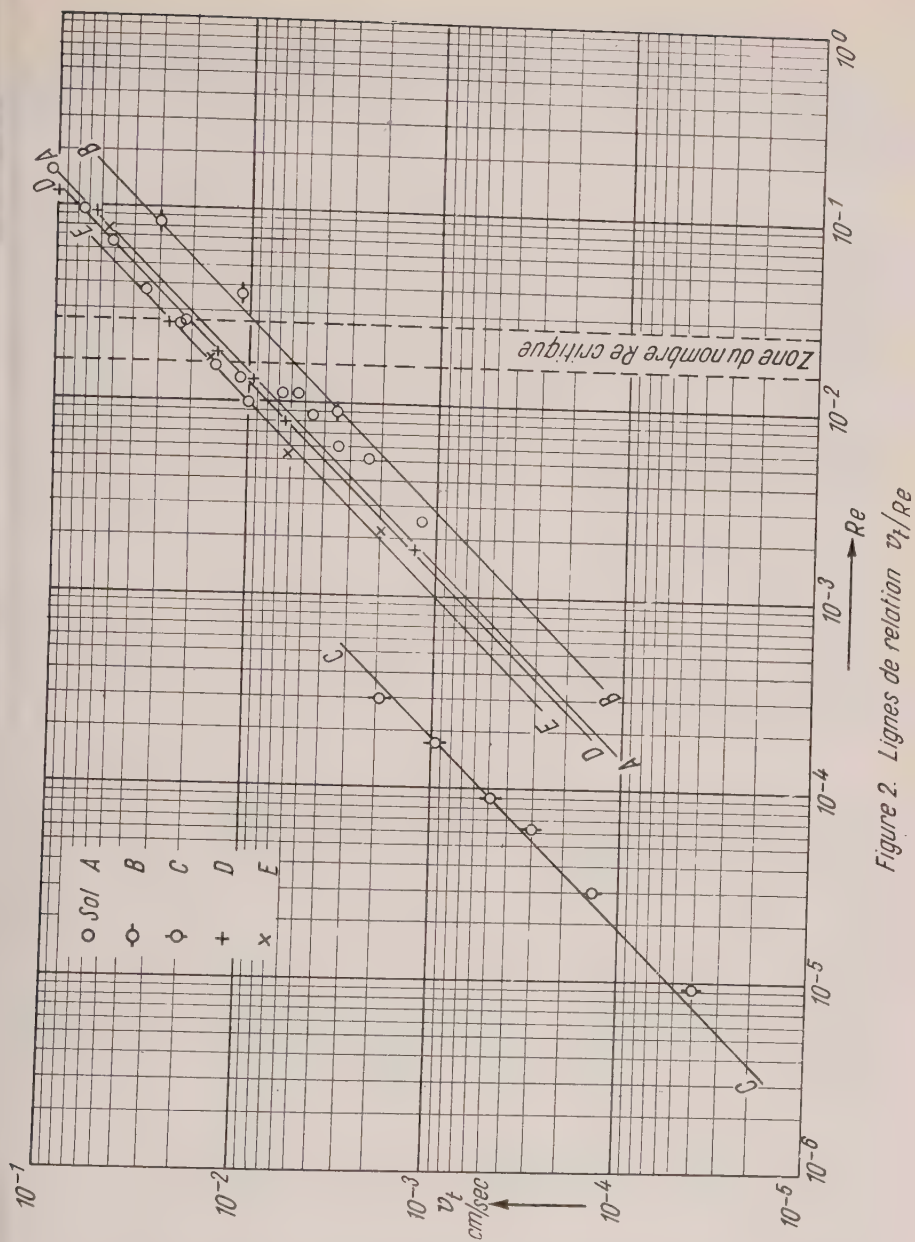


Figure 2. Lignes de relation v_t/Re

Cette définition du nombre Reynolds diffère de celle fournissant les Re que l'on trouve dans la littérature spéciale. La plupart des chercheurs forment le nombre Reynolds avec le produit de la vitesse de filtration et du diamètre d'un grain quelconque considéré comme représentatif. De l'avis de l'auteur c'est le nombre Reynolds calculé suivant formule (6) comme produit de la vitesse effective et du diamètre des pores équivalent, qui correspond au phénomène suivant le principe analogue de celui traité par la méthode de calcul développée pour l'hydraulique des fluides en mouvement dans les tubes.

Dans un système doublement logarithmique la relation v_t/Re entre les nombres Reynolds ainsi définis et les vitesses effectives v_t correspondantes peut être représentée après compensation par une ligne droite, de sorte que dans les cas favorables nous obtenons, après avoir reporté quelques points, une ligne de relation permettant l'extrapolation, qui est évidemment différente pour chaque sol. La fig. 2 représente la ligne de relation v_t/Re construite pour les sols A, B, C, D et E.

Le débit Q étant donné nous pouvons utiliser cette ligne de relation pour déterminer le nombre de Reynolds et par la suite le coefficient de filtration valable à une distance quelconque x du puits. Avec un calcul d'approximation itératif le cours du procédé peut être le suivant : Lorsque l'essai de pompage est terminé nous construisons la ligne de relation v_t/Re (fig. 2) applicable au sol examiné. Pour un puits projeté resp. construit dans le même terrain nous nous proposons de déterminer le coefficient de filtration k valable à une distance quelconque x de l'axe du puits. Ne connaissant pas l'allure de la courbe de dépression pour le débit Q donné, nous introduisons pour le secteur de cylindre au rayon x une valeur approximative de l'ordonnée y de la courbe de dépression. Avec celle-ci nous calculons la vitesse de filtration $v_s = Q/2\pi xy$, resp. la vitesse effective $v_t = v/n_o$. Ensuite nous lisons sur la figure de la ligne de relation v_t/Re la valeur de Re et calculons avec celle-ci d'après la formule (6) le diamètre des pores équivalent :

$$d = \frac{\text{Re} \cdot v}{v_t} \quad (7)$$

puis d'après formule (5) le coefficient de filtration :

$$k = \frac{gn_o}{32v} d_e^2 \quad (8)$$

enfin en nous servant de ce coefficient de filtration k nous calculons avec la formule connue Dupuit-Thiem le débit du puits

$$Q = \frac{\pi k (H^2 - y^2)}{\ln R/x}$$

où H est l'épaisseur de la couche aquifère dont on doit tenir compte, R le rayon d'influence de la dépression, enfin x et y sont les coordonnées du profil de calcul.

Si la valeur donnée du débit Q et celle ainsi calculée ne concordent pas nous répétons le calcul en partant d'une autre valeur de l'ordonnée y . Avec le troisième tour de calcul nous obtenons généralement un résultat déjà pratiquement satisfaisant. Il est souhaitable de choisir le profil de calcul à un point où il n'est pas douteux que l'état du mouvement de l'eau souterraine soit laminaire. Ce calcul est fastidieux, mais au point de vue de la détermination du coefficient de filtration il est efficace.

Si nous projetons ou faisons fonctionner dans le sol examiné un puits de diamètre quelconque avec une dépression resp. débit librement choisi, le débit calculé avec le coefficient k déterminé d'après formule (8) concorde bien avec le débit effectif du puits, ce qui a été prouvé par nos calculs de contrôle exécutés en plusieurs occasions ⁽¹⁾.

2) Examen du changement de tendance de la variation du coefficient de filtration

Partant du fait que dans les sols à grains assez gros la valeur du coefficient de filtration k a un minimum près du puits et que par conséquent elle a jusqu'au point de ce minimum une tendance à baisser, puis au delà de ce point à monter, on peut supposer qu'en ce point un changement s'opère dans l'état du mouvement de l'eau souterraine.

En comparant les colonnes k et Re du tableau 1 nous voyons que pour les sols en question le nombre Reynolds montre à l'endroit du minimum de k une valeur comprise entre 0,015 et 0,025. Naturellement cette constatation se rapporte au nombre Reynolds calculé comme il a été exposé plus haut, donc avec le diamètre des pores équivalent et avec la vitesse effective.

⁽¹⁾ Voir : Vizügyi KOZLEMÉNYEK (*Revue d'Hydraulique*) année 1954, fasc. 3, pp. 309-329.

TABLEAU 1

No. du puits	$\frac{x}{m}$	$\frac{v_s}{cm/sec}$	i	$\frac{k}{cm/sec}$	$\frac{v_t}{cm/sec}$	$\frac{d_e}{cm}$	Re
1	2	3	4	5	6	7	8

A₁) $H = 5,73 \text{ m}$, $s = 0,65$, $Q = 5,3 \text{ l/sec}$, $n_0 = 0,22$, $t = 11C^\circ$, $\nu = 0,0127 \text{ cm}^2/\text{sec}$

1	1	0,0160	0,105	0,152	0,0730	0,0169	0,0965
2	3	052	,055	,094	,0236	,0133	,0247
3	7	022	,022	,100	,0100	,0137	,0108
4	15	010	,0030	,300	,0045	,0248	,0088
5	30	005	,0012	,415	,0023	,0281	,0051

A₂) $H = 5,70 \text{ m}$, $s = 0,82 \text{ m}$, $Q = 7,7 \text{ l/sec}$.

1	1	0,0242	0,124	0,195	0,1100	0,0191	0,1653
2	3	078	,075	,104	,0354	,0136	,0378
3	7	032	,032	,100	,0145	,0139	,0159
4	15	015	,0064	,252	,0068	,0209	,0112
5	30	0072	,0026	,280	,0033	,0229	,0060
6	65	0039	,0010	,338	,0014	,0240	,0026

A₃) $H = 6,10 \text{ m}$, $s = 1,70 \text{ m}$, $Q = 12,0 \text{ l/sec}$

1	1	0,0360	0,174	0,206	0,1630	0,0196	0,2520
2	3	114	,078	,147	,0518	,0518	,0676
3	7	047	,034	,140	,0214	,0161	,0272
4	15	022	,012	,184	,0100	,0185	,0146
5	30	012	,0034	,345	,0055	,0258	,0111
6	65	0051	,0010	,505	,0023	,0308	,0052

B) $H = 4,92 \text{ m}$, $s = 0,84 \text{ m}$, $Q = 13,2 \text{ l/sec}$, $n_0 = 0,25$, $t = 11C^\circ$, $\nu = 0,0127 \text{ cm}^2/\text{sec}$

1	2	0,0235	0,091	0,258	0,0940	0,0204	0,1510
2	6	075	,0095	,279	,0300	,0357	,0844
3	15	029	,0032	,289	,0116	,0384	,0351
4	50	0087	,0013	,267	,0035	,0330	,0091

C) $H = 9,52 \text{ m}$, $s = 2,87 \text{ m}$, $Q = 0,6 \text{ l/sec}$, $n_0 = 0,23$, $t = 11,5C^\circ$, $\nu = 0,0126 \text{ cm}^2/\text{sec}$

1	2,5	0,00045	0,210	0,021	0,00196	0,00195	0,000304
2	5	0022	,075	,029	,00096	,00230	,000175
3	10	0011	,035	,031	,00048	,00236	,000090
4	15	00070	,018	,039	,00030	,00262	,000062
5	35	00029	,0070	,042	,00013	,00276	,000029
6	100	00010	,0021	,048	,00004	,00280	,000009

D₁) $H = 4,38 \text{ m}$, $s = 0,63 \text{ m}$, $Q = 1,86 \text{ l/sec}$, $n_0 = 0,22$, $t = 10C^\circ$, $\nu = 0,0131 \text{ cm}^2/\text{sec}$

1	0,5	0,0146	0,084	0,174	0,0663	0,0184	0,0932
2	2,2	033	,028	,118	,0150	,0151	,0178
3	5,1	014	,0097	,144	,0064	,0168	,0082
4	15,1	0074	,0074	,163	,0021	,0110	,0018

D₂) $H = 4,38 \text{ m}$, $s = 1,15 \text{ m}$, $Q = 2,8 \text{ l/sec}$

1	0,5	0,0231	0,187	0,123	0,1050	0,0155	0,1240
2	2,2	050	,045	,113	,0227	,0147	,0254
3	5,1	021	,012	,179	,0096	,0183	,0134

E) $H = 6,76 \text{ m}$, $s = 3,18$, $Q = 2,44 \text{ l/sec}$, $n_0 = 0,20$, $t = 7,2C^\circ$, $\nu = 0,0142 \text{ cm}^2/\text{sec}$

1	0,55	0,0110	0,0632	0,174	0,0550	0,0200	0,0775
2	2,0	030	,0270	,111	,0150	,0160	,0169
3	5	012	,0162	,074	,0060	,0131	,0055
4	15	004	,0040	,099	,0020	,0152	,0021

Ici se révèle donc une valeur en quelque sorte critique du nombre Reynolds. Au cas du terrain à grains fins marqué C la valeur variable du nombre Reynolds ne passe pas par la zone critique représentée sur la fig. 2 mais reste bien loin en dessous d'elle, ici le coefficient de filtration n'a donc pas de minimum, sa valeur α , en s'éloignant du puits une tendance continue à monter. Il est connu que dans des tubes lisses ordinaires la valeur critique $Re = 2,000-2,300$ marque l'état limite entre le mouvement laminaire et turbulent. Dans les expériences avec tubes d'une rugosité accrue et artificielle on a trouvé cette valeur limite aux environs de 600, avec des tubes s'élaissant et se rétrécissant tour à tour, aux environs de 543. On peut supposer qu'à cause de la forme capricieuse dans l'espace, les dimensions réduites et la grande rugosité des canaux de pores du sol la valeur critique du nombre Reynolds délimitant les mouvements laminaire et turbulent descend beaucoup plus bas. Toutefois la valeur critique de 0,015-0,025 du tableau 1 est tellement bas qu'il paraît mal fondé de supposer la transition du mouvement laminaire en mouvement turbulent.

On pourrait penser qu'à l'endroit examiné la validité de la loi laminaire de filtration cesse; toutefois pour le mouvement de l'eau souterraine cela ne signifie pas encore la transition du laminaire au turbulent, mais seulement qu'à cause des changements de direction et de vitesse fréquents se manifeste l'effet des forces de l'inertie que la théorie du mouvement laminaire néglige. Tant que la vitesse de filtration du liquide est petite ces forces de l'inertie sont infimes, mais au delà d'une certaine valeur critique du nombre Reynolds elles peuvent exercer une influence essentielle sur la filtration.

La présente étude ne fournit pas de solution au problème examiné. Son but est seulement de soulever, en vue d'entamer de nouvelles recherches et de discuter leurs résultats, le problème de la variation du coefficient de filtration calculé d'après les données d'observations.

L'ENTRAÎNEMENT DE PARTICULES PAR LE COURANT INTERSTICIEL

par

Ir. G. de JOSSELIN de JONG
(Laboratoire de la Mécanique des Sols, Delft)

Summary

The pore system of a packed bed is schematized to a system of canals in order to permit probability-computations for a strange particle carried by the pore water movement to arrive at a certain place in a certain time.

The computations lead to explicit values for the coefficient of longitudinal and transversal diffusivity.

A test device is described which permits determination of longitudinal diffusivity. Relation between test result and theory is discussed.

1. Introduction

Dans la loi de Darcy tous les phénomènes physiques qui déterminent le mouvement du liquide interstitiel dans un tassement de grains, sont rassemblés d'une façon ingénieusement simple et pratique permettant le calcul rapide de nombreuses applications techniques.

Il existe néanmoins des problèmes relatifs aux mouvements de ces liquides qui demandent à ce que l'on considère d'une façon rigoureuse les phénomènes micro-structuraux qui constituent la loi de Darcy.

Un de ces problèmes micro-structuraux se pose quand on veut étudier le mouvement d'une particule étrangère entraînée par le courant interstitiel. Par exemple, l'introduction d'eau salée dans un massif saturé d'eau douce peut amener à se poser la question de la réparation de salinité qui s'en suit après que cette quantité salée ait été entraînée pendant un certain temps à travers le tassement de grains. Dans un pays comme la Hollande qui est bordé par la mer et doit protéger l'eau douce nécessaire à la vie de sa population, son cheptel et ses végétaux, contre l'infiltration involontaire d'eau salée, ce problème se rencontre maintes fois.

D'autre part, les problèmes qui se présentent dans les opérations chimiques quand un liquide qui se trouve dans une colonne à remplissage est remplacé par un autre produit, se résolvent qu'en considérant les mouvements micro-structuraux exécutés par les particules individuelles.

Les expériences ont démontré qu'une quantité de particules étrangères introduite se disperse en toute direction relativement au mouvement moyen du liquide interstitiel par leur mouvement entre les obstacles des grains. Par analogie avec la diffusion moléculaire qui engendre une dispersion semblable l'on a introduit les conceptions de diffusion longitudinale et de diffusion transversale pour indiquer ce phénomène. (Klinkenberg ⁽¹⁾, Baron ⁽²⁾).

Nous voulons démontrer dans cet article comment on peut déterminer les coefficients de diffusion relatifs à ces deux différents modes de dispersion en considérant le mécanisme du mouvement du liquide à travers les pores.

Le calcul complet étant trop long pour être publié ici, nous nous limiterons à la présentation des points de départ, du mode de calcul et des résultats obtenus en réservant la démonstration rigoureuse à une autre publication.

La description d'un essai avec lequel nous avons déterminé le coefficient de diffusion longitudinale, et des résultats obtenus qui démontrent l'applicabilité de la théorie, complètera ces considérations.

2. Le mouvement d'une particule étrangère

Nous voulons considérer une particule étrangère qui, entraînée par le courant interstitiel, est assez petite pour n'avoir par sa présence aucune influence sur ce courant.

La question qui se pose est la détermination du déplacement de cette particule après qu'elle ait été entraînée un certain temps. Comme dans un système de grains tassés arbitrairement les interstices ont une forme arbitraire, le parcours que la particule suivra n'est pas à fixer. On ne peut prédire que la probabilité pour la particule d'arriver à un certain endroit.

Le calcul de cette probabilité est le but de notre recherche, car le coefficient de diffusion peut se déduire de la déviation standard de la répartition de la probabilité.

Dans ce calcul la variable stochastique sera déterminée par le passage d'un interstice à un autre, car la longueur du parcours total se compose de la somme des longueurs individuelles de ces passages parcourus et le total du temps passé est la somme des temps de séjour passés dans les divers interstices.

De cette façon des calculs ont été effectués par Danckwerts⁽³⁾, Klinkenberg⁽¹⁾ qui, en considérant l'effet de la probabilité, ne se basent pas sur un mécanisme phénoménologique et ont recours à la détermination d'un coefficient numérique qui ne s'obtient que par l'expérience (essais de Kramers⁽⁴⁾, Klinkenberg⁽¹⁾).

Les mécanismes introduits par Baron (diff. transv.⁽²⁾) et Kramers (diff. Longt.⁽⁵⁾) donnent déjà une impression de ce coefficient mais sont d'une autre nature trop simple, introduisant une distribution discrète pour le choix d'un déplacement $+l$ ou $-l$.

Nous voulons traiter ici le cas où la variable stochastique aura une distribution continue, dépendant d'un mécanisme idéalisé.

Il y a trois effets principaux qui déterminent la distribution du variable.

1. Dans la section d'un pore, la vitesse du liquide n'est pas constante mais plus grande vers le centre.
2. Les interstices sont de différentes grandeurs.
3. La direction du courant dans un interstice peut avoir un angle quelconque avec la direction moyenne du courant principal.

ad. 1) Perpendiculairement à la direction du courant dans un pore, les vitesses du liquide ne sont pas les mêmes et il semble nécessaire de considérer à laquelle de ces vitesses la particule prendrait part.

A cause du mouvement Brownien et à grande vitesse à cause de la turbulence, il existe dans le pore une diffusion radiale qui rend la vitesse de la particule égale à la vitesse moyenne du liquide dans certaines conditions.

Le calcul numérique de cet effet est possible avec les résultats de van Deemter⁽⁶⁾.

Nous avons supposé dans les calculs suivants que cette diffusion radiale soit complète et que le mouvement de la particule soit égale à la vitesse moyenne dans un pore.

ad. 2) En observant la forme d'un interstice qui se produit entre quatre grains de forme à peu près sphéroïdale (fig. 1), on voit que le courant entre par un canal triangulaire assez étroit, arrive dans un ample tétraèdre, se partage en trois et quitte le pore par des canaux également triangulaires.

Ces canaux triangulaires se retrouvent partout dans le tassement de grains et forment la résistance principale dans toutes directions. Si les grains sont tous des sphères et de même grandeur, ces canaux triangulaires ne seront pas égaux à cause du tassement irrégulier.

Nous avons, en première approximation, supposé que la diffusion provenant de l'inégalité de ces résistances serait petite en comparaison du troisième effet et nous avons schématisé notre système par des canaux comme indiqués par la fig. 2.

ad. 3) Nous voulons supposer que les deux effets précédents sont négligeables en comparaison avec les différences de vitesses qui s'en suivent de la direction des canaux élémentaires.

Plus la vitesse moyenne dans un canal sera grande, plus sa direction correspondra avec la direction principale Z.

Pour la distribution de ces directions, on supposera que le tassement des grains a été tel qu'il n'y a pas de directions de préférence.

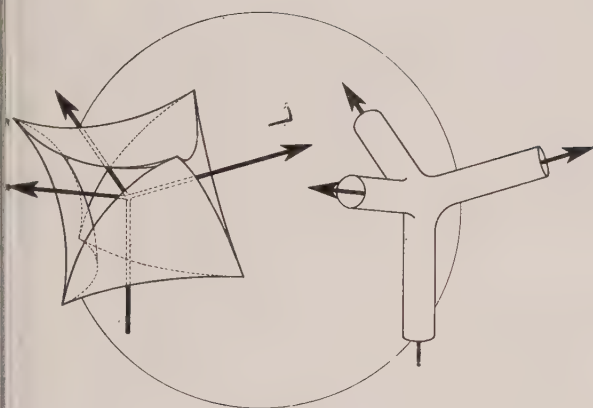


Fig. 1
Pore minimal entre
quatre sphères.

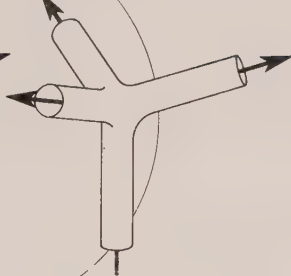


Fig. 2
Pore schématisé
par des canaux.

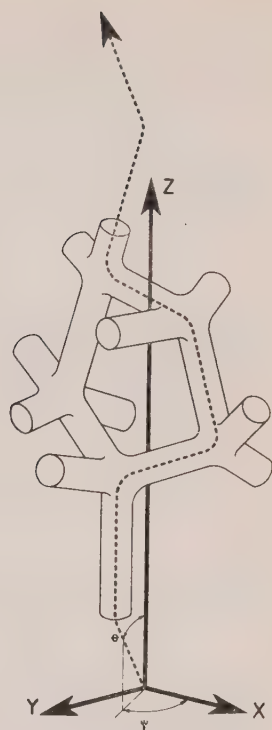


Fig. 3
Route arbitraire prise par une
particule à travers les canaux.

3. Dédution de la probabilité

Selon ces 3 considérations précédentes, le système de canaux dans lequel la particule est entraînée sera schématisé de la façon indiquée par la figure 3.

Il consiste en des canaux de même longueur — l — de même résistance au courant, orientés uniformément dans toutes directions.

La particule suit une route tortueuse à travers ces divers canaux à une vitesse égale à la vitesse moyenne du liquide dans les canaux différents.

Plaçons la coordonnée Z dans la direction principale du courant interstitiel total, et moyen sur beaucoup de canaux. Nomons l'angle entre cette direction et la direction du canal élémentaire (j) : θ_j et ψ_j l'angle de sa projection avec la coordonnée X (fig. 3).

Supposons que le temps de séjour dans ce canal soit

$$t_j = t_0 / \cos \theta_j$$

où t_0 est le temps de séjour minimal possible et qui est obtenu dans un canal orienté dans la direction Z .

Quand la particule a passé par N de ces canaux, elle est arrivée à un endroit XYZ et dans un temps T donnés par

$$\begin{aligned} X &= \sum x_j = \sum l \sin \theta_j \cos \psi_j \\ Y &= \sum y_j = \sum l \sin \theta_j \sin \psi_j \\ Z &= \sum z_j = \sum l \cos \theta_j \\ T &= \sum t_j = \sum t_0 / \cos \theta_j \end{aligned}$$

où les sommes sont effectuées pour $j = 1$ à N .

Dans ces expressions les angles θ_j et ψ_j sont maintenant les variables stochastiques. Nous voulons supposer que la probabilité que la particule prenne une direction θ_j, ψ_j au moment, qu'arrivée à une bifurcation, elle doit choisir un nouveau canal à suivre, est donnée par la fraction du liquide total qui coule dans cette direction: θ_j, ψ_j .

Un calcul simple indique que cette probabilité est donnée par

$$(2) \quad f(\theta_j, \psi_j) d\theta d\psi = (1/\pi) \sin\theta \cos\theta d\theta d\psi$$

où l'on vérifie que

$$\int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{2\pi} d\psi f(\theta, \psi) = 1$$

Pour la détermination de la probabilité, $W_N(X Y Z T) dX dY dZ dT$ que la particule arriverait après le passage de N canaux arbitraires dans l'endroit $X Y Z$ et dans un temps T , nous appliquons maintenant le théorème de Markoff (voir p. ex. Chandrasekhar (?)).

En considérant T comme l'un des composants du vecteur stochastique équivalent aux autres composants $(X Y Z)$, on obtient alors

$$(3) \quad W_N(X Y Z T) dX dY dZ dT = \frac{dX dY dZ dT}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi d\eta d\zeta d\tau \times \\ \times \exp \{ -i(\xi X + \eta Y + \zeta Z + \tau T) \} \times A_N$$

avec

$$A_N = \left[\int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{2\pi} d\psi f(\theta, \psi) \exp \{ +i(\xi x_j + \eta y_j + \zeta z_j + \tau t_j) \} \right]$$

Toutes les intégrations sont faisables par la méthode du col et nous arrivons enfin à une expression pour la probabilité $W_N(R Z T)$ où R est égale à $(X^2 + Y^2)^{1/2}$, déplacement dans une direction perpendiculaire à la direction principale Z . Toutefois cette probabilité W_N n'est que la probabilité que cet effet soit obtenu en N passages. Mais il est bien possible que la particule arrivera à R, Z , dans un temps T avec différents nombres de passages dépendant de la route qu'elle a prise. Il nous faut donc, pour obtenir la probabilité totale, que la particule arrive dans l'endroit voulu et dans le temps posé, intégrer W_N pour toutes les valeurs possibles de N , c.-à-d.

$$W(R, Z, T) dR dZ dT = dR dZ dT \int_{N_1}^{N_2} W_N dN.$$

Il est possible d'effectuer encore cette dernière intégration par la méthode du col et nous obtenons alors très approximativement

$$(4) \quad W(R, Z, T) dR dZ dT = \frac{R dR \cdot dZ \cdot dT}{8 f [\pi (ac - b^2)]^{1/2}} \left[\frac{C}{(A + A')^3} \right]^{1/4} \\ \times \exp \{ 1 - 2(A + A')^{1/2} C^{1/2} + B \}$$

dans laquelle nous avons introduit les notations suivantes :

$$(5) \quad \begin{aligned} a &= (\lambda - 5/4) t_0^2 \\ b &= -1/6 t_0 l = 1/2 (\overline{t_j \cdot z_j} - \overline{t_j} \cdot \overline{z_j}) \\ c &= +1/36 l^2 = 1/2 (\overline{z_j^2} - \overline{z_j}^2) \\ d &= 2 t_0 = \overline{t_j} \\ e &= 2/3 l = \overline{z_j} \\ f &= 1/8 l^2 = 1/2 (\overline{r_j^2} - \overline{r_j}^2) \quad \overline{r_j} = 0 \end{aligned}$$

$$A = [aZ^2 - 2bZT + cT^2]/4 (ac - b^2)$$

$$B = [aeZ - b(dZ + eT) + cdT]/4 (ac - b^2)$$

$$C = [ae^2 - 2bde + cd^2]/4 (ac - b^2)$$

$$A' = R^2/4f.$$

Un trait indique la valeur moyenne d'une variable qui se détermine aisément avec (2).

Par symétrie on attendrait pour a une expression contenant $\overline{t^2}$, mais parce que cette valeur est infinie elle est évitée dans le résultat du calcul, où l'on rencontre λ qui est défini par

$$(5') \quad \gamma e^\lambda / (\lambda + 1) = 4Z/l$$

où γ est la constante de Euler.

L'expression pour $W(R, Z, T)$ n'est pas, mais ressemble beaucoup à une répartition normale de Gauss.

Le maximum se trouve à $R = 0$ et $T = dZ/e = 3Zt_0/l$.

La répartition autour de ce maximum est définie par les déviations standards suivantes :

$$(6) \quad \begin{aligned} \sigma_R &= \sqrt{Z \overline{r^2}/z} = l \sqrt{3Z/8l} \\ \sigma_T &= \sqrt{Z [\overline{z^2} \overline{t^2} - \overline{2zt} \cdot \overline{z} \cdot \overline{t} + \overline{z^2} (2\lambda + 3/2)]/z^3} = t_0 \sqrt{3Z(\lambda - 1/4)/l} \\ \sigma_Z &= \sigma_T l / 3t_0 = l \sqrt{1/3 Z (\lambda - 1/4)/l} \end{aligned}$$

De ce résultat se déduisent les coefficients de diffusion longitudinale (D_Z) et transversale (D_R) qui décrivent la diffusion par rapport au mouvement moyen de vitesse $v_0 = Z/T = l/3t_0$, car selon Einstein $D = \sigma^2/2T$. Donc

$$(7) \quad \begin{aligned} D_Z &= \sigma_Z^2/2T = 3 \overline{v_0} l (\lambda - 1/4) \\ D_R &= \sigma_R^2/2T = 3/16 \overline{v_0} l. \end{aligned}$$

Si les canaux élémentaires ne sont pas égaux, comme nous l'avons supposé au début de cette dérivation, les valeurs de

$$\overline{r^2}, \overline{z^2}, \overline{t^2} \text{ et } \overline{z \cdot t}$$

différeront de ce que nous avons donné plus haut. La répartition de r_j , z_j et t_j connue, il n'est pas difficile d'en tenir compte dans le résultat (6) où l'on remarque que les déviations standard augmenteront.

L'Essai

Un essai de contrôle fut effectué avec un dispositif de percolation (fig. 4).

Un cylindre (ϕ 6 cm, hauteur 20 cm) fut rempli de boules de verre, sensiblement sphéroïdales et d'un diamètre de 0,2 mm (déviations standard 0,05 mm). Le remplissage contrôlé soigneusement procura une porosité uniforme de 38,5 %.

D'abord le système fut saturé d'une eau distillée dans laquelle on ajoutait une quantité de NaCl correspondant à une concentration de 0,02 normal. Le liquide sous le filtre fut remplacé par de l'eau ayant une concentration de 1,0 normal NaCl et on fit ensuite percoler le système de bas en haut par ce liquide, à une vitesse de 6 cm³/minute. Tenant compte de la porosité, la vitesse moyenne dans les grains fut

$$(6/\frac{1}{4} \pi \cdot 6^2) \times (1/0,385) = 0,55 \text{ cm/mnute.}$$

A différentes hauteurs 2,5-7,5-12,5-17,5 cm du fond, la paroi était percée par des électrodes qui permettaient de mesurer la concentration de salinité du liquide interstitiel. Ces électrodes consistaient en des fils de platine couverts de noir en platine (diamètre 0,7 mm, 3 mm long). La résistance électrique que ces pointes éprouvèrent en appliquant un courant alternatif (1000 Hz, 50 micro amp.) fut mesurée par le pont de Wheatstone indiqué dans la

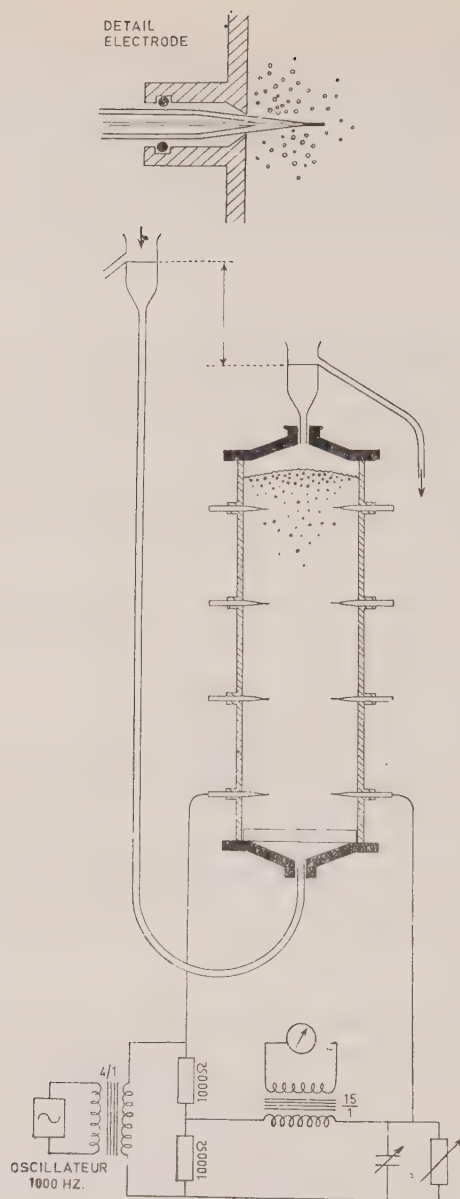


Fig. 4
Dispositif de l'essai.

figure 4. Un étalonnage dans les liquides de diverses concentrations de NaCl avait donné la relation entre cette résistance électrique et la salinité.

L'étalonnage fut exécuté aussi bien dans le liquide seul qu'après remplissage avec des boules de verre, donnant des valeurs qui correspondaient avec le calcul théorique.

Au moyen des lectures de ces résistances on pouvait donc suivre les changements de la salinité dans l'entourage de ces électrodes au fur et à mesure que la frontière des concentrations passait de 0,02 normal à 1,0 normal.

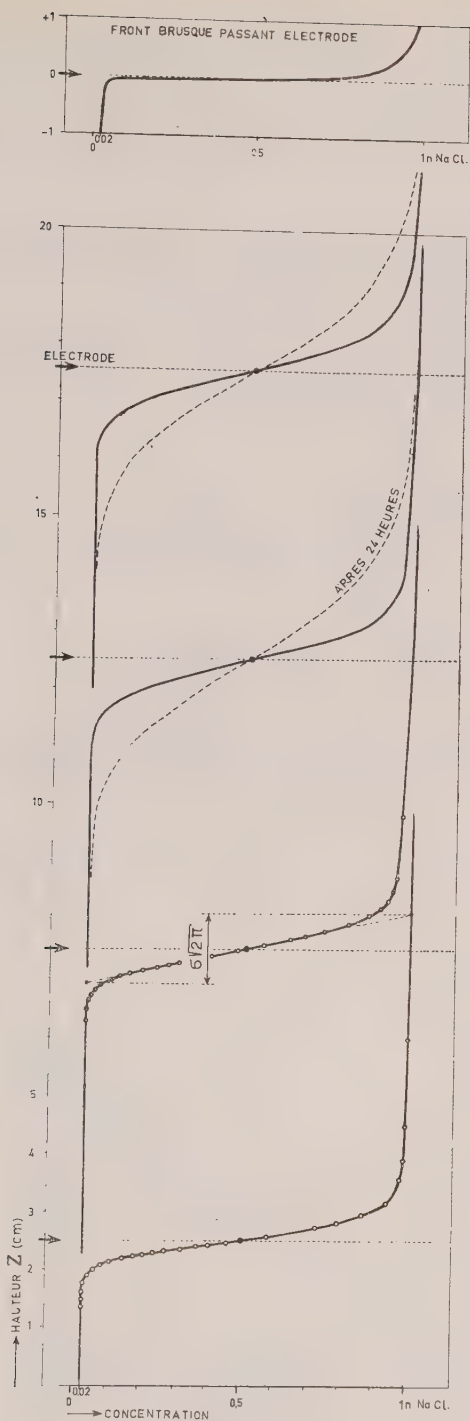


Fig. 5
Salinité enregistrée par les électrodes.

Cette frontière était brusque au début de la percolation, elle se dispersa en montant dans les grains. Dans la figure 5 sont présentés les résultats des observations avec les électrodes.

Interprétations des résultats d'essai

Dans la figure 5 nous avons dessiné la salinité enregistrée par les électrodes au moment où une particule, voyageant à la vitesse moyenne, est arrivée à la hauteur indiquée par l'abscisse.

Pour démontrer l'influence de l'épaisseur de l'électrode, nous avons dessiné au-dessus ce qu'une électrode enregistrerait si une frontière brusque passait. Cette ligne obtenue théoriquement montre que la frontière brusque n'est déformée que très faiblement et que les électrodes sont assez minces pour négliger cette influence.

Les lignes obtenues par les électrodes démontrent sensiblement une distribution normale. On observe que leur pente augmente à mesure que leur emplacement est plus élevé. Cette pente est une mesure pour la déviation standard, comme nous l'avons calculée, et doit donc suivre une loi comme indiquée par σ_z de la formule 6.

Dans la figure 6 est présentée la relation entre \sqrt{Z} la racine de la hauteur des électrodes et la déviation standard σ_z observée.

Pour obtenir la déviation standard σ_z qui ne dépend que de la diffusion longitudinale, il faut encore soustraire l'influence de la diffusion moléculaire. Cette influence a été déterminée par l'expérience. Dans un essai, le front passa d'abord par les électrodes inférieures, puis la percolation fut arrêtée pendant 24 heures et fut rétablie ensuite pour faire passer le front des électrodes restantes.

Les lignes observées, pointillées dans la figure 5, montrent un basculement additif qui correspond à un coefficient de diffusion moléculaire de

$$D_m = 0,7 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{sec.}$$

Les essais normaux ne prenant que 30 minutes, l'influence de la diffusion moléculaire fut assez petite comme l'indique la fig. 6 où nous l'avons rapportée.

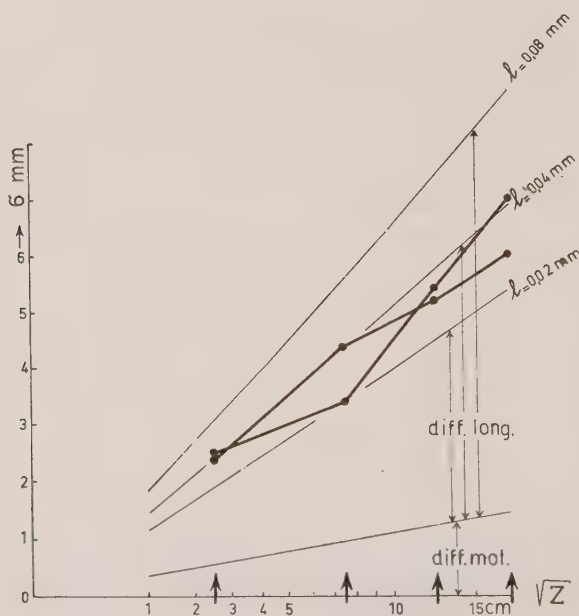


Fig. 6
Déviations standards observées comparées avec la théorie.

Dans cette figure sont données également les lignes théoriques obtenues avec la formule 6 pour l étant 0,008, 0,004 et 0,002 cm.

Comme les boules de verre employées ont un diamètre moyen de 0,02 cm, on supposerait que la longueur d'un canal élémentaire ne serait pas plus petite que 0,008 cm étant la distance des centres de deux pores tétraédriques comme dessinés dans la figure 1. Or la valeur de la déviation standard est en réalité plus petite que celle déduite de la théorie. Nous sommes amenés à croire que la suppression de l'effet de la diffusion radiale (ad. 1^e) est responsable pour cette anomalie.

Quand nous appliquons les résultats de van Deemter (6) à notre essai avec le sel, nous obtenons une diffusion radiale complète pour un canal de diamètre égal aux pores entre les grains et de longueur égale à la distance des électrodes. Mais pour un canal à longueur égale à la longueur élémentaire — l — cette diffusion radiale n'a pas eu le temps de s'effectuer. Or le sel n'arrive que retardé aux abords et est propagé par préférence au centre des pores. Il s'en suit que dans la route prise par la particule entre les grains les canaux dans la direction Z seront favorisés encore plus que cela a été exprimé par la distribution (formule 2).

Nous ne voulons pas aller plus loin sur ce point mais conclure que les abstractions faites dans la théorie n'affectent son applicabilité qu'à tel point que la prédiction des diffusions longitudinale et transversale en ordre de grandeur est possible.

Nous voulons remercier le professeur Timman pour son concours à surmonter certaines difficultés mathématiques, le professeur Kramers pour ses suggestions dans le domaine physique et M. Mostertman pour sa collaboration.

RÉFÉRENCES

- (1) KLINKENBERG, A., SJENITZER, F. Holding time distributions of the Gaussian type. *Chem. Eng. Sci.* Vol. 5, 1956 (paraîtra).
- (2) BARON, T. Generalized graphical methods for the design of fixed bed catalytic reactors. *Chem. Eng. Progress*, Vol. 48, 1952, pp. 119.
- (3) DANCKWERTS, P. V. Continuous flow systems. Distribution of residence times. *Chem. Eng. Sci.*, 1953, Vol. 2, pp. 1 to 13.
- (4) KRAMERS, H., ALBERDA, G. Frequency response analysis of continuous flow systems. *Chem. Eng. Sci.*, 1953, vol. 2, pp. 173 to 181.
- (5) KRAMERS, H. Communication privée.
- (6) VAN DEEMTER, BROEDER, LAUWERIER. Fluid displacement in capillaries. *Appl. Sci. Res. Section A*, vol. 5, Nr 5, 1955.
- (7) CHANDRASEKHAR. Stochastic problems in Physics and Astronomy. *Rev. Mod. Phys.* vol. 15, Nr 1, 1943.

LE DEVELOPPEMENT DE LA RECHERCHE HYDROLOGIQUE ET SON APPLICATION AU DRAINAGE AUX PAYS-BAS

par

L. F. ERNST

Institut pour l'amélioration de sol et l'économie de l'eau, Wageningen

et

J. J. WESTERHOF

Service du Génie Rural — Division de Recherche, Goes

1. Introduction

Aux Pays-Bas il y a une tendance très consciente du gouvernement à faire produire l'agriculture d'une façon aussi économique que possible. Des sommes très élevées sont par conséquent investies en vue de l'amélioration des facteurs de production externes, comme l'étendue de l'exploitation, le régime hydrologique, le lotissement et l'ouverture de la région.

La production de l'agriculture néerlandaise s'est rapprochée du niveau optimal. Dans ce stade, il est difficile d'acquérir encore d'autres améliorations avec des expériences pratiques. Pour cette raison, il faut une recherche scientifique.

Cet article nous donnera un aperçu de la façon dont l'assainissement et le drainage de terres agricoles sont recherchés au moyen de fossés et de tuyaux.

2. La maîtrise de l'eau

2.1. Conditions agronomiques

Pour la maîtrise de l'eau on tend à régler le niveau de la nappe souterraine de façon qu'on obtienne des conditions optimales pour l'ameublissement du sol, la croissance des cultures agricoles et la sûreté de récolte.

Ces conditions optimales diffèrent beaucoup pour les terres diverses et sont étroitement liées aux qualités physiques du profil. Les parties extrêmes sont formées par les sols argileux non séchants pour lesquels l'alimentation en eau du végétal est indépendante du niveau de la nappe souterraine et les sols sablonneux séchants pour lesquels le végétal est presque tout à fait réduit à l'alimentation par l'eau souterraine.

Une norme applicable à tous les sols est qu'en hiver (la saison avec un surplus de précipitation) l'eau souterraine ne peut monter jusque dans la couche arable.

Tandis que pour les sols non séchants la maîtrise de l'eau peut être limité à un bon drainage en hiver, pour les sols séchants l'eau souterraine doit être tenue à un niveau constant en été (la saison avec un déficit de précipitation) : à cet effet il faut régler la cote optimum du plan d'eau du polder constant avec une infiltration du sol dans la plupart des cas. Pour les sols avec un profil argileux jusqu'à une grande profondeur, le niveau de la nappe souterraine doit se trouver au moins à 110 cm au-dessous du terrain. Pour les profils sablonneux, le niveau de la nappe souterraine doit rester plus élevé à mesure que la teneur en argile diminue et que le sable devient plus gros. Pour les profils les plus défavorables on tend à un niveau de la nappe souterraine constant en été de 0,60 à 0,80 m au-dessous du terrain.

La maîtrise du niveau du plan d'eau d'un polder est bien étroitement liée à ces conditions. En hiver on tendra en général à un niveau tel qu'il puisse être répondu le plus facilement possible aux normes pour le niveau de la nappe souterraine en hiver. Le niveau des fossés sera alors tenu de préférence à 1,20 à 1,30 m au-dessous du terrain.

En ce qui concerne le niveau d'été, il sera possible de maintenir le même niveau pour les sols argileux; pour les sols sablonneux l'eau devra être élevée au moyen d'amenées.

Faute de cette possibilité comme p.e. aux îles dans la région deltaïque zélandaise, où il y a seulement de l'eau de mer, il faudra régler sur de pareilles terres un niveau plus élevé le plus tôt possible au printemps pour réserver quelque eau dans le sol.

Pour obtenir les niveaux de la nappe souterraine optimaux il faut une certaine compréhension des rapports entre la précipitation, l'évaporation, le débit et le niveau de la nappe souterraine. Pour la dérivation des formules qui sont utilisées en pratique à cette fin, la loi de Darcy a été très importante, comme il sera expliqué dans le paragraphe suivant.

2.2. Formules pour le drainage

En partant de la loi de Darcy : $v_x = -k \frac{dh}{dx}$ (1)

on déduit pour l'intensité du courant horizontal dans une couche d'une épaisseur presque constante (valeur moyenne D) :

$$q = -kD \frac{dh}{dx} \quad (2)$$

Pour le drainage stationnaire d'une précipitation atmosphérique constante N, on a

d'après le principe de continuité : $\frac{dq}{dx} = N$ (3)

Eliminant q entre (2) et (3) : $\frac{d^2h}{dx^2} = -\frac{N}{kD}$ (4)

La solution de l'équation différentielle (4) donne pour un drainage stationnaire et symétrique (fig. 1) comme différence entre le point le plus haut et le point le plus bas dans

le niveau de la nappe souterraine parabolique : $\Delta h = h_1 - h_0 = \frac{NL^2}{8kD}$ (5)

S'il est tenu compte du fait que D peut difficilement être constante, il suit un niveau elliptique de la nappe souterraine au lieu d'un niveau parabolique. (Colding 1876, Rothe 1924). Pour l'emploi pratique ces différences sont à peine de quelque importance parce que l'hétérogénéité et les composantes de courant verticales ont une influence beaucoup plus grande. Il est aussi lié à ce dernier effet que d'après (5) à une D très grande la valeur de Δh tend vers zéro tandis que cela n'est pas le cas en réalité. Un avis pratique sur ce point est d'appliquer kD au profil du sol jusqu'à une profondeur environ égale à $1/4 L$ jusqu'à $1/2 L$.

Dans l'équation (5) N doit être considérée comme une constante, donc indépendante du temps. N dépend en réalité, comme facteur météorologique, fortement du temps. Cependant, si la précipitation atmosphérique surabondante ne diffère que peu d'une valeur moyenne quelconque N pendant un temps suffisant, Δh s'approchera très près de la valeur suivant l'équation (5).

Dans cette équation nous trouvons comme constante réelle la résistance $W = L^2/8kD$. Un des aspects du génie rural est la modification de la distance L pour obtenir une résistance W plus favorable. Si la profondeur de la couche imperméable est connue et si la valeur de k a été déterminée au moyen de la méthode de sondage, on doit seulement admettre une certaine valeur pour la résistance totale W pour trouver la L désirée : $L = \sqrt{8kDW}$ (6)

Dans les équations (8), (9) et (10) il paraîtra que la largeur et la profondeur de tranchées de drains et de fossés ont aussi une influence sur W. Cependant, il n'est pas simple de déterminer cette influence dans un sol stratifié avec des perméabilités fort divergentes. Il est bien possible d'avoir au moyen de la méthode de sondage, en faisant des trous de profondeurs différentes ou en mesurant à une hauteur fort différente du niveau de la nappe souterraine, une impression de la distribution de la perméabilité dans les différentes couches du sol pourvu que ces couches ne soient pas trop minces. En outre le courant radial est important à proximité du centre de drainage. Hooghoudt a dérivé à cette fin une formule qui peut être écrite comme suit (Hooghoudt 1940) :

$$\Delta h = \frac{NL^2}{8(k_1D_1 + k_2D_2^*)} \quad (7)$$

Pour la signification de k_1 et k_2 , D_1 et D_2 voir la fig. 2. Il est admis pour la couche supérieure que la valeur moyenne $D_1 = 1/2 \Delta h$. La conséquence est que Δh doit en fait figurer comme un terme du premier degré et aussi comme un terme du deuxième degré. Puisque $k_1 D_1$ est le plus souvent $<$ que $k_2 D_2^*$, il est pour la pratique plus simple de faire une évaluation tout court de $k_1 D_1$ et de calculer Δh avec l'équation simple (7). Si $k_1 \ll k_2$, cette équation n'est pas exacte, voir équation (8).

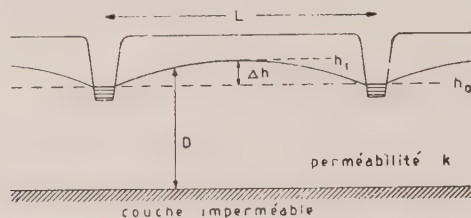


Fig. 1

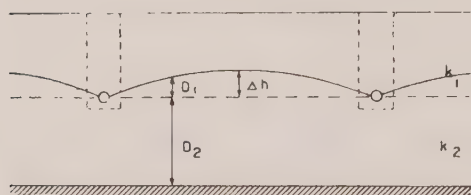


Fig. 2

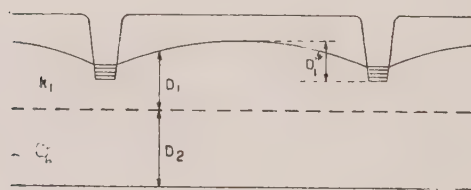


Fig. 3

La limite entre k_1 et k_2 dans la fig. 2 se trouve à la même profondeur que les drains (éventuellement que le niveau des fossés). Il y a bien un motif pour cela: par le drainage le sol peut changer de structure et par conséquent aussi de perméabilité. Hooghoudt nommait D_2^* l'épaisseur de la couche équivalente et a publié un nombre de tableaux avec des valeurs pour D_2^* de sorte que l'influence du courant radial est admise à l'équation (7) (Hooghoudt 1940). Si l'on prenait pour D_2^* la valeur réelle de D_2 , les équations (5) et (7) sont identiques.

Ernst a cependant introduit une autre méthode de calcul qui peut également être appliquée à des situations asymétriques et à des profils composés de 3 ou 4 couches avec une perméabilité fort divergente (Ernst 1954, 1956). Il faut introduire pour cela la conception de résistance radiale, représentée dans les équations par w . Pour le drainage symétrique dans un profil composé de 2 couches avec $k_1 < k_2$ (voir fig. 3):

$$\Delta h = N \frac{D_1^*}{k_1} + \frac{NL^2}{8(k_1 D_1 + k_2 D_2)} + NLw \quad (8)$$

Si dans une certaine région pour le variable L les valeurs accessoires de Δh sont connues, il faut trouver dans une image graphique un rapport parabolique entre L et Δh . Si l'aménée N est connue (ou la valeur moyenne à des mesurages pendant une année), on peut conformément à l'équation (8) diviser la différence de potentiel Δh en trois termes et après division par N on trouve la résistance verticale, horizontale et

radiale. Le mesurage des trois composantes de Δh doit se faire au moyen de filtres peu profonds et profonds. Pour le moment cette procédure a été appliquée très peu en comparaison de la méthode de sondage.

Pour la situation représentée dans la fig. 1 l'équation (8) passe à l'équation (9). (D_0 = valeur de D pour fossé ou tuyau; u = périphérie humide).

$$\Delta h = \frac{NL^2}{8kD} + \frac{NL}{\pi k} \ln \frac{D_0}{u} \quad (9)$$

Pour la fig. 2 :

$$\Delta h = N \frac{D_{1(\max.)}}{k_1} + \frac{NL^2}{8(k_1 D_1 + k_2 D_2)} + \frac{NL}{\pi k_2} \ln \frac{D_2}{u} \quad (10)$$

Pour un sol anisotrope il faut d'abord appliquer une transformation adaptée de la coordonnée horizontale et (ou) de la coordonnée verticale avant qu'on puisse substituer $\sqrt{k_{\text{hor.}} k_{\text{vert.}}}$ comme perméabilité dans les formules susmentionnées. (Dachler 1936). Pour déterminer les composantes anisotropiques de la perméabilité il faut en principe exécuter au moins deux mesurages d'orientation différente du sens du courant. A cet effet on peut combiner la méthode de sondage avec :

- a) la méthode du piézomètre (Kozény 1932, Luthin et Kirkham 1948);
- b) la méthode de Childs avec 2 trous de sondage égaux à brève distance; pompage d'un trou de sondage dans l'autre.

(Childs 1952, Childs, Cole et Edwards 1952).

Ces méthodes n'ont pas encore été appliquées aux Pays-Bas parce qu'elles sont trop compliquées. En outre nous pouvons alléguer pour argument qu'en négligeant l'anisotropie ($k_{\text{hor.}} > k_{\text{vert.}}$), il résulte de la méthode de sondage une valeur k^* pour la perméabilité qui se trouve entre $\sqrt{k_{\text{hor.}} k_{\text{vert.}}}$ et $k_{\text{hor.}}$ et que de pareilles valeurs k^* (déterminées éventuellement pour 2 couches) donnent dans toutes les équations (6) jusqu'à (10) incluse une solution qui est raisonnablement bonne (à moins que les différences entre $k_{\text{hor.}}$ et $k_{\text{vert.}}$ ne soit pas trop grandes).

Dans l'équation (9) on voit immédiatement qu'une telle valeur donne pour k^* une solution assez exacte, si les deux termes dans (9) sont du même ordre de grandeur. Dans l'équation (10) on peut, si la transformation en question en x et y n'est pas appliquée, substituer k_1 (vert.) dans le premier terme, k_1 (hor.) et k_2 (hor.) dans le deuxième terme, $\sqrt{k_2(\text{hor.}) k_2(\text{vert.})}$ dans le troisième terme. Il dépend alors du rapport de grandeur de ces trois termes quelle faute se produira en substituant tout court les solutions k_1^* et k_2^* d'après la méthode de sondage.

2.3 Conditions hydrologiques

La maîtrise de l'eau pour l'agriculture néerlandaise signifie qu'une crue trop forte de l'eau souterraine et en certains cas aussi une baisse trop forte, doivent être évitées. Dans le paragraphe précédent il s'est trouvé, en émanant de la loi de Darcy, qu'on peut mettre pour des situations stationnaires $W = \Delta h/N$.

Dans le système de drainage il faut donc obtenir une telle résistance W que Δh ne devient pas trop grande par l'amenée N , résultante des circonstances climatologiques.

Dans le paragraphe précédent il a été expliqué comment cette résistance W dépend de L et des différentes couches de sol, d'une épaisseur et d'une perméabilité variables.

Le problème de la maîtrise de l'eau est en réalité beaucoup plus compliqué parce que le courant dans le sol n'est pas stationnaire en fait. La précipitation atmosphérique ne tombe pas régulièrement mais en ondées d'intensité changeante. De cette façon pendant une période brève ou plus longue, l'écoulement ne sera pas en rapport avec la précipitation de sorte qu'il se produira temporairement de fortes crues de l'eau souterraine tandis que la capacité aqueuse du sol surtout joue un rôle.

Pour résoudre ce problème il faut par conséquent d'abord déduire de la fréquence de pluie d'une certaine région une ondée spécifique. L'intensité normative de cette ondée ne peut être dépassée qu'assez rarement pour qu'une augmentation du niveau de la nappe souterraine au-dessus du niveau désiré par des ondées plus fortes ait

une fréquence acceptable. Surtout dans un terrain fort accidenté il faut tenir compte de crues se produisant plus rarement parce qu'il existe dans ces régions le plus grand danger d'écoulement aérien et d'érosion. Les circonstances climatologiques dont il s'agit ici, sont tellement compliquées qu'il n'est pas encore possible de dire jusqu'à quel degré d'exactitude il faut en répondre (Visser 1953). On peut supposer que pour les conditions pour la maîtrise de l'eau à discuter après, il a été compté avec une réserve pour ces grosses ondées.

Pour les circonstances aux Pays-Bas on a obtenu, dans le cas où le niveau de la nappe souterraine monte en hiver jusqu'au terrain, des résultats satisfaisants en ramenant la résistance W à environ 70 à 80 jours. En pratique il est supposé que le niveau de la nappe souterraine doit se trouver à 50 cm au-dessous du terrain à un débit N de 6 à 7 mm dans un espace de 24 heures (7 mm/24 h, \approx 4.86 m³/min. 100 ha ou 0.81 l/sec. ha).

Il va sans dire qu'à mesure que dans une certaine région la chance que le niveau d'eau monte jusqu'au terrain est moindre, on peut également prendre une plus grande valeur pour W . Cette circonstance se produit pour les sols qui sont situés bien au-dessus du niveau de polder et qui ont une grande capacité aqueuse.

Finalement il faut encore signaler que la considération de ces conditions est seulement exacte lorsque le courant à travers le sol répond à la formule développée. Pour les sols fort peu perméables une partie de l'eau est évacuée pendant une forte précipitation de pluie au-dessus du sol ou à travers des couches peu profondes vers des fossés ou des tranchées de drains. De tels sols ont un débit très caractéristique par une réaction très rapide à la précipitation atmosphérique. En pareils cas la pratique démontre que W ne peut être considérée comme étant constante mais qu'il y a seulement un débit suffisant à des niveaux de la nappe souterraine superficiels, c'est-à-dire que la valeur de W diminue.

3. La recherche de drainage

3.1. Le besoin de drainage

Il doit être possible de calculer théoriquement le mouvement du niveau de la nappe souterraine sur la base d'un nombre de données sur la précipitation, l'évapo-transpiration, la capacité aqueuse et la situation de drainage (Visser, 1953).

On approche cependant en général ce problème du côté pratique en mesurant des niveaux de la nappe souterraine pendant quelques années. Par le rapport entre ces niveaux de la nappe souterraine, la situation de drainage et les qualités pédologiques on peut obtenir alors une impression du besoin de drainage de la région.

Dans ce qui suit nous traiterons le cas où la recherche a montré que le sol a besoin d'un drainage de détail, ce qui peut être supposé pour beaucoup de sols d'argile des mers, même sans recherche ultérieure, puisque la capacité aqueuse et le facteur de perméabilité de pareil sols sont si minimes que le niveau de la nappe souterraine monte jusqu'au terrain. C'est même le cas à un très bas niveau du plan d'eau d'un polder en automne et en hiver.

3.2. Détermination du drainage de détail

La recherche de drainage se limite à la détermination de la distance et de la profondeur des drains.

Comme il résulte de la formule de drainage, il faut encore déterminer pour cela D et k si Δh et N sont considérées comme des constantes connues. La détermination de D s'effectue sur la base d'un examen de profil et du mesurage de la perméabilité de différentes couches. Le facteur de perméabilité k est déterminé à l'aide de la soi-disant méthode de sondage qui est décrite dans le paragraphe suivant.

3.2.1. Méthode de sondage

Le courant vers un trou de sondage a une autre forme que le courant d'eau souterraine pluviale vers des canaux, fossés ou rangées de drains. Cependant, la forme primitive des

formules d'usage doit être la même. Conformément à l'équation (2) mais maintenant pour un courant à trois dimensions au lieu d'un courant à deux dimensions :

$$Q = kA \{ h(\text{max}) - h(\text{min}) \} \quad (11)$$

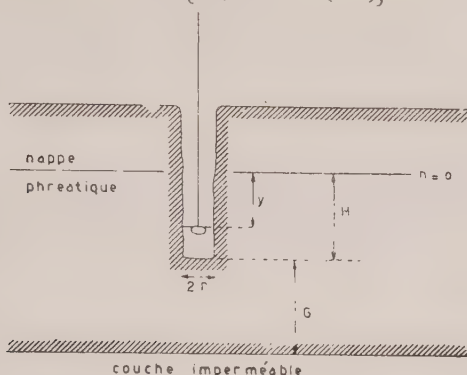


Fig. 4

A dépend de H, y et r et doit avoir la dimension d'une longueur (fig. 4). A une augmentation ou une diminution proportionnelle des dimensions linéaires (aussi de h) Q augmente ou diminue proportionnellement au carré de la proportion linéaire. Cela s'applique à tout courant d'eau souterraine mais résulte aussi de l'équation (11). Si nous mettons $A/r = B$, B (sans dimension) devient insensible à des modifications proportionnelles des dimensions. Ensuite nous mettons $h(\text{max}) = 0$ et $h(\text{min}) = y$. Il résulte alors de (11) :

$$Q = kBry \quad (12)$$

Comme Q est mesuré comme une ascension du niveau d'eau dans le trou de sondage, nous devons substituer :

$$Q = -\pi r^2 \frac{dy}{dt} \quad (13)$$

$$\text{De (12) et (13) } k = -\frac{\pi r}{By} \frac{dy}{dt} \quad (14)$$

Hooghoudt a — en partant de l'œuvre de Diserens — dérivé une formule empirique de la forme suivante (Hooghoudt 1936) :

$$k = -\frac{6r^2}{y} \frac{dy}{dt} \quad (15)$$

Cette formule a été employée aux Pays-Bas pendant longtemps mais abandonnée à la fin parce que la structure dimensionnelle de (15) n'est pas bonne, ce qui est également visible en comparant (14) et (15). L'équation (15) peut dans une certaine région donner des solutions assez bonnes. L'augmentation ou la diminution des dimensions du trou de sondage de la bonne région donne cependant une faute importante : la faute dans k devient égale à cette augmentation ou diminution. Voilà le motif de recommander depuis 1948 une équation de la forme (14) (Kirkham et van Bavel 1948, Ernst 1950).

Comme les équations (11) jusqu'à (15) ne contiennent qu'un seul symbole k, il est clair qu'on a supposé un sol homogène. Nous n'avons pas encore discuté les limitations de la région du flux principal. Les dimensions horizontales sont infiniment grandes. Du côté supérieur un niveau de la nappe souterraine horizontal doit constituer la limite. Cela implique que le mesurage après le vidage du trou de sondage doit s'effectuer en peu de temps afin d'éviter autant que possible la formation d'une dépression en forme d'entonnoir. La mesure que la teneur p_0 en pores qui se dégagent dans cette dépression en forme d'entonnoir est moindre, cette dépression doit être plus grande afin de correspondre à un certain

écoulement. A l'application pratique on suppose que le mesurage est effectué en si peu de temps que l'influence de cette complication peut être négligée. L'abaissement immédiatement autour du trou de sondage (gradient vertical ≈ 1) est $k \Delta t / p_0$. Cela peut seulement être important lorsque k est très grand (p.e. : $k = 20$ m/jour, $\Delta t = 30$ sec., $p_0 = 0,1$. Abaissement = 7 cm).

Pour la limitation du côté inférieur (profondeur de la couche imperméable) nous pouvons considérer deux cas : $G = 0$ et $G > 1/2 H$ (fig. 4). Maintenant nous pouvons écrire l'équation (14) sous la forme suivante :

$$k = C \frac{\Delta y}{\Delta t} \quad (16)$$

La valeur de C comme fonction de Y/r et de H/r peut être lue sur la fig. 5 dans le cas où $G > 1/2 H$ (influence minime pour des plus grandes valeurs de G).

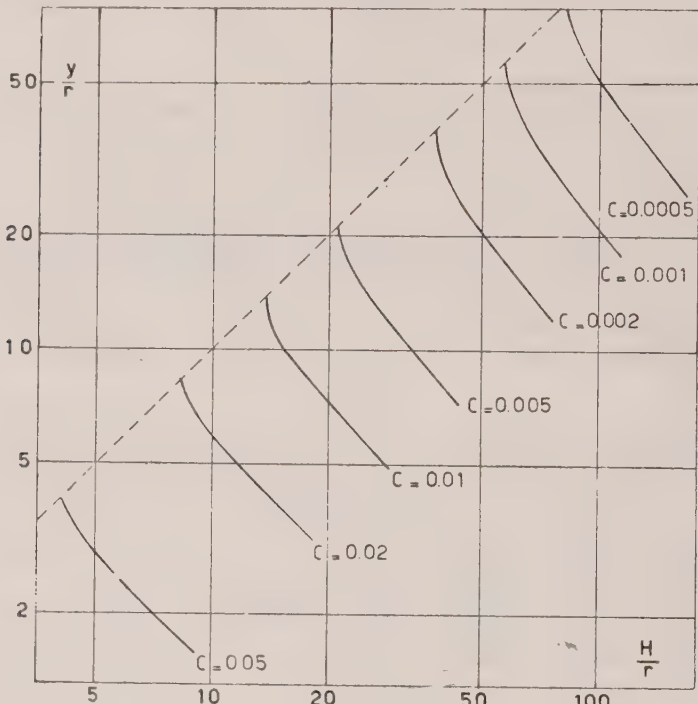


Fig. 5

Dans la région usuelle les équations suivantes sont de très bonnes approximations pour B (faute maxima env. 10 %).

a) $G = 0$ $B = 3/4 (H/r + 10) (2 - y/H)$ (17)

b) $G > 1/2 H$ $B = 2/3 (H/r + 20) (2 - y/H)$ (18)

Pour la méthode de traitement graphique nous donnons encore la dérivation suivante. De (14) et (18) :

$$k = - \frac{4,7}{(H/r + 20)} \frac{r}{y} \frac{dy}{dt} \quad (14a)$$

L'intégration avec B comme constante donne :

$$k (t - t_0) = \frac{4,7}{(H/r + 20)} \frac{1}{(2 - y/H)} \ln \frac{y_0}{y}$$

Nous substituons $t_0 = 0$, $\ln = 2,303 \log$. Si nous prenons ensuite selon l'usage pratique en m/jour, t en sec., toutes les autres grandeurs en mètres, la formule pratique suivante (pour 1 jour = 86400 secondes) au lieu de (14a) :

$$k = 940000 r \frac{\log y_0/y}{t} \times \frac{1}{(H/r + 20) (2 - \bar{y}/H)} \quad (19)$$

On peut montrer quelques complications dont il n'est presque jamais tenu compte en pratique : le lutage de la paroi du trou de sondage, des différences de la forme du trou de sondage (affouillement), la dépression en forme d'entonnoir du niveau de la nappe souterraine, l'épaisseur de la couche capillaire, l'hétérogénéité, la stratification et l'élasticité du sol. De cette manière des fautes peuvent être causées qui sont considérablement au-dessus de 10 %. Les erreurs théoriques dans la fig. 5 et dans les formules 17 et 18 peuvent par conséquent être négligées. La solution qui est trouvée avec la méthode de sondage doit être considérée comme une valeur moyenne pour une région cylindrique ayant un diamètre d'env. 1 mètre et une profondeur qui est de 50 cm au-dessous du fond du trou de sondage.

Si des sondages ont montré qu'il y a des couches à une profondeur abordable avec peut-être une différence de perméabilité importante, on se sert en pratique quelquefois de la formule d'approximation suivante :

$$k_1 H_1 + k_2 H_2 = k H \quad (20)$$

Cette équation est basée sur la supposition erronée que le courant est horizontal. On use de deux manières pour appliquer l'équation (20) :

a) des mesurages dans des trous de sondage peu profonds et profonds. Le trou de sondage peu profond doit se trouver entièrement dans la couche supérieure. La solution du mesurage dans le trou peu profond = k_1 . L'épaisseur de la couche supérieure = H_1 . Le fond du trou profond est à une distance H au-dessous du niveau de la nappe souterraine dans la deuxième couche avec perméabilité k_2 . Le résultat du mesurage dans le trou de sondage profond = k . La valeur de k_2 peut être calculée de l'équation (20) lorsque k_1 et k sont connus.

b) des mesurages dans le même trou de sondage à un niveau de la nappe souterraine élevé et bas. Dans ce cas-ci k_2 est mesuré directement à un bas niveau de la nappe souterraine.

Un calcul exact de ces situations est difficile. Cela résulte aussi du fait qu'il y a maintenant deux variables indépendantes en plus : k_1/k_2 et H_1/H_2 . En appliquant quelques artifices il est possible d'avoir une idée de l'importance des fautes qui se produisent (voir les fig. 6 et 7).

Erreurs de l'équation (20) pour des profils avec deux perméabilités différentes

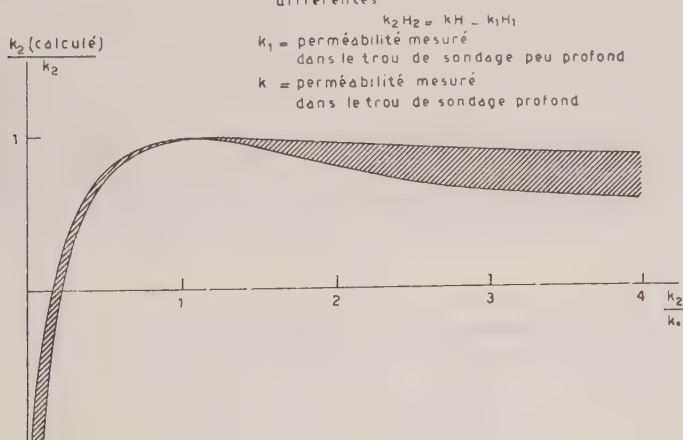


Fig. 6

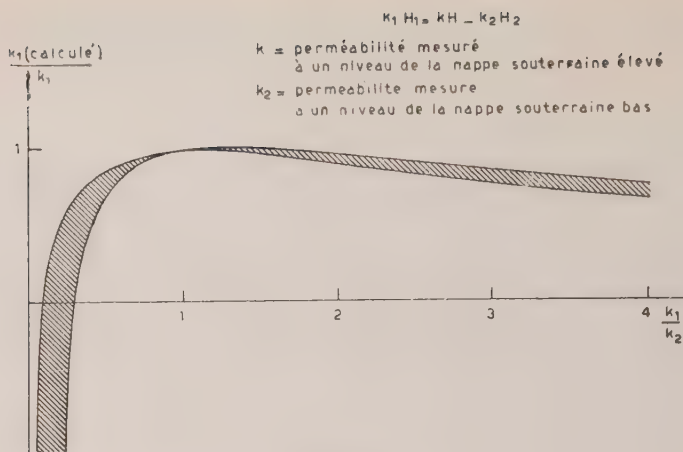


Fig. 7

Il résulte de ces figures que pour la méthode *a*) les plus grandes fautes se produisent quand $k_2 \ll k_1$ parce qu'alors la solution pour k_2 devient négative; aussi pour la méthode *b*) quand $k_1 \ll k_2$ avec des solutions négatives pour k_1 . Une valeur négative est de toute évidence impossible et dans ces cas-ci une perméabilité relativement petite doit par conséquent être considérée comme étant établie ($k_2 < 0,2 k_1$ ou $k_1 < 0,2 k_2$). Pour l'emploi pratique une telle solution peut être assez importante. Cependant, il est souvent possible d'obtenir une solution plus exacte en choisissant simplement la méthode *b*) quand k_2 est minime et la méthode *a*) quand k_1 est minime.

3.2.2. Développement de l'appareil

Pour déterminer ce facteur de perméabilité on a développé quelques appareils au cours des temps. Avec l'appareil, construit par Hooghoudt, l'intervalle de la hauteur de montée est tenu à peu près constant et le temps correspondant est déterminé par la déviation d'un galvanomètre causée par la fermeture du circuit au moment où la surface de l'eau dans le trou de sondage prend contact avec l'électrode de la sonde (Hooghoudt, 1936).

Un deuxième appareil construit par le Prof. M. F. Visser, était une simplification considérable. Avec cet appareil on détermine la vitesse de montée d'un flotteur qui repose sur la surface de l'eau après des intervalles de temps égaux. Deux modifications de cet appareil sont employées.

1. l'appareil original dont la montée est lue sur une règle divisée après des intervalles de temps constants.

2. une détermination modifiée de la vitesse de montée, développée par Westerhof, pour laquelle la lecture de la règle a été remplacée par un enregistrement graphique en pressant des points sur une bande de papier au moyen d'un crayon mobile après des intervalles de temps constants.

Pour le travail d'information sur une vaste échelle les deux appareils, l'appareil original de Visser avec la règle divisée et l'appareil avec enregistrement graphique de Westerhof sont employés.

Les avantages de cette méthode sont surtout la possibilité de travailler avec de brefs intervalles de temps tandis qu'au mesurage, les fautes peuvent être limitées à un minimum. La mise en œuvre des données se fait considérablement vite.

3.2.3. Exécution du mesurage avec enregistrement graphique

Ce mesurage peut être indiqué le mieux point par point.



Fig. 8

Montage de l'appareil

Milieu — Support avec rallonge, crayon mobile et mesure à ruban d'acier avec appui.
Le flotteur est caché dans le trou.

A droite — Pompe avec clapet de pied.

A gauche — Sonde avec rallonge.



Fig. 9

L'appareil en action. Le ruban de papier avec cinq points et le point neutre (le dessous du trait).

1. Le trou doit être sondé jusqu'à la profondeur désirée, la paroi du trou de sondage doit être bien nettoyée en resondant le trou sur toute la longueur. S'il y a du sable mouvant il faut placer un tuyau filtrant dans le trou.

2. Il faut mettre le niveau de la nappe souterraine à même de se régler. Cela dure de quelques minutes jusqu'à 24 heures, selon la perméabilité du sol. Par conséquent le mesurage doit en général être effectué le lendemain.

3. Il faut mesurer le niveau de la nappe souterraine et le fond du trou de sondage par rapport au terrain.

4. Le support doit être fixé dans le sol, le flotteur doit être mis dans le trou à une bande d'acier et un petit ruban de papier doit être appliqué. Le point neutre doit être mis au moyen du crayon à pression. Pour les trous profonds il faut le mettre avec une soi-disant rallonge (comparez 3.2.4).

5. Le flotteur doit être enlevé du trou.

6. Il faut vite enlever de l'eau du trou au moyen d'un siphon avec clapet de pied.

7. Le flotteur doit être glissé de nouveau dans le trou aussi vite que possible.

8. Il faut faire marcher tout de suite le stopwatch et le crayon à pression simultanément.

9. Après des intervalles de temps constants de 2, 5, 10 ou 20 secondes il faut mettre environ 6 points sur le ruban de papier.

10. Le ruban de papier doit être enlevé de la mesure et serré.

3.2.4. *Elaboration des observations*

Le calcul du facteur de perméabilité se fait au moyen de nomogrammes. Puisque la mise en œuvre a été décrite en détail pour la méthode avec lecture de la règle (Boumans, 1953, Visser, 1954), nous traiterons ici seulement la méthode graphique.

Le point de départ du calcul est un ruban de papier d'une longueur de 30 cm et d'une largeur de 1 cm, munie d'un nombre de points.

a) le point neutre avant le pompage d'eau,

b) environ 6 points indiquant la montée de l'eau avec un intervalle de temps constant de 2, 5, 10 et 20 secondes, lequel temps dépend de la vitesse de montée de l'eau.

On peut encore faire observer que lorsqu'on pompe plus de 30 cm d'eau, la bande de papier se trouverait au-dessous du crayon et qu'un mesurage serait impossible. Dans cette situation qui se produit le plus souvent quand les trous sont profonds, la bande de papier est collée sur la mesure à ruban 20 cm plus haut et le point neutre est mis 20 cm au-dessus du crayon à pression à l'aide d'une soi-disant rallonge de sorte que pour le calcul toutes les distances y sont augmentées de 20 cm.

Pour le calcul du facteur de perméabilité k on emploie deux nomogrammes rendant tous les deux une partie de la formule développée. Si $G > 0.5 H$ on peut employer la formule 19.

$$k = 940000 r \frac{\log y_0/y}{t} \times \frac{1}{(H/r + 20) (2 - \bar{y}/H)}$$

nomogramme I (fig. 10) nomogramme II (fig. 11)

Le ruban de papier est mis sur le nomogramme I et la valeur k' est lue directement sur l'abscisse. Cette valeur doit encore être multipliée par le facteur de correction qui est lu à l'ordonnée du nomogramme II pour obtenir le facteur de perméabilité k .

3.3. *Application en pratique*

Avec les formules, appareils et nomogrammes discutés dans ce qui précède il est possible de donner une bonne approximation du facteur de perméabilité dans un certain trou de sondage.

En pratique il faut cependant estimer un facteur de perméabilité qui est représentatif pour un lot ou une parcelle qui doit être drainée.

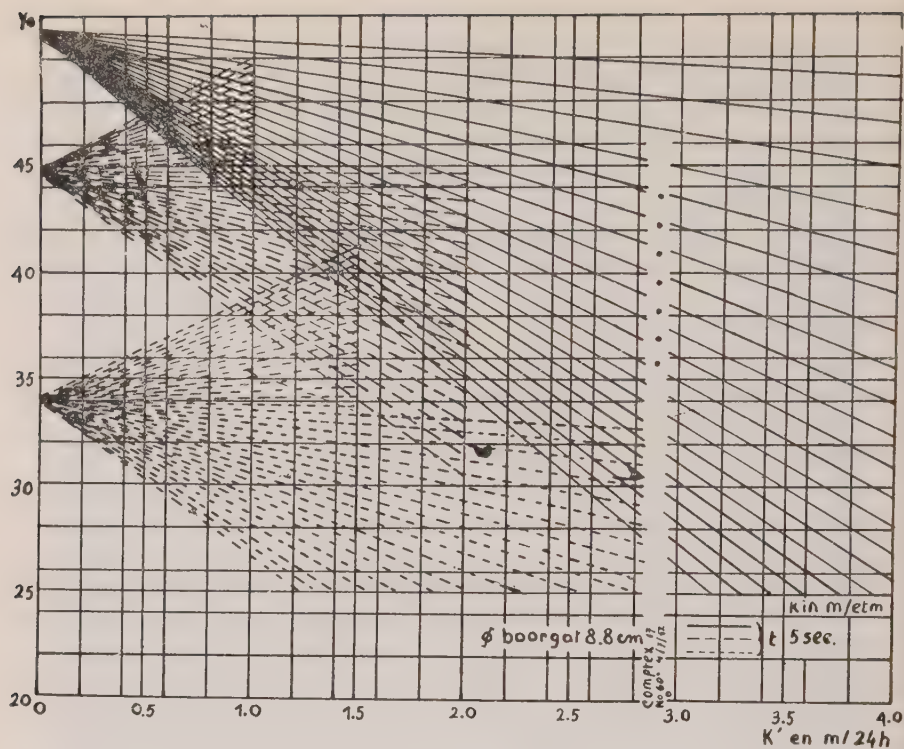


Fig. 10

Nomogramme I pour calculer k' en prolongeant y_0 de 20 cm. Diamètre du trou de sondage 8.8 cm.

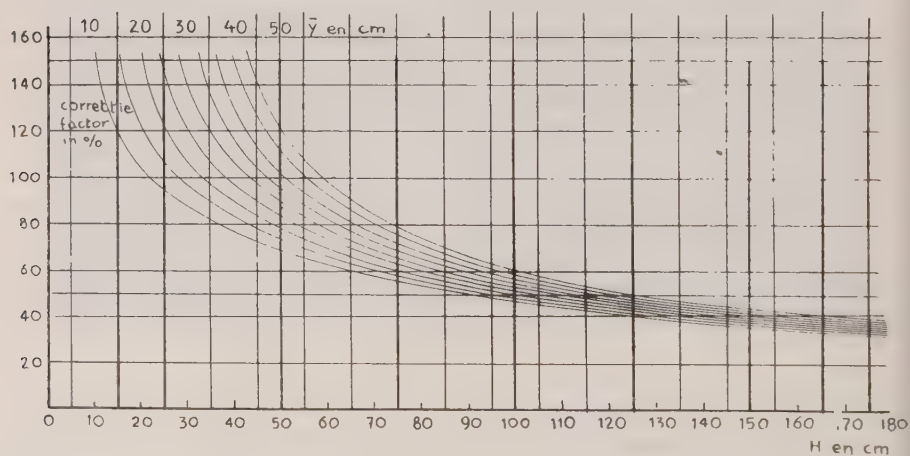


Fig. 11

Nomogramme II pour calculer le facteur de correction à $G > 0.5 H$.

Pour déterminer ce facteur de perméabilité représentatif on effectue un nombre de mesurages sur le terrain à examiner. On fait alors en général des trous de sondage jusqu'à 1.50 m et plus de 2 mètres de profondeur et si le niveau de la nappe souterraine est assez élevé aussi des trous jusqu'à env. 0.80 à 1.00, de sorte qu'il est possible d'obtenir une impression du rapport du facteur de perméabilité de la couche supérieure et de la couche inférieure au moyen de la formule (20).

Le nombre de mesurages est quelque peu lié à l'étendue du terrain. Pour de petites étendues environ une série de sondages par 3/4 d'hectares, pour de plus grandes étendues (> 10 hectares) une série par 1 à 2 hectares, dépendant des connaissances de l'homogénéité du profil.

Une description exacte est faite du profil de tous les trous de sondage tandis qu'on prête spécialement attention aux qualités hydrologiques. Lorsque les sondages jusqu'à 2.00 m ne donnent pas encore une impression de la situation de la couche imperméable et que des données ne sont pas non plus connues d'autres recherches, on fait encore quelques sondages jusqu'à 4-5 m pour déterminer plus exactement l'épaisseur de la couche aqueuse.

Au sujet du choix de la situation des trous de sondage il est en premier lieu compté avec les séries de sols de la carte du sol. Cependant, l'expérience a démontré que dans ces séries le facteur de perméabilité est rarement en rapport avec le type de sol de sorte qu'il ne peut être employé pour détailler l'avis de drainage.

Pour un certain terrain avec un sol homogène le facteur de perméabilité moyen est déterminé des facteurs de perméabilité mesurés et une distance entre les drains est calculée à l'aide d'une des formules dérivées. Pour les sols hétérogènes on détermine d'abord la distance entre les drains par point de sondage.

Ensuite la distance entre les drains est adaptée pour chaque bloc au besoin en tenant compte aussi bien que possible du réseau de chemins et de cours d'eau et des variations des distances entre les drains. Cette adaptation au besoin d'autres facteurs signifie donc qu'il n'est pas toujours possible de réaliser exactement les distances trouvées parce qu'on ne peut finalement mettre une autre distance tous les 10 ou 20 mètres.

Afin d'obtenir une impression des différences qui sont admissibles, il est utile de prêter quelque attention à l'exactitude du facteur de perméabilité déterminé au moyen de la méthode de sondage et aux distances entre les drains qui en résultent.

4. Exactitude de la recherche

Le facteur de perméabilité calculé définitivement est chargé d'une certaine inexactitude qui est la résultante d'influences d'origine différente.

4.1. Variation du facteur de perméabilité à brève distance

La largeur de variation décide finalement de la limitation d'un terrain dans lequel la variation du facteur de perméabilité peut être considérée comme étant fortuite.

Un certain nombre de données à ce sujet a été résumé dans le tableau 1.

On déduit de ce tableau que la variation à brève distance est assez considérable. La déviation standard pour le sable est d'env. 25 %, pour les terres sablo-argileuses d'env. 30 % et pour les lourds profils d'argile d'env. 55 %. Cette différence de variation entre les différents profils de sol est une conséquence du fait que les dépôts de sable sont très homogènes tandis que dans les terres sablo-argileuses et les sols argileux, il se produit plus ou moins une formation de fissures.

En admettant une certaine déviation standard et un certain nombre de mesurages on peut indiquer avec un calcul de probabilités, quelle différence entre deux valeurs k est encore assez sûre avec une probabilité d'excès p.e. 1 : 20.

Via le rapport entre la distance des drains et le facteur de perméabilité on peut montrer pour l'exemple 2 du tableau 1, où $\sigma_k = 0.25$ et le nombre d'observations est 13, que la distance entre les drains pouvait être déterminée exactement jusqu'à 2 m. Pour $\sigma_k = 0.50$ 20 observations cette exactitude baissait jusqu'à 3-4 mètres.

Il est clair que pour la différenciation de distances entre les drains il faut tenir compte de cette exactitude et par conséquent de la variation du facteur de perméabilité à brève distance.

TABLEAU 1

Déviatiôn standard du mesurage simple à une distance mutuelle des trous de sondage de 2 m sur des profils de sol

Profil de sol	Nombre de trous de sondage	Facteur de perméabilité moyen k	Déviatiôn standard σ_k	Déviatiôn standard σ_k en %
Terre sablo-argileuse légère sur sable	10	1.80	0.48	27
idem	13	1.72	0.25	15
idem	10	1.23	0.57	46
idem	20	1.57	0.46	29
Terre sablo-argileuse légère	25	0.19	0.11	58
idem	20	0.15	0.10	66
idem	20	0.17	0.03	18
idem	13	0.09	0.03	33
Argile sur terre sablo-argileuse	20	0.26	0.11	42
Argile lourde sur tourbière	20	0.30	0.09	30
idem	14	1.63	0.67	41
idem	20	4.07	2.30	49
idem	12	0.42	0.34	81
idem	20	1.92	1.85	96
idem	20	0.30	0.09	30
idem	20	3.98	3.10	78

Pour les terres avec une grande variation à brève distance il est par conséquent inutile d'apporter des différences de 2 m dans les distances entre les drains.

Aussi une certaine normalisation des distances entre les drains est certainement possible mais n'est pas encore appliquée avec quelque rigueur.

3.4.2. Autres sources d'erreurs

Outre l'inexactitude inévitable qui est décrite ci-dessus, il y a encore deux sources d'erreurs :

1. la formule pour le calcul de k . Celle-ci pourra pour un profil simple donner une erreur de 5 jusqu'à 20 %, en général env. 10 % (comparez la page 154). Pour les profils composés voir les figures 6 et 7.

2. le mesurage lui-même. Un nombre de mesurages consécutifs dans le même trou de sondage montre que cette erreur est relativement peu considérable. La différence du mesurage simple dans un trou était pour 17 trous d'env. 12 %.

Les conclusions de la considération de ces sources d'erreurs sont que l'augmentation de la technique de mesure, comme pour les appareils de Hooghoudt, est inutile.

4. L'importance de la recherche

La recherche décrite ci-dessus, qui porte un caractère conformé aux besoins de la pratique est exécutée par le Service du Génie Rural. En cas d'exécution conforme aux directives de la recherche, le travail est subventionné par le gouvernement.

Dans les sept années qui viennent de finir, cet examen a pris un large essor par suite de l'exécution de nombreux remembrements, comme il est démontré par les chiffres sousmentionnés.

Année	Les Pays-Bas à l'exception des remembrements en Zélande	Remembrements en Zélande
1949	45 hectares	650 hectares
1950	860 »	1250 »
1951	791 »	717 »
1952	2386 »	1315 »
1953	3361 »	2949 »
1954	10600 »	7120 »
1955	15453 »	8336 »

5. Considérations finales

Afin de se faire une idée de la valeur de cet examen on peut se demander :

1. Comment le drainage serait-il exécuté sans cet examen ?
2. Le drainage auquel on vise est-il aussi obtenu avec l'avis donné ?

Division de la fréquence de la distance du drainage sur 220 lots.

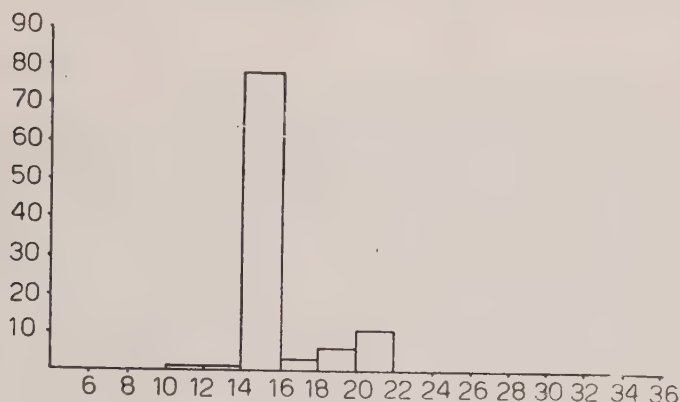


Fig. 12. Distance d'après l'expérience en pratique.

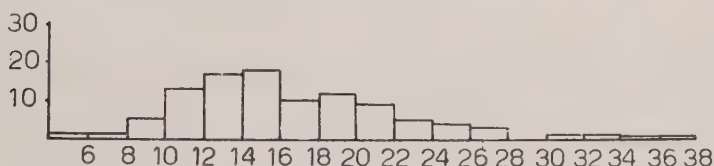


Fig. 13. Distance calculée à l'adaptation de la profondeur du drainage.

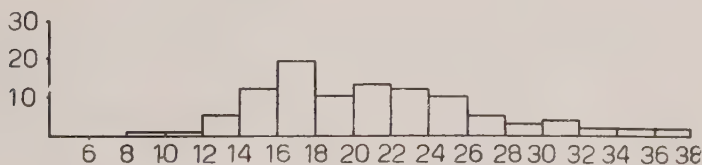


Fig. 14. Distance calculée à la profondeur optimale du drainage.

En ce qui concerne le premier point, une enquête fut ouverte en Zélande sur 220 lots avec une surface totale de 750 hectares (Lokhorst, 1954). Les figures 12, 13 et 14 donnent le résultat. La fig. 12 montre que la pratique a des distances très conventionnelles avec très peu d'extension. Le besoin des différents sols n'est pas suffisamment discerné. La fig. 14 montre quelle serait l'extension sur la base de l'examen préalable.

Cependant, comme beaucoup de régions n'ont pas de drainage principal optimal, la profondeur du drainage doit le plus souvent être adaptée à des circonstances moins favorables de sorte que les distances doivent être prises plus étroites, comme il paraît de la comparaison des deux dernières figures.

Quant au deuxième point, on a effectué plusieurs contrôles, aussi bien en détail par l'observation simultanée du niveau de la nappe phréatique et du débit des drains que par le contrôle sur une grande échelle des niveaux de la nappe souterraine dans des périodes pendant lesquelles on pouvait admettre que le niveau de l'eau et le débit étaient au maximum.

Les deux contrôles donnaient des résultats satisfaisants. L'aperçu suivant donne quelques chiffres sur le contrôle en pratique.

Période	Nombre total d'observations	Pourcentage du niveau de l'eau au-dessous du terrain en cm				
		0-20	20-40	40-60	60-80	> 80
Février 1951	316	10	7	65	18	—
Février 1952	323	12	7	37	31	13

Il en paraît que dans env. 10 % des cas il y avait de l'eau dans la couche arable ce qui doit être regardé comme une situation de drainage insuffisante.

Aussi l'examen de drainage doit être considéré comme donnant une meilleure adaptation du drainage au besoin du sol (comparez la fig. 13). Quand même l'examen préalable ne conduirait finalement pas en une économie des frais de drainage, ce qui est bien le cas quand on regarde la fig. 14, on obtiendra un meilleur résultat dans le domaine agricole et par conséquent aussi dans le domaine de l'économie nationale par une meilleure adaptation du drainage.

C'est un fait remarquable, qu'il a fallu presque un siècle pour arriver à l'application de la loi de Darcy au domaine agricole.

Mais maintenant la reconnaissance de son importance s'accroît vite à cause des nombreux problèmes sous le rapport du régime hydrique, non seulement aux Pays-Bas et dans d'autres régions basses où il faut drainer les terrains cultivables, mais encore dans les régions irriguées où il faut prévenir la remontée du sel provenant d'une nappe phréatique assez élevée.

6. Littérature

- BOUMANS, J. H. 1953. Het bepalen van de drainageafstand met behulp van de boorgatenmethode. *Landbouwk. Tijdschrift* 65 : 82-104.
- CHILDS, E. C. 1952. The measurement of the hydraulic permeability of saturated soil in situ I. *Proc. Roy. Soc. A*, 215, 1952, 525-535.
- CHILDS, E. C., COLE, A. H. en EDWARDS, D. H. 1953. The measurement of the hydraulic permeability of saturated soil in situ. II. *Proc. Roy. Soc. A*, 216, 1953, 72-89.
- COLDING, A. 1876. *Vejledning til Draeningens udførelse paa større og mindre Gaarde*. Hanneman, København.
- DACHLER, R. 1929. *Grundwasserströmung*, Springer-Verlag, Wien, pp. 133-138.
- ERNST, L. F. 1950. Gestencild rapport : Een nieuwe formule voor de berekening van de doorlaatfactor met de boorgatenmethode. Landbouwproefstation en Bodemkundig Instituut T. N. O., Groningen.
- 1954. Gestencild rapport : Het berekenen van stationnaire grondwaterstromingen, welke in een verticaal vlak afgebeeld kunnen worden. Landbouwproefstation en Bodemkundig Instituut T. N. O., Groningen.
- 1956 Calculation of the steady flow of ground water in vertical cross-sections. *Neth. Journ. Agr. Sci.*, 4, 1956, 126-131.
- HOOGHOUTD, S. B. 1936 Bijdrage tot de kennis van enige natuurkundige grootheden van de grond. 4. Bepaling van de doorlaatfactor van de grond met behulp van pomp-proeven. *Versl. Landbouwk. Onderz.* 42 (13) B (1936), 449-541.
- 1940. Bijdragen tot de kennis van enige natuurkundige grootheden van de grond. 7. Algemene beschouwing van het probleem van de detailontwatering en de infiltratie door middel van parallel lopende drains, greppels, sloten en kanalen. *Versl. Landbouwk. Onderz.* 46 (14) B (1940), 515-707.
- KIRKHAM, D. en VAN BAVEL, C. H. M. 1948. Theory of seepage into auger holes. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.* 13, 1948, 75-82.
- KOZENY, J. 1932. Hydrologische Grundlagen des Dränversuches. *Trans. 6th Comm. Int. Soc. Soil Sci. Groningen*, A, 1932, 42-67.
- LOKHORST, G. N. 1954. Enkele aspecten over het drainagevooronderzoek in Zeeland. Cultuurtechnische Dienst, Afdeling Onderzoek. Voordracht no. 81.
- LUTHIN, J. N. en KIRKHAM, D. 1949. A piezometer method for measuring permeability of soil in situ below a water table. *Soil Sci.*, 68, 1949, 349-358.
- ROTHE, J. 1924. Die Strangentfernung bei Dränungen. *Landw. Jahrb.* 59, 1924, 453-490.
- VISSER, W. C. 1953. De grondslagen van de drainageberekening. *Landbouwk. Tijdschrift* 65 : 66-81.
- 1954. Tile drainage in the Netherlands. A summary of the addresses delivered on the tile drainage day. *Neth. Journal of Agr. Sci.* 2 : 69-87.

DARCY'S LAW AND THE EVALUATION OF « PERMEABILITY »*

by

J. INESON, B. Sc., F. G. S.,
Geological Survey of Great Britain

Introduction :

Henri Darcy confirmed experimentally in 1856 that the volume of water (Q) passing vertically downwards through a bed of filter sand of depth e and of surface area s could be expressed in the form $Q = ks (H + e)/e$ where H is the height of water above the surface of the filter, and where «... k est un coefficient dépendant de la nature du sable...» Previously Hagen in 1839 had demonstrated that, at low velocities, the quantity of water flowing through pipes varied directly as the hydraulic gradient. Poiseuille in 1842 confirmed these observations for fluid flow through capillary tubes and introduced a correction factor for the variation of discharge with temperature and viscosity of the fluid used. Although Darcy did not state specifically that the properties of the fluid are implicit in his k , it seems reasonable to assume that, having regard to the results of previous workers, which must have been known to him, the «coefficient» does involve both the characteristics of the porous media and the physical properties of the fluid. Although the use of «Darcy's Law» for the viscous flow of homogeneous fluids through isotropic porous media is well established, the results of previous work on fluid flow should not be neglected.

As opposed to uni-directional flow through capillary tubes, the path of an individual fluid particle passing through the multiplicity of intercommunicating capillary channels comprising porous media is complex due to the tortuosity of these channels, rapid changes in their cross-sectional area, range in flow conditions from streamline to turbulent and rotational movement of the individual particle. The analysis of the mechanics of flow of a single particle under these conditions would appear to be incapable of unique resolution. Darcy's Law is concerned with the summation of the individual fluid processes within the porous media and presents essentially a statistical summary of viscous flow.

The basis of a numerical estimation of ground-water flow, or of availability in an aquifer, as well as of the development of theoretical equations of fluid flow through a porous medium under an infinite number of boundary conditions, can be regarded most frequently as Darcy's Law or its subsequent modifications. Henri Darcy may be regarded as setting a sound experimental foundation upon which subsequent workers have developed more advanced theories of ground-water flow.

Terminology :

The question of the terminology of permeability for the flow of fluids through porous media has raised much confusion in the different fields of research and industry, due to the widely varying requisites of each group. A review of the subject, particularly the views of hydrologists, was undertaken in 1943 by the Section of Hydrology of the American Geophysical Union (Jacob 1946). This Report has an excellent summary of the historical background to Darcy's Law and the definition of the individual parameters involved in Darcy's k . The general consensus of opinion led to the conclusions that the constant of proportionality in the flow equation comprises two distinct parts relating to the characteristics of the porous medium and the properties of the fluid, and that definitive terms should be established for k , as well as for the pervious properties of the porous medium. The Subcommittee on Permeability and Infiltration of the Soil Science Society of America (Richards

* Communicated by permission of the Director, Geological Survey of Great Britain.

1952) recommended that Darcy's k should be termed hydraulic conductivity, of dimensions $[LT^{-1}]$, and that the properties of the porous medium only should be designated by intrinsic permeability, of dimensions $[L^2]$. These suggestions and recommendations have considerable weight and confirm the necessity to approach Darcy's Law from the standpoint both of the porous media and of the fluid. If this general terminology can be accepted, then it is urged that standard abbreviations be adopted for hydraulic conductivity and for intrinsic permeability. Since Darcy used k for his constant of proportionality and having regard to the form of his flow equation and to the results of previous workers, it may be appropriate on historical grounds to reserve k for hydraulic conductivity.

Evaluation based on physical and mechanical parameters :

Subsequent to Darcy's publication, much research has been directed to an interpretation of the individual parameters implicit in the definition of k . In the flow equation $v = k i$ where v is the velocity of viscous flow through a porous medium per unit cross-sectional area under a hydraulic gradient i , the constant of proportionality (k) comprises two distinct parts related to the characteristics of the pore channels and to the physical properties of the fluid. The historical development of the analytical evaluation of the former has been associated with the assumption that a relationship exists between the size of the individual particles comprising the porous medium and the dimensions of the pore channels available for fluid flow, as for example Hazen (1892). Quantitatively, $k = (C d^2) (Pg/\eta)$, where d is the «mean» diameter of particles in an equivalent homogeneous porous medium, the exact definition varying according to different authors, C is a dimensionless quantity giving some measure of the heterogeneity of the individual particles and ρ is the density and η the viscosity of the fluid. Fundamentally, therefore, $(C d^2)$ is characteristic of the porous medium with dimensions $[L^2]$ and $(\rho g/\eta)$ refers to the physical properties of the fluid.

Experimental observations on fluid movement through an artificially prepared homogeneous medium of equidimensional spheres have generally given rise to an approximate determination of the individual parameters involved in k , although the data have necessarily been confined to a very restricted range of conditions. The values of the individual parameters, C and d , are somewhat ambiguous to determine and many experiments have been devised to obtain approximate values, usually for homogeneous, or only slightly heterogeneous, porous media over a limited range of flow conditions. The pervious properties of either a homogeneous or a heterogeneous porous medium will depend on the shape, volume, surface area and grain-size distribution (mechanical composition) of the individual grains and their orientation and packing, and on the resultant porosity. The roughness of the individual grains may be important. These parameters are a measure of the dimensions, shape, cross-sectional area, length and tortuosity of the capillary flow channels. From a mechanical analysis of a sample, some indication of the magnitude, both qualitative and quantitative, of the individual parameters will be obtained, but the complex nature of the latter may prevent their reassemblage in a general equation leading to an evaluation of permeability. Although theoretically the porosity of a porous medium produced by the artificial packing of homogeneous spheres should be independent of their dimensions, there is some evidence that even in a homogeneous mass, dimensions of the grains may be important, and certainly this is true of a heterogeneous one. The wide range of the porosity functions developed by a number of research workers gives some indication of the difficulties inherent in the determination of k from the physical and mechanical properties of the porous medium.

Many authors have carried out research on the significance of the individual parameters relating to the porous medium. The results shew a wide divergence in their range, and occasionally they cannot be explained on physical grounds, e.g. where they create dimensional anomalies, see Hulbert and Feben (1933). Some of the more important developments in the significance of the individual parameters and their use in the evaluation of k are discussed by Jacob (1946) and Rose and Risk (1949).

Methods have been designed to determine the volume and the size distribution of pores by the penetration of porous solids by fluids under varying pressures, as for example Ritter and Drake (1945). From an analysis of the relationship between the pore volume occupied

by the fluid and the pressure required to permit penetration, the form, both qualitative and quantitative, of the pore—size distribution can be determined. Childs and Collis-George (1953) have evolved a method of determining the pore—size distribution of a porous medium from an interpretation of the relationship between moisture content of a sample and hydrostatic-pressure deficiency. From the corresponding values of the data for a particular sample, the permeability (= intrinsic permeability) of the porous medium can be determined (Collis-George 1953). Rose (1949) discussed the theoretical background to the evaluation of permeability from capillary pressure data.

Fundamentally, a determination of permeability based on void geometry and on the distribution of pore channels of defined sizes has distinct advantages over methods which are concerned with the size—distribution and grading of the individual grains and which have, as a basic assumption, a relationship between grain-size and pore—size distribution, an assumption which is subject to criticism.

Secondary geological processes, that is subsequent to deposition, have a marked effect upon the permeability of strata. Superficial displacement giving rise to faulted and folded structures, will cause an increase or decrease in permeability, dependent on the lithology of the beds involved in these movements. For example, whereas an incompetent bed, such as a hard limestone, may fracture with an increase in the pervious properties of the material, deformation of a plastic bed may produce a relatively impermeable barrier. Secondary chemical deposition of most interstitial material would tend to reduce the cross-sectional area of pore channels and, therefore, permeability. In many strata, high permeability is associated with anticlinal areas, whereas synclines may not yield ground water freely. Although a fissure system may produce an infinitesimal change in the porosity of a bed, its effect on permeability may be pronounced. Many other examples of geological factors influencing permeability can be quoted. This confirms that any regional evaluation of permeability must consider a parameter relating to geological processes during and subsequent to the deposition of the strata.

The conclusion that must be reached is that a unique numerical determination of k for most aquifers, under all conditions of ground-water flow, based upon the physical and mechanical properties of random samples may not prove to be possible and that the results which will be obtained from an application of the specific equation to the general regional case of an aquifer will be subject to a degree of scattering on a probability basis (as for example Rose 1950). For unconsolidated and relatively homogeneous strata, an evaluation of k from physical parameters, particularly the degree of orientation, the sorting and shape of the individual particles, may be feasible in restricted cases.

Under normal conditions of ground-water flow, the physical properties of the fluid are likely to be affected only by changes in the temperature and ionic concentration of that fluid. Deep-seated sources of ground water are characterised by a relatively constant temperature. Shallow sources or schemes associated with river or bank infiltration, where both ground water and the river source of water are subject to seasonal changes in temperature, may show the effect of these temperature changes by corresponding variations in viscosity, resulting, therefore, in changes in the velocity of ground-water flow as expressed by Darcy's Law. During summer months, with higher temperatures of river and shallow ground-water, fluid velocities under equivalent hydraulic gradients will be greater than during winter months. In discharging wells, this is reflected either by a higher yield for an equivalent drawdown of water level or by an improvement in pumping water level for a relatively constant rate of abstraction (Kazmann 1948). An increase in ground-water temperature from 45°F to 60°F will result in an increase in the value of Darcy's k , and therefore in ground-water velocities, of about 26 per cent.

Variations in ionic concentrations usually associated with normal ground-water conditions are unlikely to have marked effects, but where saline infiltration problems are present these may be significant. The chemical effect of saline solutions, however, on certain lithological types, particularly of an argillaceous nature, may be of greater consequence than the effect that would be associated with variations in fluid conductivity due to changes in the ionic concentration of the solutions.

Evaluation based on measurements of fluid flow:

The numerical determination of hydraulic conductivity can be obtained either in the laboratory for random samples of an aquifer or in the field as an approximation to a mean value for the aquifer in situ (Wenzel 1942). A discussion of the individual merits of these methods is not within the scope of this paper, but essentially the permeameter determination in the laboratory has restricted significance due to the very nature of limited sampling methods. The field determination, by pumping-test techniques or measurements of fluid velocities, although aiming at an approximation to an equivalent homogeneous porous medium, is limited by the degree of homogeneity of the aquifer. However, pumping-test techniques have been evolved to assess some of these variables, such as the position of hydraulic boundaries, directional permeability and changes in thickness of the aquifer. Determinations in the field have the advantage of dealing with a relatively large block of the aquifer rather than random samples. Analysis of the steady and non-steady state data obtained in observation wells around discharging or recharging wells, where either confined or unconfined conditions of ground-water flow exist, is a proved method of obtaining values for the permeability of an aquifer.

The ground-water hydrologist has the responsibility of elucidating the safe yield of an aquifer, and this involves careful hydrogeological studies of the area. On the basis of Darcy's Law, as applied to regional ground-water movement through the aquifer, the quantity of water flowing through a specified block under the prevailing hydraulic gradient will vary as the hydraulic conductivity of the aquifer. Since the thickness of the aquifer is implicit in such an analysis, the use of Theis' transmissibility, the product of Darcy's »permeability« (or hydraulic conductivity) and the thickness of the aquifer is frequently to be preferred (Theis 1935).

A knowledge of either the hydraulic conductivity or transmissibility of an aquifer as a numerical value does not necessarily require a prior knowledge of the parameters involved. From Darcy's flow equation, which is generally accepted to be applicable to horizontal fluid movement through an aquifer, the velocity of ground-water flow can be determined. The ground-water hydrologist, however, must not be content with purely numerical data. All aquifers are heterogeneous to some degree, and the elucidation of this heterogeneity and other complementary phenomena must be related to geological environment and processes. Although the hydrogeologist is usually dealing with a relatively small range of physical properties associated with the fluid, namely water, the fact that the properties of the fluid appear to be implicit in Darcy's k does imply more careful consideration of the changes in these properties, which may occur with ground water.

Evaluation based on a new empirical approach:

In England, the most important single aquifer from which ground water is abstracted is the Chalk, a fine-grained, relatively homogeneous, soft limestone. More than 25 per cent of all ground water is taken from this aquifer. The mass of the Chalk is broken by a series of intercommunicating fissures ranging in size upwards from fine capillary channels, although the majority are probably not more than 1/10th inch in width. From detailed analyses of ground-water movement around discharging wells sunk into Chalk, there is some evidence that fissuring may tend to break up the aquifer locally into a relatively homogeneous mass. Structural, lithological and erosional factors play an important part in determining the degree of fissuring.

An evaluation of hydraulic conductivity based on the parameters implicit in Darcy's k is impracticable and would appear to bear no relationship to the aquifer as a whole. Permeameter determinations of random samples of chalk show a relatively limited range in hydraulic conductivity from 10^{-2} to 2.5×10^{-1} gal/day/ft². For comparative purposes, values are related to a temperature of 60°F. Examination of the results of the yields of wells sunk into Chalk and an analysis of associated pumping tests confirm that these low values are misleading. Yields of more than 50,000 Imperial gallons per hour from chalk wells with a drawdown of water level of less than ten feet are by no means exceptional. The usual

method of evaluating the degree of permeability of the Chalk is by an analysis of data for non-steady and steady state conditions obtained from pumping tests (Ineson 1953). Values of the order of 50,000 to 150,000 gal/day/ft for transmissibility are obtained frequently, with an equivalent hydraulic conductivity of the aquifer as much as 10^5 times that derived by permeameter determinations on random samples. The original deposition of these water-bearing strata and their subsequent modification is rarely a continuous homogeneous process, so that a numerical evaluation of k for this aquifer, based solely on a knowledge of the physical characteristics of the porous medium, would be unreliable over wide areas. The most satisfactory method of obtaining a measure of the formation constants of an aquifer appears to be based on an analysis of ground-water movement accentuated by artificial discharge or recharge, in conjunction with a critical appreciation of the hydrogeological conditions obtaining in the area. Confirmation of values is sometimes possible by an analysis of fluctuations of rest water levels due to tidal and barometric changes.

The importance of the Chalk as an aquifer in England and the inherent difficulty of obtaining an estimate of permeability from a knowledge of the associated physical parameters has led to the development of an empirical approach, based on a statistical evaluation. From an analysis of a large number of data associated with equilibrium conditions of pumping, the yield-depression curves of more than 200 chalk wells at equilibrium have been found in 85 per cent of cases to conform over the most usual ranges of yield and drawdown to a family of type curves. The equilibrium drawdown for a particular yield has been derived either by observation or by extrapolation where sufficient data are available for a reliable estimate. The remaining 15 per cent conform to the family of type curves over the lower ranges of yield and depression, but above a particular yield, differing for each individual well, the curves deviate. Observed yields for any specified drawdown are less than those predicted from the type curve. The form of deviation is not constant, ranging from a very gradual to a very rapid one.

For data obtained from pumped wells characterised by type yield-depression curves, during the non-steady state period both during drawdown and recovery, values of transmissibility (T) have been derived. These values for an individual well fall within relatively small limits, the arithmetic mean being adopted in subsequent analysis. Values of T obtained for yield-depression curves which are characterised by deviation at higher yields, are apparent, typically decreasing as the yield (at which determinations are made) increases. For a particular well, a hypothetical yield at a drawdown of 10 feet is obtained from the type curve, this latter drawdown having been selected arbitrarily.

The statistical analysis of data has been carried out by considering a logarithmic equation of the form

$$\log T = b_1 \log (\log r) + b_2 \log Q + \log a_1$$

where

T = transmissibility of the aquifer determined in discharging well of radius r ,
 Q = yield at 10 feet equilibrium drawdown, obtained either by direct observation or by extrapolation from type yield-depression curves and
 a_1 , b_1 and b_2 = constants.

The equation conforms approximately to a logarithmic transformation of the Dupuit equation. The data were analysed by the usual method of multiple regression and the following summary relates to the data analysed for artesian (confined) conditions of flow in Chalk, where T is measured in Imperial gallons per day per foot, r in inches and Q in gallons per hour. The effect of partial penetration of the aquifer has been reduced to a minimum by selection of data. It has been demonstrated that under confined conditions of flow in Chalk, the upper 100 feet of the aquifer contributes the greater proportion of ground water, unless some specific aquifer, usually relatively thin, such as Chalk Rock, Melbourn Rock or Totternhoe Stone, is to be fully penetrated at depth. All selected wells penetrate at least 100 feet into Chalk below the overlying confining beds.

Multiple regression equation :

$$T' = b_1 r' + b_2 Q' + \log a_1$$

where $T' = \log T$, $r' = \log (\log r)$ and $Q' = \log Q$
Variance $T' = 0.618$ Variance $r' = 0.012$ Variance $Q' = 0.500$
Number of observations (N) = 73
 $a_1 = 0.72$.
Partial regression coefficients:
 $b_1 = -0.78$ Standard error of $b_1 = 0.30$
 $b_2 = 1.12$ Standard error of $b_2 = 0.05$.
Partial correlation coefficients:
 $r(Q' r', T') = 0.300$ $r(Q' T', r') = 0.923$ $r(T' r', Q') = 0.251$.
Residual variance in $T' = 0.063$.

The partial correlation coefficients are significant at a probability level of P less than 0.05 for (N-3) degrees of freedom, suggesting that a statistical relationship between T and the independent variables, r and Q, exists in the form assumed by the multiple regression equation. Within the appropriate statistical limits imposed upon the system, the multiple regression line of best fit for an estimate of transmissibility of the Chalk, where confined conditions of ground-water flow exist, based on known values of the radius of a discharging well and the yield at an equilibrium drawdown of 10 feet is given by the equation:

$$\log T = -0.78 \log (\log r) + 1.12 \log Q + \log 0.72$$

or $T = 0.72 (\log r)^{-0.78} Q^{1.12}$

Similar analyses by multiple regression methods were carried out of data for water-table (unconfined) conditions in the Chalk and for artesian (confined) conditions in a larger group of Cretaceous and Jurassic limestones. For sandstones, data from confined and unconfined conditions were grouped owing to the limited number of observations. With the exception of the analyses of confined conditions for Chalk and limestone aquifers, in all other cases at least one statistically non-significant partial correlation coefficient was obtained holding either log T or log Q constant (P greater than 0.05). This non-significance suggests that either the diameter of a discharging well may have limited significance in the evaluation of T in an equation of the form referred to previously, or the range of observed data relating to (log r) is too restricted for satisfactory statistical analysis.

Having regard to the apparent limited significance of the diameter of a discharging well, further analyses were carried out using simple regression methods with an equation of the form

$$\log T = \log a_2 + b_3 \log Q$$

where T, Q and a_2 have the same definition as previously and b_3 is the regression coefficient of log T upon log Q.

The data were subdivided according to lithological types and to confined or unconfined conditions of flow. A summary of the salient features of the statistical analyses of certain typical groups of data is given in the following Table.

Aquifer	Chalk (Upper Cretaceous)			Triassic and Jurassic Sandstones
	Confined	Unconfined	Confined and unconfined	
Number of observations	73	21	94	32
a_2	1.14	0.04	0.41	3.32
b_3	1.04	1.45	1.18	0.88
Correlation coefficient	0.924	0.976	0.956	0.972
Residual variance of log T about regression line	0.092	0.037	0.072	0.054

The correlation coefficients of all the regression analyses are highly significant at a probability level of P less than 0.001. An interesting feature of the analyses is the difference in equations not only between limestones and sandstones but also between wells sunk into Chalk where both confined and unconfined conditions of flow exist. For comparison, assuming a yield of 10,000 gallons per hour for an equilibrium drawdown of 10 feet, the corresponding values of T based on the relevant regression lines of best fit would be: Chalk (confined) 15,730 gal/day/ft, Chalk (unconfined) 25,240, Chalk (confined and unconfined) 21,520 and sandstones (confined and unconfined) 10,990. Since by definition Theis' transmissibility (T) is the product of Darcy's k and the thickness of the aquifer, with a knowledge of this latter value an estimate of k can be derived.

In England, the density distribution of wells sunk into Chalk is very variable averaging about 2 per square mile but in central London, however, may be as high as 400. With the large number of data available from chalk wells, extensive use is made of existing information for assessing ground-water potentialities. Most frequently, however, the data recorded about pumping conditions and availability are limited to the yield for a particular drawdown of water level. By legislation introduced as a result of the Water Act, 1945 details of water levels, both at rest and during abstraction, are required to be forwarded, together with other information of a hydrogeological character, to the Geological Survey. This information is received for recently constructed wells and annually for existing wells, from which abstraction is already taking place.

These data are related to type yield-depression curves at equilibrium and from the statistical results referred to previously, an estimate of transmissibility can be obtained. Diagrams can be compiled to show variations in the transmissibility of the chalk and in hydraulic conductivity where sufficient information is available to define accurately the thickness of the aquifer. Extension of the diagram into areas of less densely scattered wells will indicate the potentialities of drilling in a defined locality. From values of transmissibility, an estimate of the performance of a proposed well can be made. In addition, an approximation of replenishment of ground water through the aquifer can be obtained from a knowledge of changes in hydraulic gradient and of the hydraulic boundaries associated with the aquifer.

It is emphasised that this statistical approach to an appraisal of the transmissibility of an aquifer is not intended as a substitute for existing methods of study of hydrogeological characteristics, but as complimentary, frequently of an exploratory nature, to those already in existence. The method has been extended to other aquifers, as for example Triassic sandstones.

REFERENCES:

- CHILDS E. C. and N. COLLIS-GEORGE 1950. The permeability of porous materials. *Proc. Roy. Soc., Ser. A*, vol. 201, p. 392.
- COLLIS-GEORGE N. 1953. Calculation of the permeability of porous media from their moisture characteristics. *Trans. Amer. Geophys. Union*, vol. 34, No. 4, p. 589.
- DARCY H. 1856. *Les Fontaines publiques de la Ville de Dijon*. Victor Dalmont, Paris.
- HAZEN A. 1892. Some physical properties of sands and gravels. *Rep. Massachusetts State Board of Health*, p. 541.
- HULBERT R. and D. FEBEN 1933. Hydraulics of rapid sand filters. *J. Amer. Wat. Assoc.*, vol. 25, p. 19.
- INSON J. 1953. Some observations on pumping tests carried out on Chalk wells. *J. Instn. Wat. Engrs.*, vol. 7, No. 3, p. 215.
- JACOB C. E. 1946. Notes on Darcy's Law and permeability. *Trans. Amer. Geophys. Union*, vol. 27, No. 2, p. 265.
- KAZMANN R. G. 1948 River infiltration as a source of ground water supply. *Trans. Amer. Soc. Civ. Engrs.*, vol. 113, p. 404.
- RICHARDS L. A. 1952. Report of the Subcommittee on permeability and infiltration, Committee on Terminology, Soil Science Society of America. *Soil Sci.*, vol. 16, p. 85.
- RITTER H. L. and L. C. DRAKE 1945. Pore size distribution in porous materials. *Ind. Eng. Chem., Anal. Ed.*, vol. 17, No. 12, p. 782.
- ROSE H. E. 1950. On the permeability of cemented beds and sandstones. *J. Instn. Wat. Engrs.*, vol. 4, No. 7, p. 535.
- ROSE H. E. and A. M. A. RISK 1949. Further researches in fluid flow through beds of granular material. *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, vol. 160, p. 493.
- ROSE W. 1949. Theoretical generalizations leading to the evaluation of relative permeability. *Petrol. Trans., Amer. Inst. Min Engrs., Tech. Paper 2563*, p. 111.

- THEIS C. V. 1935. The relationship between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground-water storage. *Trans. Amer. Geophys. Union*, vol. 16, p. 519.
- WENZEL L. K. 1942. Methods of determining permeability of water-bearing materials. *United States Geol. Surv., Water Supply Paper* No. 887.

L'HYPOTHESE DE DUPUIT-THIEM POUR LE CALCUL D'UN PUIT ET L'ÉCOULEMENT REEL AU VOISINAGE D'UN PUIT VERTICAL A SURFACE LIBRE

par

Dr.-Ing. Gunther NAHRGANG

A) Généralités

Plusieurs travaux ont prouvé la validité de la loi de Darcy pour l'écoulement permanent des nappes souterraines alimentant un puits en terrain alluvial. C'est pourquoi la loi de Darcy est le fondement essentiel d'une théorie des puits.

Les résultats de l'hypothèse de Dupuit-Thiem pour la résolution du problème des puits à surface libre sont très simples. Mais ces résultats n'étant pas assez exacts et suffisants pour quelques cas, il fallait chercher une résolution exacte de l'écoulement permanent alimentant un puits à surface libre, d'abord pour un puits descendant jusqu'à la couche imperméable, le puits parfait, et ensuite pour un puits qui n'atteint pas cette couche, le puits imparfait, pour lequel l'hypothèse de Dupuit-Thiem ne donne aucune résolution.

B) Possibilités d'étude de l'écoulement permanent alimentant un puits à surface libre

1) Introduction

Discutons les possibilités d'étude de l'écoulement permanent alimentant un puits à surface libre.

L'écoulement alimentant un puits à surface libre est de symétrie axiale en milieux poreux, homogènes et isotropes, si la couche inférieure, sur laquelle la nappe souterraine s'écoule, est plane et horizontale et si la nappe ne s'écoule pas avant que l'on évacue le puits. Même quand la nappe s'écoule lentement avant le commencement de l'évacuation du puits, l'écoulement est de symétrie axiale au voisinage de la paroi du puits, car il n'y a pas de composantes de la vitesse qui puisse couper ce plan. On peut décrire l'écoulement dans ce plan par une famille de lignes équipiezométriques et une famille de lignes de courant.

2) L'essai sur modèle

C'est l'essai sur modèle qui permet le mieux l'observation de toutes les influences sur l'écoulement. C'est pourquoi il y a déjà longtemps que R. Ehrenberger a étudié au moyen d'essais sur modèle l'écoulement permanent alimentant un puits, essais qu'il a décrits en 1928 (1) *. Son modèle représentait sur un secteur de 180° la zone d'alimentation d'un puits à surface libre occupant toute la hauteur de la nappe. La face amont du modèle représentait une fraction de 180° de surface verticale cylindrique entourant le puits à une certaine distance de celui-ci. La hauteur du modèle était de $H = 45$ cm et la distance entre l'axe du puits et la section amont était de $R_a = 95$ cm. Le rayon du puits variait de $R_i = 1,5; 2,5$ et $3,5$ cm. La paroi latérale représentait une section verticale radiale, passant par l'axe du puits; elle était transparente afin de permettre l'observation de l'écoulement. Le milieu poreux choisi était du sable.

N. S. Boulton (2) avait un modèle analogue représentant un secteur de 30° avec une hauteur de 99 cm et une distance entre l'axe du puits et la section amont de $R_a = 145$ cm; H. P. Hall en avait un d'un secteur de 15°, d'une hauteur de 152 cm et de $R_a = 195$ cm.

* Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie, qui se trouve à la fin de l'article.

Pendant les différents essais on a étudié l'écoulement des puits parfaits comme suit : le débit, la hauteur piézométrique aux limites et au sein du milieu poreux ont été mesurés ainsi que la surface libre et la surface du puits ; en plus, on a observé les lignes de courant colorées et mesuré leurs vitesses relatives. En outre, Hall a étudié l'influence de la frange capillaire.

3) Etude théorique

Au cas que la loi de Darcy soit valide, l'écoulement vers le puits est un écoulement à potentiel. Voici l'équation aux dérivées partielles décrivant l'écoulement à potentiel à symétrie axiale :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0$$

φ signifie le potentiel, c'est-à-dire

$$\varphi = -k \cdot h$$

où k est la perméabilité et h la hauteur piézométrique.

Or et Oz sont les axes d'un système rectangulaire Orz, dont l'axe Oz coïncide avec l'axe du puits. Le problème de l'étude théorique est de résoudre l'équation susmentionnée. Une résolution générale est donnée par exemple dans (4) et (5). Mais les conditions aux limites étant très compliquées, il n'est pas vraisemblable que l'on trouve une résolution d'analyse exacte. On a appliqué deux procédés pour résoudre l'équation, l'un au moyen d'une méthode graphique, imaginée par F. Weinig (6) et l'autre au moyen de la méthode de relaxation, c'est une méthode d'approximations successives, imaginée par R. V. Southwell (7).

4) Comparaison des résultats expérimentaux et des résultats théoriques. Conclusions

La comparaison des résultats théoriques avec ceux des essais (2) (3) (4) montre une bonne concordance. Cette concordance prouve la validité de la loi de Darcy pour l'écoulement vers le puits en milieux poreux et la possibilité d'appliquer la théorie à potentiel pour son étude. Pour cela même, l'étude suivante doit se baser essentiellement sur des résultats théoriques, car la théorie donne souvent plus facilement et quelquefois toute seule les résultats dont on a besoin.

C) Les conditions aux limites et leur comparaison avec l'hypothèse de Dupuit-Thiem

1) Sans tenir compte de la frange capillaire

Les conditions aux limites vont être indiquées d'abord sans considérer la frange

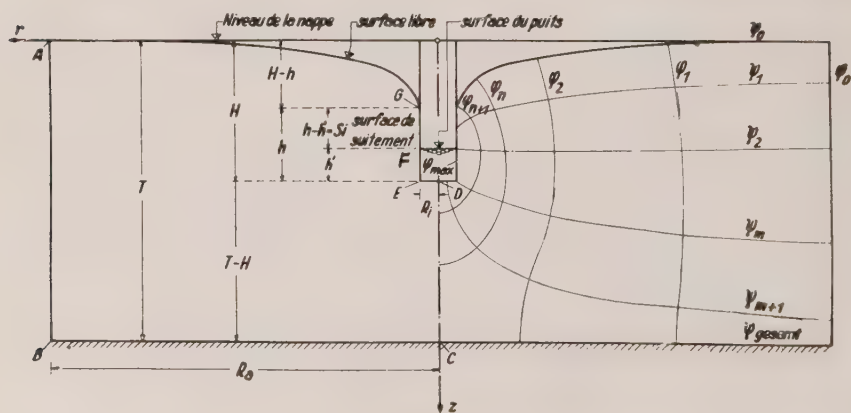


Fig. 1

capillaire. G. Nahrgang les a traitées à fond ⁽⁴⁾. La figure 1 est un croquis schématisant le cas universel d'un puits vertical à surface libre. Sa paroi latérale et celle du fond sont entièrement perméables. Supposons le milieu poreux limité d'une surface verticale cylindrique de rayon R_a entouré d'eau libre, comme c'était le cas pour les essais. Le rayon du puits est R_i .

La ligne AG représente la surface libre et est une ligne de courant. La pente de la surface libre augmente en approchant le puits. La surface libre aborde la paroi du puits en incurvant sa tangente, ce qui a été démontré par Nemenyi ⁽⁸⁾. La hauteur piézométrique d'un point arbitraire de la surface libre est égale à sa cote géodésique, parce que la pression de l'eau est atmosphérique le long de la surface libre. La vitesse de filtration le long de la surface libre est donc, selon la loi de Darcy, le produit de la perméabilité k et de $\sin S$, où S est l'angle de la pente de la surface libre.

La ligne GF à la paroi du puits est la surface de suintement. Elle n'est ni ligne équipotentielle ni ligne de courant et déjà connue de l'écoulement plane des nappes souterraines ⁽⁹⁾ ⁽¹⁰⁾. Son existence en général et surtout pour le cas présent a été prouvée par G. Nahrgang ⁽⁴⁾. Etant sous la pression atmosphérique comme la surface libre, la hauteur piézométrique d'un de ses points est égale à sa cote géodésique. La surface de suintement est limitée d'un côté par la surface libre et d'autre côté par la surface du puits. La ligne FE qui suit la surface de suintement à la paroi du puits et la ligne ED, formant le fond du puits, sont une ligne équipotentielle, car pour elles la hauteur piézométrique est constante et coïncide avec le plan d'eau du puits. Les lignes de courant devant couper rectangulairement les lignes équipotentielles, elles entrent dans le puits horizontalement le long de la ligne ED. Aux points E et F, la vitesse de filtration atteint son maximum. Si la loi de Darcy était encore valide, la vitesse deviendrait infinie dans ces points. Mais au moment où la vitesse de filtration dépasse une certaine limite, la loi de Darcy n'est plus valide (voir par exemple ⁽¹⁾). Le maximum de la vitesse au point E disparaît pour le puits parfait.

2) En tenant compte de la frange capillaire

Par suite de l'adhésion et de la tension superficielle la surface libre est surmontée d'une frange capillaire de la hauteur de h_c . Les études de H. P. Hall ⁽³⁾ ont donné entre autres les résultats suivants : La limite supérieure de la frange capillaire forme ligne de courant. Sa pente est horizontale au point d'intersection de la paroi du puits. La surface libre ne forme plus ligne de courant. L'accroissement du débit, dû à la présence d'une frange capillaire, est équivalent au rapport entre la demi-épaisseur de cette couche et la charge totale à l'entrée. Jusqu'ici les résultats de H. P. Hall sont nommés. La petite part du débit s'écoulant dans la frange capillaire est due à une diminution du coefficient de perméabilité dans cette frange. Les tubes capillaires étant de diamètres différents, tous les pores de la frange capillaire ne se remplissent pas d'eau. Ceci équivaut à une diminution de la section où l'eau s'écoule et explique la diminution du coefficient de perméabilité que H. P. Hall a constatée pour la frange capillaire. L'influence absolue de la frange capillaire dépend de la hauteur h_c et l'influence relative dépend du rapport entre la hauteur h_c et la charge totale. La hauteur capillaire ne dépasse guère 50 cm en milieux poreux propices à la construction de puits. Si la charge totale est d'une épaisseur de 5 m, la part du débit de la frange capillaire atteint au maximum 5 pour cent; si son épaisseur est de 10 m, la part atteint au maximum 2,5 %. Si la hauteur capillaire est moindre, la part de la frange capillaire diminue conformément. L'influence de la frange capillaire sur la forme de la surface libre n'est que mince.

3) L'hypothèse de Dupuit-Thiem

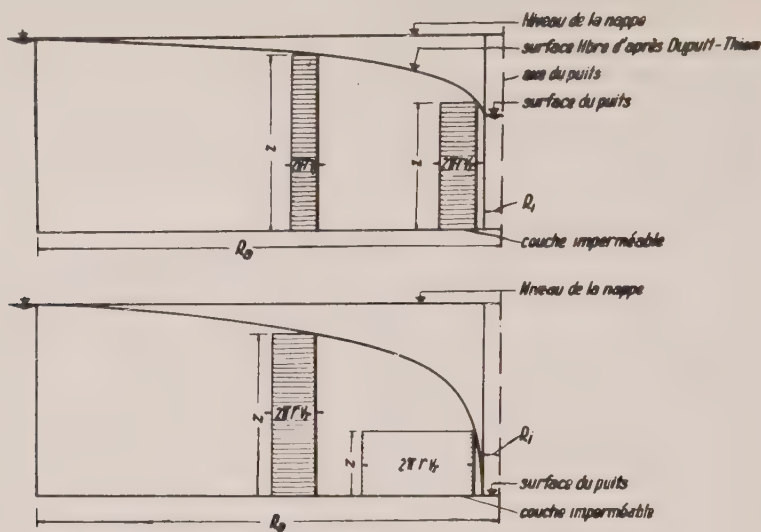
Outre les suppositions suivantes :

nappe en milieux poreux, homogènes et isotropes, la face amont limitée d'une surface verticale cylindrique du diamètre $2 R_a$ et entourée d'eau libre,

le puits du diamètre $2 R_i$ descendant jusqu'à la couche imperméable, plane, horizontale, l'hypothèse de Dupuit-Thiem fait les adoptions arbitraires suivantes :

1) Les vitesses horizontales sont égales sur chaque verticale. Elles sont données par le produit du coefficient k de la perméabilité et de $\tan \alpha$, où α est l'angle de pente de la surface libre.

2) La surface du puits et le point d'intersection de la surface libre et de la paroi du puits coïncident.



l'écoulement permanent vers un puits à surface libre d'après l'hypothèse de Dupuit-Thiem

Fig. 2

La figure 2 représente le cas général de l'écoulement vers un puits résultant de l'hypothèse de Dupuit-Thiem. On y a dessiné la surface libre et la surface du puits. Sur quelques verticales le produit de la composante v_r de la vitesse avec $2\pi r$ a été dressé. Il en résulte un rectangle dont un côté est $2\pi r \cdot v_r$ et l'autre est z , z signifiant la hauteur de la surface libre sur la couche imperméable. La surface du rectangle correspond au débit Q du puits. En bas de la figure 2, on a représenté le cas spécial, où la surface du puits coïncide avec le fond du puits. D'après l'hypothèse de Dupuit-Thiem il n'y a plus de surface pour l'entrée de l'eau. C'est pourquoi la composante horizontale v_r de la vitesse devient infinie afin que le débit, atteignant sans doute son maximum, puisse entrer le puits.

La comparaison de l'hypothèse de Dupuit-Thiem avec les conditions aux limites pour l'écoulement vers le puits fait preuve des écarts suivants entre les résultats :

1) La vitesse le long de la surface libre résultant des conditions de limite est de

$$v_0 = k \cdot \sin \alpha$$

Il en résulte la composante horizontale

$$v_{r0} = k \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

Par contre, le résultat de l'hypothèse de Dupuit-Thiem est :

$$v_{r0} = k \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad \text{et}$$

$$v_0 = k \cdot \operatorname{tg} \alpha / \cos \alpha$$

Les résultats divergent beaucoup dans le cas où α est grand et il n'y a de bonne concordance que pour le cas où α est minime.

2) La supposition de Dupuit-Thiem concernant les vitesses égales sur chaque verticale n'est pas conforme à la réalité, car le maximum de vitesse du puits parfait au point d'intersection de la surface du puits et de la paroi du puits exige une distribution inégale.

3) L'hypothèse de Dupuit-Thiem n'a pas égard à la surface de suintement.

D) Exemples de l'étude des puits et comparaison avec les résultats de l'hypothèse de Dupuit-Thiem

1) Généralités

Les déviations des résultats de l'hypothèse de Dupuit-Thiem de la réalité seront étudiées par quelques exemples numériques, qui tiennent compte non seulement du puits parfait mais aussi du puits imparfait. Les exemples ont été étudiés théoriquement au moyen de la méthode graphique et sont tirés de (4). L'influence de la frange capillaire étant minime, elle n'a pas été considérée. Afin de pouvoir faire la comparaison, les résultats de l'hypothèse de Dupuit-Thiem sont aussi indiqués dans les figures suivantes.

2) Le puits parfait

a) Le puits parfait évacué non totalement, c'est-à-dire la surface du puits ne coïncide pas avec le fond du puits

La figure 3 représente l'écoulement vers un puits parfait qui n'est pas totalement évacué, c'est-à-dire que la surface du puits ne coïncide pas avec le fond du puits. Le puits

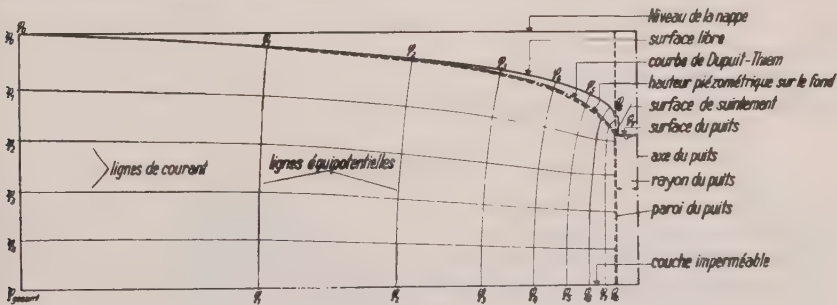


Fig. 3

parfait atteint la couche imperméable. En approchant le puits, la courbure des lignes équipotentielles augmente. C'est pourquoi la hauteur piézométrique n'est pas constante le long des verticales; plus elle s'approche de la couche imperméable, plus elle diminue. Ce fait est d'importance quand il s'agit de mesurer le plan d'eau dans un puits d'observation. (voir (1)). La courbe en traits interrompus représente la hauteur piézométrique sur la couche. La surface libre abordant la paroi du puits en incurvant sa tangente est suivie de la surface de suintement. La courbe en traits mixtes est la surface libre construite d'après l'équation de Dupuit-Thiem.

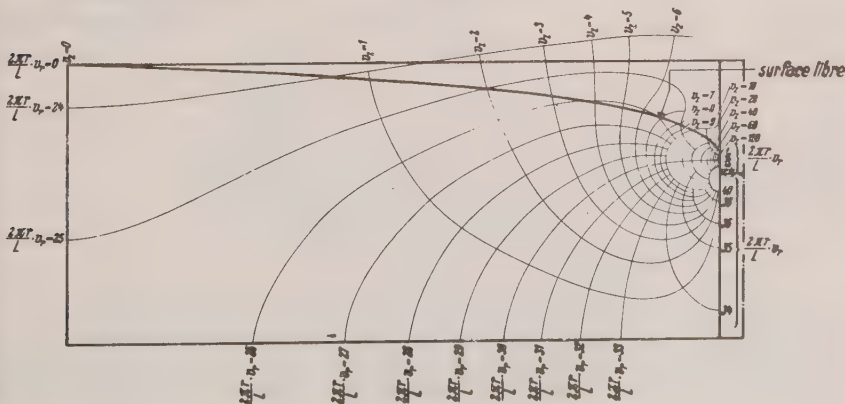


Fig. 4

On voit qu'il y a une bonne concordance avec la surface réelle à grande distance du puits, mais en approchant le puits, la courbe de Dupuit-Thiem dévie de plus en plus. Elle est située entre la surface libre réelle et la courbe représentant la hauteur piézométrique sur la couche imperméable, hauteur de laquelle elle ne dévie qu'un petit peu. La figure 4 représente la variation du champ de vitesse, c'est-à-dire la famille des lignes $v_2 = \text{constante}$ et la famille des lignes $2\pi r \cdot v_r = \text{const.}$ Ces familles forment aussi un réseau orthogonal comme les familles des lignes de courant et équipiezométriques où équipotentielles. Dans la figure 4 on trouve à la paroi du puits et sur la hauteur de son plan d'eau le point, où la vitesse atteint son maximum.

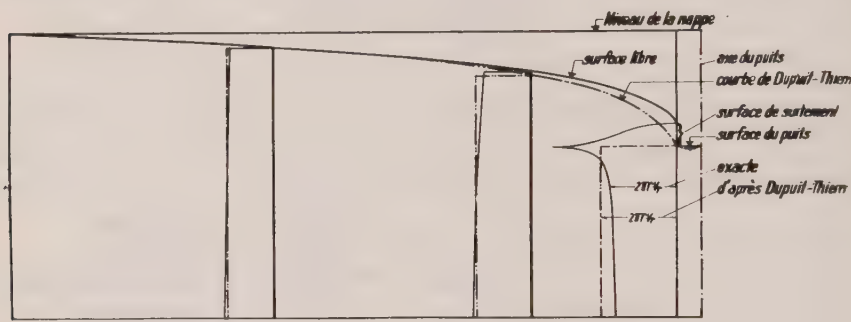


Fig. 5

La figure 5 représente la variation du produit de la composante v_r de la vitesse avec $2\pi r$ le long de quelques verticales, prise du champ de vitesse de la figure 4. Les rectangles correspondant à l'équation de Dupuit-Thiem y sont aussi construits pour la comparaison. On reconnaît distinctement qu'en approchant le puits, l'hypothèse de Dupuit-Thiem concorde moins. Toutefois, une concordance à peu près complète résulte de la comparaison du débit théorique avec le débit calculé à l'aide de l'équation de Dupuit-Thiem.

b) Puits évacué totalement

La figure 6 représente le puits parfait évacué totalement, c'est-à-dire que le plan d'eau coïncide avec le fond du puits. La surface libre atteint la paroi du puits au milieu de la hauteur

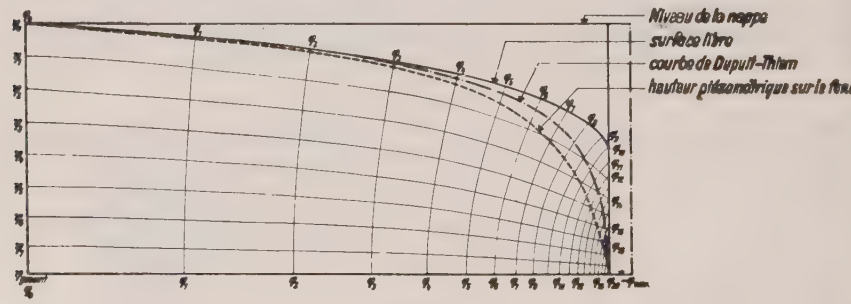


Fig. 6

du puits de sorte que la surface de suintement s'élève sur la demi-hauteur du puits. Tout le débit coule vers le puits à travers la surface de suintement. La longueur S_i de la surface de suintement dépend de la hauteur h' de l'eau dans le puits et de la hauteur H du puits. L'équation pour la longueur de la surface de suintement donnée par R. Ehrenberger ⁽¹⁾ est

$$S_i = 0,5 (H - h')^2 / H$$

Cette équation a été confirmée par les études théoriques de G. Nahrgang⁽⁴⁾. La courbure des lignes équipotentielles au voisinage du puits est encore plus grande que dans le cas précédent et conformément la hauteur piézométrique diminue le long des verticales en s'approchant de la couche imperméable.

C'est également représenté par la forme que prend la courbe de la hauteur piézométrique le long de la couche imperméable (ligne en traits interrompus dans la figure 6). La courbe en traits mixtes représente la surface libre d'après l'équation de Dupuit-Thiem. Une fois de plus, elle ne dévie guère de la surface réelle (ligne en trait plein) à grande distance du puits, mais en approchant le puits, elle dévie de plus en plus et coïncide finalement avec la ligne piézométrique du fond.

La variation de la vitesse v_r le long de la paroi du puits est représentée par figure 7. Cette vitesse dévie totalement de l'hypothèse de Dupuit-Thiem. Toutefois la validité de l'équation de Dupuit-Thiem pour le calcul du débit est donnée par la concordances de débits

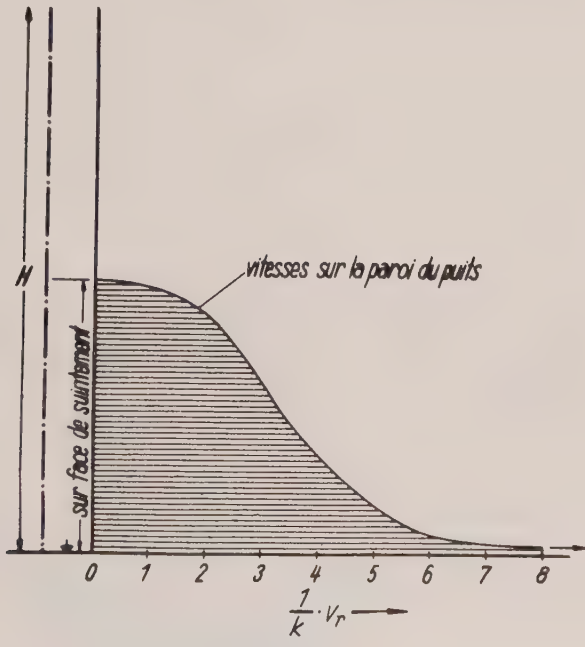


Fig. 7

3) Puits imparfait

a) Puits imparfait évacué non totalement.

Un puits imparfait évacué non totalement est présenté par figure 8. La courbure des lignes équipotentielles dans le voisinage du puits est maintenant bien importante. Elles ne se terminent plus sur la couche imperméable mais, venant de la surface libre ou de la surface de suintement, elles s'écoulent d'une courbure continue d'abord vers le bas pour remonter de l'autre côté du puits après l'avoir traversé par en-dessous. Par suite, la hauteur piézométrique diminue d'abord le long des verticales vers le fond ce qui est vrai aussi pour le puits parfait, mais, ayant atteint un minimum, elle augmente même plus que la valeur de la surface libre.

Si l'on calcule d'après Dupuit-Thiem la surface libre pour un puits de la même proportion, sauf pour la hauteur, qui ici doit descendre jusqu'à la couche imperméable, donc pour le puits parfait, et pour le même débit que celui pris dans le puits imparfait, on obtient la courbe présentée par la ligne en traits mixtes dans la figure 8. Elle aussi ne dévie guère de

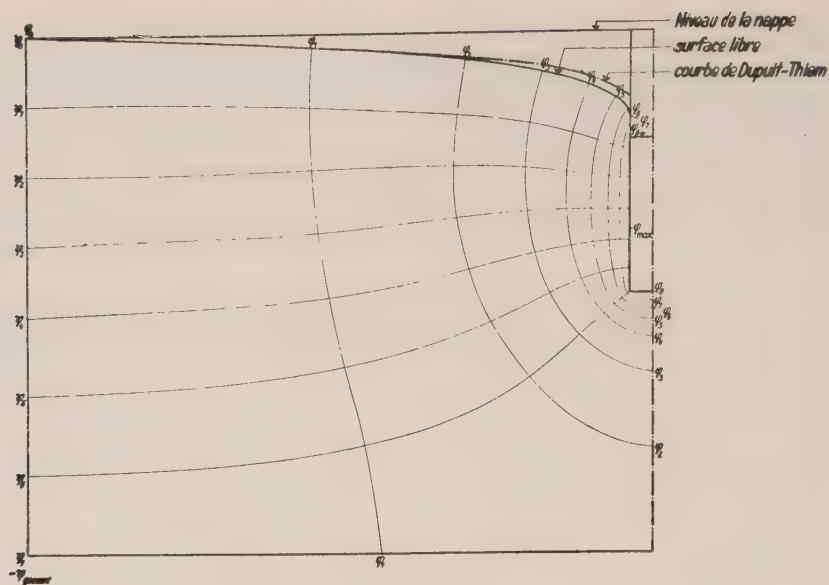


Fig. 8

la surface réelle. Ce n'est que au voisinage du puits qu'elle dévie, mais maintenant elle surmonte la courbe exacte. C'est facile à comprendre, car le puits descendant jusqu'à la couche imperméable est à évacuer moins que le puits imparfait pour fournir le même débit. Mais il paraît important, que, à grande distance du puits, la ligne de Dupuit-Thiem coïncide avec la ligne réelle.

La figure 9 représente la variation des vitesses le long de la paroi latérale et du fond du puits. Le deuxième point du maximum de vitesse existe ici aussi. Les deux points du

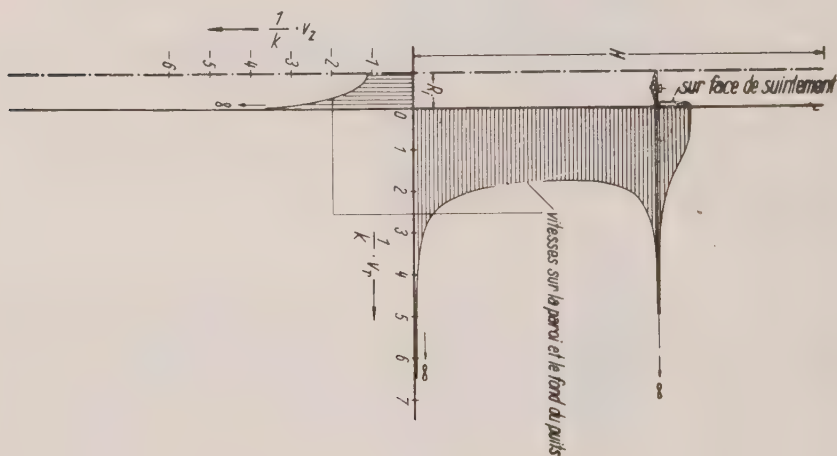


Fig. 9

maximum de vitesse produisent pour le puits un danger d'ensablement. Ce n'est pas la moyenne de la vitesse qui détermine le débit admissible maximum d'un puits mais ces deux points de vitesse extrêmes.

b) Puits imparfait évacué totalement

La figure 10 montre le puits imparfait d'évacuation totale. Il n'apporte rien de fondamentalement neuf. Ici aussi se retrouve la courbe de Dupuit-Thiem qui correspond à un puits

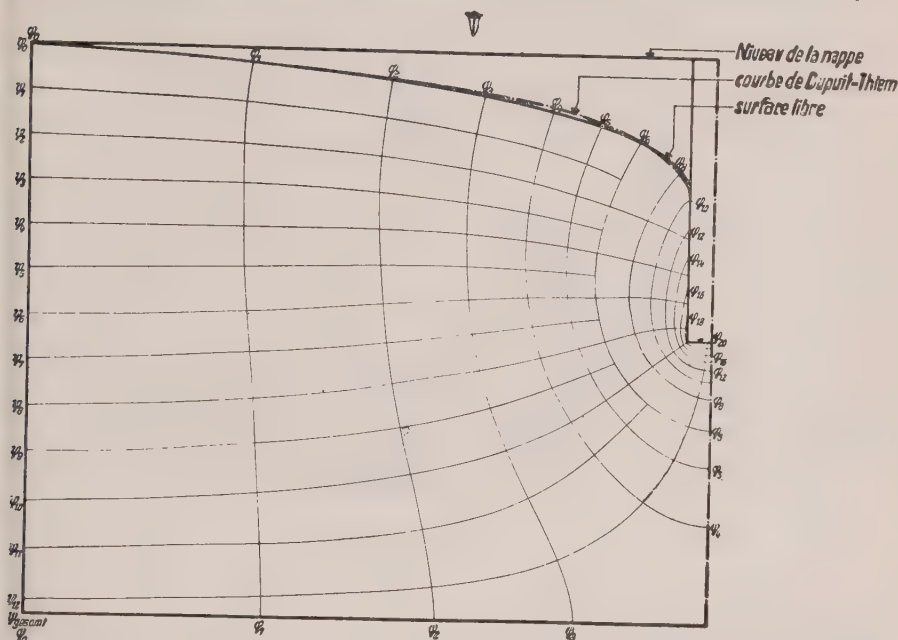


Fig. 10

de la même hauteur de la nappe souterraine, du même débit et du même diamètre mais qui descend jusqu'au fond imperméable. Une fois de plus, la courbe de Dupuit-Thiem et la surface libre réelle coïncident à grande distance du puits. Même au voisinage du puits, les déviations ne sont pas grandes. Cela veut dire que la surface libre d'un puits imparfait et celle d'un puits parfait coïncident à grande distance pour le même débit. Le fait que le puits ne descend pas jusqu'à la couche imperméable ne se fait sentir qu'au voisinage immédiat du puits. Pour les exemples montrés, le rapport

$$\frac{\text{max } Q \text{ imparfait}}{\text{max } Q \text{ parfait}},$$

dépendant du rapport

$$H/T$$

est indiqué dans la figure 11, où

T est l'épaisseur de la nappe souterraine sur la couche imperméable,

H la hauteur du puits

max $Q_{\text{imparfait}}$ le débit maximum d'un puits imparfait de la hauteur H, et

max Q_{parfait} le débit maximum d'un puits parfait de la hauteur $H = T$.

La figure 11 n'est valable que pour les rapports suivants :

$$Ra/T = 1,186 \quad \text{et} \quad Ri/T = 0,044.$$

La validité générale de l'abaque de la figure 11 est très vraisemblable; sinon pour la validité quantitative, au moins pour la validité qualitative. Ainsi est donné le rapport des débits des puits parfaits et imparfaits. La forme de la surface libre est également facile à définir : à grande distance du puits, on applique l'équation de Dupuit-Thiem, à petite distance, le point de tangence avec la paroi du puits est donné par la longueur de la surface

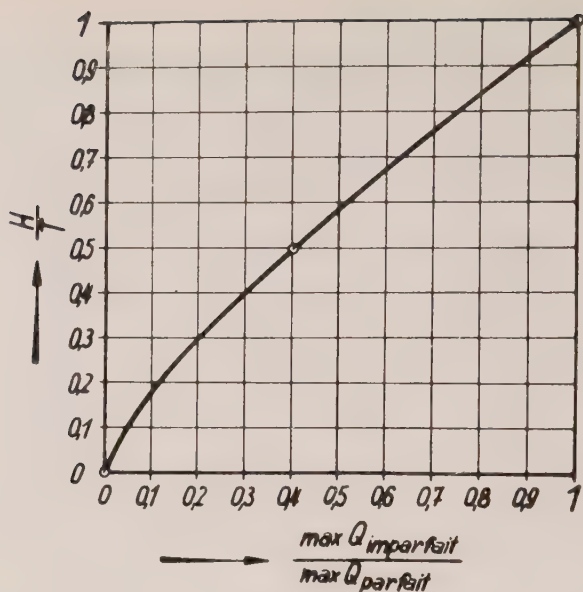


Fig. 11

de suintement. Les études de G. Nahrgang ⁽⁴⁾ ont prouvé la validité de la même équation pour déterminer la longueur de la surface de suintement que nous connaissons déjà pour le puits parfait :

$$S_i = 0,5 (H - h')^2 / H$$

E) Résultats des études

La comparaison du résultat des adoptions arbitraires de l'hypothèse de Dupuit-Thiem avec l'écoulement réel a fait ressortir de grandes différences au voisinage du puits. C'est pourquoi il n'est pas possible d'y calculer la surface libre et la variation des vitesses de filtration à l'aide de l'équation de Dupuit-Thiem. Si, par exemple, on ne tient pas compte de l'existence de la surface de suintement, on arrive forcément à conclusions fausses concernant la perte de charge dans les filtres des puits. C'est ce que G. Nahrgang a démontré dans ⁽¹²⁾. Plus cependant on s'éloigne du puits, plus l'hypothèse de Dupuit-Thiem devient valable, de sorte qu'ici la détermination de la surface libre est possible à l'aide de l'équation de Dupuit-Thiem. Pour déterminer le point de tangence de la surface libre avec la paroi du puits, R. Ehrenberger a donné une équation simple pour le puits parfait en se basant sur des essais sur modèle. Etant donné que cette équation est également valable pour le puits imparfait et que l'équation de Dupuit-Thiem peut s'appliquer au puits imparfait selon la manière décrite, il est possible de situer et de dessiner la surface libre pour le puits parfait aussi bien que pour le puits imparfait.

Le calcul du débit du puits parfait est possible à l'aide de l'équation de Dupuit-Thiem. Le calcul du débit du puits imparfait est possible d'une manière approximative à l'aide de l'abaque de la figure 11.

Pour déterminer l'influence de la frange capillaire on peut se servir des résultats des études de H. P. Hall.

BIBLIOGRAPHIE

- [¹] R. EHRENBERGER, « Versuche über die Ergiebigkeit von Brunnen und Bestimmung der Durchlässigkeit des Sandes ». *Zeitschrift des Österreichischen Ingenieur- und Architektenvereins*, Heft 9-14, 1928.
- [²] N. S. BOULTON, « The flow pattern near a gravity well in a uniform water-bearing medium ». *Journal of the institution of civil engineers*, vol. 36, no. 10, december 1951.
- [³] H. P. HALL, « An investigation of steady flow toward a gravity well ». *La houille blanche*, 10^e année no. 1 Janv.-Février 1955.
- [⁴] G. NAHRGANG, a) « *Beitrag zur Theorie des vollkommenen und unvollkommenen Brunnens* ». Dissertation Karlsruhe 1951.
b) « *Zur Theorie des vollkommenen und unvollkommenen Brunnens* » Etwas gekürzte Ausgabe von a). Springer, Berlin 1954.
- [⁵] J. KOZENY, « Ueber Grundwasserströmung ». *Wasserkraft und Wasserwirtschaft* 1927/28, Heft 6.
- [⁶] F. WEINIG, « Stromung in Saugrohren und deren Formgebung ». *Wasserkraft- und Wasserwirtschaft*, Heft 3/4 1938.
- [⁷] R. V. SOUTHWELL, « *Relaxation methods in engineering science* ». Oxford university press, 1940.
- [⁸] P. NEMENYI, nommé dans R. Dachler, « *Grundwasserströmung* », p. 107. Wien 1936.
- [⁹] M. BREITENÖDER, « *Ebene Grundwasserströmungen mit freier Oberfläche* ». Berlin 1942.
- [¹⁰] G. HAMEL, « Ueber Grundwasserströmung ». *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, Bd. 14 Heft 3, 1934.
- [¹¹] G. NAHRGANG, « Ueber die Anströmung von Brunnen im ungespannten Grundwasser und die Messung des abgesenkten Grundwasserspiegels ». *Fachheft Wasserversorgung, Wirtschaft und Technik der Kommunalwirtschaft*, Düsseldorf, Juli 1956.
- [¹²] G. NAHRGANG, « Ueber Brunnentheorie ». Discours fait à la 66. Jahrestagung der Österreichischen Vereinigung für das Gas- und Wasserfach, Graz 1956.

THE ABSOLUTE. EFFECTIVE AND RELATIVE PERMEABILITY OF OIL RESERVOIR ROCKS

by

Dr.-Ing. Christoph SCHMID
Deutsche Erdöl-Aktiengesellschaft, Hamburg

Porosity and permeability are the fundamental properties of every oil reservoir rock. As such are involved sands, sandstones and limestones. Sands and sandstones are composed of a piling-up of single grains of sand with the interstices more or less filled up with a calcareous, silicious or clayey binding agent. There remains, however, a more or less equally spread pore space. The reservoirs of limestones and dolomites are the result of crevices and cracks traversing the rock in a tight network.

The oil in a reservoir rock can be extracted through bore holes only if the rock is permeable, that is to say if the pores are interconnected. The permeability, therefore, is a mere rock property and can be defined as the fluid conductivity of reservoir rocks. All factors, as size, distribution and packing of grains, degree of cementation and consolidation, which have an influence on the effective porosity, also affect the permeability. The amount and type of clay has a great influence on the permeability, too, especially if the flowing substance reacts with the clay. One has to take such possibilities with oil deposits into account, for, in order to exploit the oil, water is often pressed into the well. When using fresh water for instance, the clay—as far as it contains Montmorillonite—may considerably swell and block the pores. Besides that, the salt content and the hydrogen-ion concentration (pH) of water, too, has some influence.

Oil deposits do not only contain oil. Salt water, and often also free gas, is always present, too. Consequently, there are within the porous rocks at least two, possibly even three, not into one another soluble phases, each of them influencing the flow capacity of the other. The permeability for each phase is called the effective permeability. It is quite obvious that the effective permeability is no mere rock property any longer. It is affected not only by the rock, but also by the quantitative proportion of phases in the rock pores. The ratio of effective permeability to one phase to the absolute rock permeability, that means to the rock permeability to one phase if this one alone fills all the pores, is called the relative permeability.

Darcy's Law

In order to get a quantitative information on the permeability of sands to water, Darcy in 1856 carried out some experimental investigations which resulted in the famous Darcy's Law ⁽¹⁾ *. Darcy's Law is used in the oil industry in various forms for numerical statements about the permeability of oil reservoir rocks.

Darcy's Law for homogeneous fluids generalized reads

$$v_s = - K/\eta (\partial p/\partial s - \gamma \cdot g \cdot \cos \theta) \quad (1)$$

when

v_s = rate of flow (through the unit of area) in the direction s .

θ = angle between the line of the vertical and the direction of flow s .

η = viscosity of fluid.

γ = density of fluid.

g = acceleration of gravity.

p = pressure of fluid.

* References at the end of the paper.

Equation 1 stands for steady-state as well as nonsteady-state flows through a porous medium. Generally all variables of Equation 1 are different for each point of the rock, also γ , provided that the fluid is compressible.

In the general Equation 1, the factor K represents the coefficient of permeability. If the porous medium is not homogeneous, K also changes from point to point. Equation 1 is generally used to determine the mean coefficient of permeability for special textures of rocks. K is then considered a constant and called permeability.

Steady-State flow of a homogeneous medium

At the determination of the permeability of oil-bearing formations, we depend in the oil industry usually on small rock fragments. With the help of diamond hollow chisels and diamond saws, the drill cores are brought into the shape of small cylindrical cores which are extracted, that means released from oil and salt water, and then dried. After being cooled down, they are put into a permeameter. Fig. 1 shows the scheme of such an apparatus. The core is placed in a soft rubber plug which is pressed into a metal holder. Thus the measuring medium—in this case the air—is prevented from flowing past the core. Dried air is then pressed into the core under the constant pressure p_1 . When passing through the core, the pressure decreases to p_2 . The air flow per second is measured by means of a rotameter

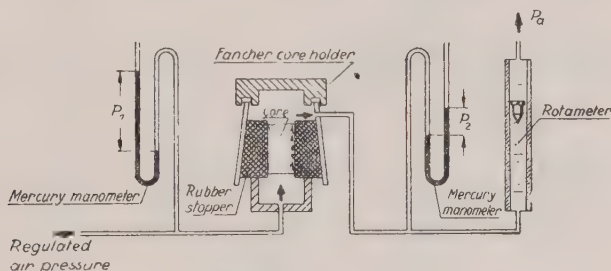


Fig. 1
Schematic diagram of permeability measuring apparatus.

The numerical solution of a measurement of permeability like this is done with the help of Darcy's Law. From Equation 1, the following equation for the linear flow of a gas with the viscosity η , through a core with the constant cross section A , and the length L can be derived by integration, if the gravity is neglected:

$$\frac{V_0}{t} = \frac{K}{\eta} \cdot \frac{A}{L} \cdot (p_1 - p_2) \cdot p_m \quad (2)$$

From that follows for the coefficient of permeability K , generally called the permeability,

$$K = \frac{V_0}{t} \cdot \eta \cdot \frac{L}{A} \cdot \frac{1}{(p_1 - p_2) p_m} \quad (3)$$

where V_0 is the air volume passed through the core in the time t , referred to 0°C and 760 mm mercury, and p_m is the mean pressure ($= 1/2 (p_1 + p_2)$).

If the permeability is measured with the help of an incompressible fluid instead of air, we get the following equation:

$$K = \frac{V}{t} \cdot \eta \cdot \frac{L}{A} \cdot \frac{1}{p_1 - p_2} \quad (4)$$

As far as we give V in cubic centimeters, t in sec, η in Centipoises, L in centimeters, A in square centimeters, p_1 and p_2 in atmospheres, we get the permeability in darcy. As the permeability of oil reservoir rocks generally is only a fraction of a darcy, we work with millidarcies (1 darcy = 1000 millidarcies).

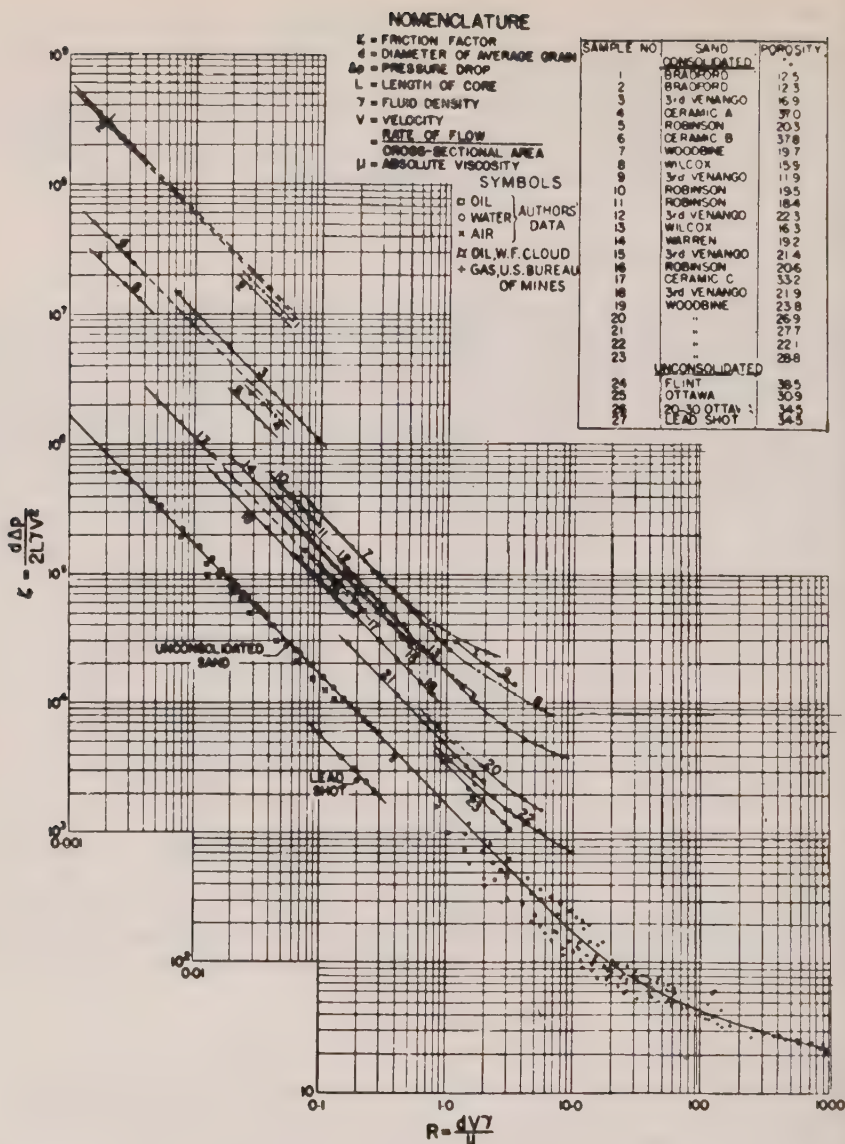


Fig. 2
Friction-factor vs. Reynolds number data for the flow of homogeneous fluids through porous media. (After Fancher, Lewis, and Barnes, *Pennsylvania State College Min. Ind. Exper. Sta. Bull.*, 1933).

In this form, the permeability represents a pure rock property independent of the size of the traversed rock fragment, of the pressure difference and of the viscosity of gas or fluid, respectively.

Darcy's Law, however, is only valid

- 1) if the flow velocity is low, that is to say, if the flow in the pores is laminar, and
- 2) if the mean free path of the fluid or gas molecules is short compared with the diameter of the pores.

We know from the hydraulics that at growing flow velocities through a pipe the flow suddenly changes from a laminar to a turbulent condition. Flowing through a porous rock with large and small pores anyhow spread, the transition does not happen in all the pores at the same time, but over a greater range of flow velocity. As known from the hydraulics, the easiest way of finding out the transition of flow from laminar to turbulent is by means of a representation of the friction factor $S = d \cdot \Delta p / 2 L \gamma v^2$ in dependence upon the Reynolds number $Re = v \cdot d \cdot \gamma / \eta$. Fig. 2 shows the results of the measurement at a series of consolidated and unconsolidated sands, where air and fluids are used as flowing medium (2). In addition to the already known quantities, v is put for the flow velocity related to the whole cross section of the rock sample, and d is put for the mean grain diameter. Fig. 2 shows that all the points of measuring for Reynolds numbers smaller than 1 are lying on a straight line with an inclination of 45° . It follows that there exists a proportionality—at least at Reynolds numbers smaller than 1—between the velocity v and the pressure gradient $\Delta p/L$, as it is requested from Darcy's Law.

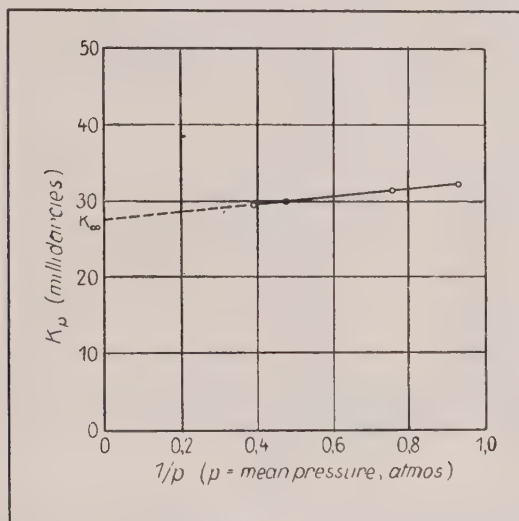


Fig. 3
Klinkenberg method of determining equivalent liquid permeability.

Especially if gases are used for measuring the permeability, it has to be observed that the second condition mentioned above gets fulfilled, namely, that the mean free path of the molecules is short compared with the pore diameter (3). Especially at rocks with a low permeability, that is with narrow pores, one can observe a dependence of the permeability calculated by Equation 3 on the mean gas pressure. Fig. 3 shows the results of measurements published by Klinkenberg (4). The higher the mean pressure, the lower the permeability. The points of measuring are all on a straight line for which the following equation stands:

$$K_{\infty} = \frac{K_p}{1 + b/p} \quad (5)$$

K_p is the measured permeability at the pressure p , b is a constant characteristic for any rock, and K_{∞} is the for an infinite pressure extrapolated permeability. K_{∞} corresponds in most cases very well with the permeability which is measured with an unpolar fluid, e.g. Isooctan.

In some cases, one could even say in most cases, when measuring the permeability at pores from oil-bearing formations, we find great differences in the permeability if we use not only air, but also some polar and unpolar fluids, salt waters of various concentrations

or fresh water. Because the permeability depends on the type of the flowing medium, the presumption had already been expressed, Darcy's Law were of no use to the characterization of the permeability⁽⁵⁾. There are no doubts, Darcy's Law assumes a constancy of rock, that means of the capillary flow for the flowing medium. Only then is it possible that the proportionality constant of Darcy's Law, the permeability, is constant⁽⁶⁾.

When using different fluids, especially salt waters of different concentrations, the rock, and by this the way of flow, becomes affected, and that all the more if the rock comprises some clay. Clay has the ability to exchange ions and especially in fresh water, certain clays will swell. The ways of flow are altered. Fig. 4 shows the permeability of a mixture of unconsolidated sand and a small amount of clay in dependence upon the concentration of the employed salt water⁽⁷⁾. The pH-value of watery solutions is also very important. The permeability is usually higher to acid solutions than to alkaline ones. Polar fluids, in opposition to unpolar ones, generally reduce the permeability as well. Polar molecules are probably adsorbed at the rock thus reducing the permeability.

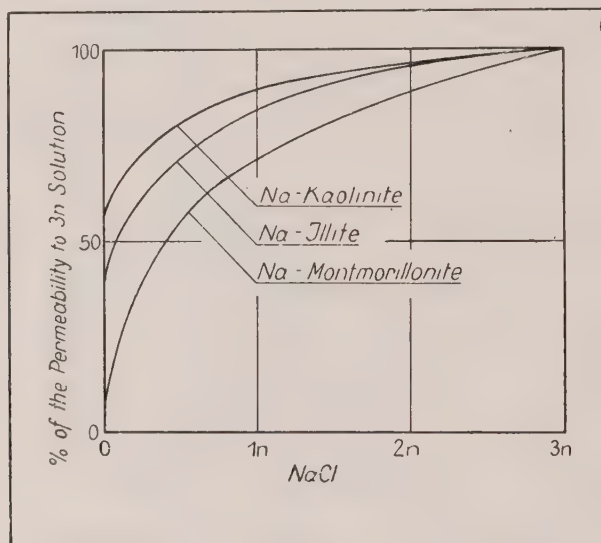


Fig. 4
Permeability of mixtures of quartz sand with 4% Na Clay.

The permeability changes of clayed or «dirty» sands to salt waters of various concentrations are highly reversible as long as we see that the clay does not get mobilized. When using fresh water, the clay can suspend and in this form be washed out of the rock. Fig. 5 gives an example for the reversibility of the changes of permeability⁽⁸⁾. At the use of fresh water, the permeability decreases to very small values. After the cores had been dried, the permeabilities to air were the same as the original ones.

Steady-state flow of several not into one another soluble media

Special changes of the ways of flow in a porous rock occur if the pore space is not only filled with one fluid, but with several not into one another soluble media. As such there are considered in oil deposits: oil, salt water and free gas. The latter one is also to be seen as an insoluble medium; for the presence of free gas proves that under the given state conditions no more gas can be solved. If there is some oil and water in porous rocks, they are generally wetted by water which surrounds the sand grains in a more or less thick layer and fills the finest pores and capillaries. The oil, on the other hand, is all connected and fills the greater pores. It is obvious that the present water considerably retards the flow of oil through the rock. Gas bubbles will retard the flow of oil in a similar way.

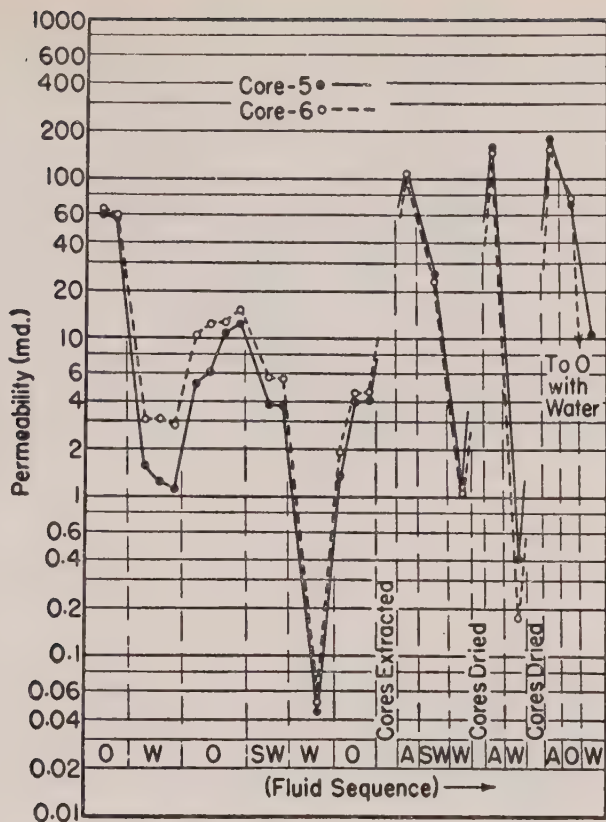


Fig. 5

The permeability history of two Sand cores when subjected to and measured with various fluids. Code: A - air; O - oil; W - fresh water; SW - salt water. (After Miller, Morgan, and Muskat, *Producers Monthly*, 1946).

When oil, gas and salt water are flowing through the rock at the same time, we obtain at the formal application of Darcy's Law to each of the media a permeability for each of the media. These together existing values are called the effective permeabilities. By determining the ratio of the effective permeability to the permeability to salt water at a complete saturation of cores with salt water, we obtain the relative permeability which is often given in per cent. The effective and relative permeability depends very much on the saturation conditions in the core. They cannot any longer be called a pure rock property. Fig. 6 shows the diagram of the relative permeability of porous rocks to oil and salt water in dependence upon the saturation conditions⁽⁹⁾. Three curves are plotted. The curve for the relative permeability to salt water begins left at the top and is denoted by the symbol k_{rw} . At an increase of the oil saturation, the relative permeability to salt water decreases very quickly. The curve is not so steep later on and reaches in the present example the abscissa at an oil saturation of 80 per cent. In the range of an even higher oil saturation, no salt water is able to flow any more. The curve of the relative permeability to oil, denoted by the symbol k_{ro} , begins at an oil saturation of 15 per cent and is then steeply ascending. Oil can flow through the core only, if the oil saturation is equal to or greater than 15 per cent.

According to this, there are three saturation ranges with characteristic flow properties. In Range I where the oil saturation lies between 0 and 15 per cent, only the salt water is able to flow. While in Range II with an oil saturation of over 80 per cent only the oil is able

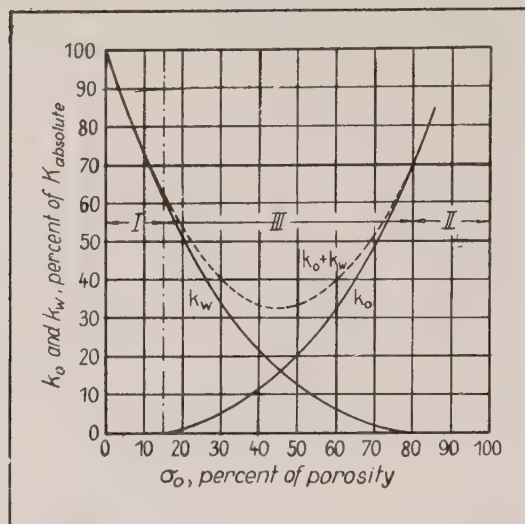


Fig. 6
Average relative permeability to oil (k_o) and water (k_w) vs. oil saturation (σ_o) for unconsolidated sands in the permeability range from 1.04 to 6.8 darcys (After Leverett).

to flow. Merely in saturation range III with an oil saturation of between 15 and 80 per cent, both the fluids can flow together through the rock.

In Fig. 6 is another third dashed curve which gives the sum of the permeabilities to oil and water. It is noteworthy that the sum in the whole range of saturation is much smaller than 100 per cent. In the mean range of saturation where the curves for oil and water cut each other, the sum reaches a minimum of about 32 per cent.

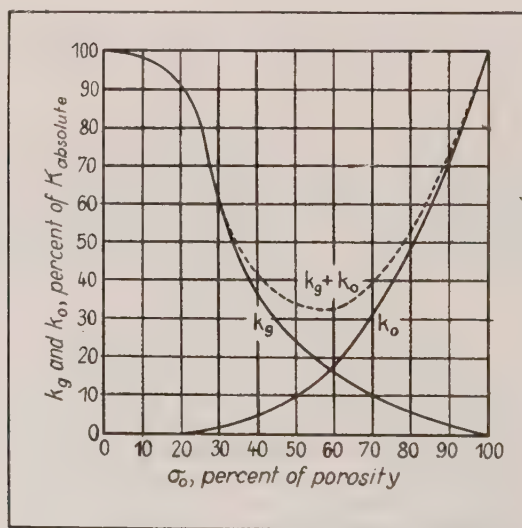


Fig. 7
Average relative permeability to gas (k_g) and oil (k_o) vs. oil saturation (σ_o) for unconsolidated sands in the permeability range from 11 to 260 darcys. (After Muskat).

Fig. 6 shows immediately why it is so important for the production of oil to know the effective or relative permeability. The effective permeability to oil is at natural saturation conditions very much lower than the permeability to salt water at a complete salt water saturation which, for its part, is in many cases already lower than the absolute permeability of dry rocks to air—as mentioned above—which, therefore, does not give a clear picture of the real permeability of the oil deposit.

Changes of the effective permeability, for instance in vertical direction all through an oil deposit, can be found out only rather incompletely by measuring with dry air. As changes of the absolute permeability are based on transitions of rock characteristics—for instance of the mean grain size—the salt water saturation, too, is subject to certain deviations which, on their part, lead to additional changes of the effective permeability. Fig. 6 shows that by a comparatively small increase of the water saturation in Range II, that is in the range of an oil production free from water, the rock permeability to oil will considerably be decreased.

In any case, it is then possible with the aid of permeability curves similar to fig. 6 to conclude from changes of the effective permeability of the whole drainage area of a well to changes of the salt water saturation of the drainage area.

We get similar curves for the oil-gas-rock system. Fig. 7 represents an example that shows the mean values of the relative permeabilities to gas and oil at unconsolidated sands in the permeability range of 11 to 260 darcies⁽¹⁰⁾.

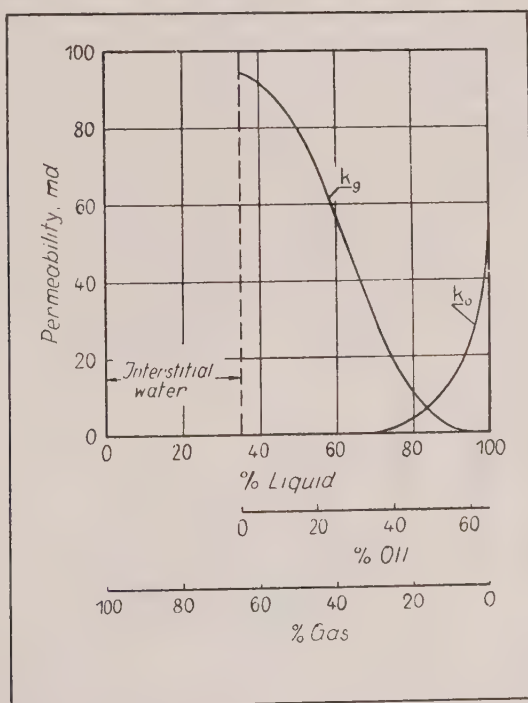


Fig. 8

Relative permeability to gas (k_g) and oil (k_o) for a consolidated sandstone with a content of interstitial salt water.

Fig. 8 shows the diagram of the relative permeabilities to oil and gas of a rock whose pore space is filled at 35 per cent with unmoving salt water (interstitial water)⁽¹¹⁾.

Determination of the effective and relative permeability

The peculiarities of the effective permeability of oil reservoir rocks are doubtlessly based

on their capillary structure. It is comparatively easy, beginning from model conceptions of the distribution of capillaries of various size in the rock, to establish calculating formulas in order to find the effective permeability to the wetting medium out of the capillary pressure curves. Several calculating formulas like that have been published in the literature (^{12, 13, 14, 15}). However, they are altogether not quite satisfying, for none of the models corresponds sufficiently with the real conditions, even if comparatively complicated conceptions of the tortuosity of the flow ways are introduced. Substantially better indications of the effective permeability of rocks can be derived only from experimental tests.

Only rather small rock samples can be used for the experimental determination of the effective permeability. This results in the testing equipment the scheme of which is given in fig. 9, as far as only the relative permeabilities to oil and salt water are to be determined. The rock core is provided with a tightly fitted coating and the test fluid pressed through the core. Besides the rate of flow, the pressure decline of the test fluid at the core is to determine, and finally the saturation ratio during the measurement.

The upper part of fig. 9 shows a measuring apparatus at which both the fluids are pressed into the core and flow through it at the same time. With an apparatus like that, one can determine the effective permeability to both the fluids in the mean saturation range denoted in fig. 6 with the Roman numeral III.

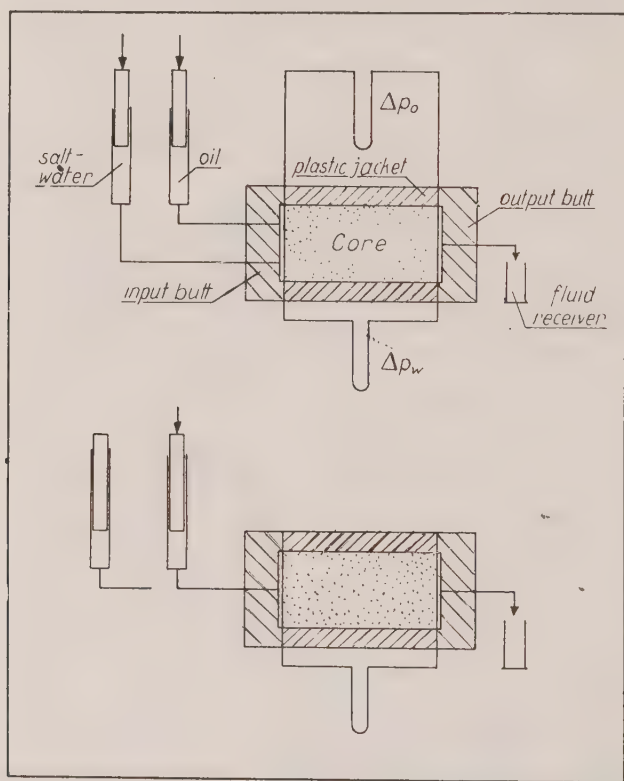


Fig. 9
Schematic diagrams of apparatus for measuring relative permeabilities.

The lower part of fig. 9 shows the scheme of those apparatuses where only one fluid at a time flows through the core, while the second one stays in the core in the required proportion. The saturation ratio in the core, while measuring the flow, can be constant or inconstant. The latter method works very fast, though at the expense of accuracy.

As far as only one fluid at a time is pressed into the core, the whole apparatus consists of two similar parts in which either the one or the other fluid is used.

The comparatively small dimensions of the test cores cause some substantial difficulties. At the end of the core where one or both the fluids get out of the capillary openings into a large non-capillary space, the capillary forces show themselves in the so-called end effect ⁽¹⁶⁾. Theoretical and practical examinations proved that there is a saturation gradient because of the capillary forces. The salt water saturation, when salt water is used as the wetting phase, is higher at the discharging end than at the input end of the core. It is so high at the end of the core that the non-wetting phase is just able to flow through the core. The effective saturation is, therefore, difficult to indicate. Apart from that, also the determination of the effective pressure gradient is rather complicated. Because of the accumulation of the wetting phase, the appertaining pressure difference is smaller at the end of the core than it is for the non-wetting phase. This difference is equal to the difference of the capillary pressures at the two ends of the core.

One was able to demonstrate that the saturation gradient withdraws into the core all the more, the lower the flow rate of the fluid ⁽¹⁷⁾. The influence of the saturation gradient on the mean saturation is very low and can practically be neglected if the rate of flow is sufficiently high. That, however, does not generally apply to the effective pressure difference. One can, of course, consider the difference of the capillary pressures, but it is much more useful to avoid the end effect, and with it a saturation gradient, completely.

Apparatuses which avoid the end effect had been developed by various people ^(18, 19). Most of the apparatuses, however, have some disadvantages which make their practical application rather difficult. As an example of a useful device, we give in the following the description of an apparatus developed in our own laboratory, which also avoids the end effect and allows a quick operation.

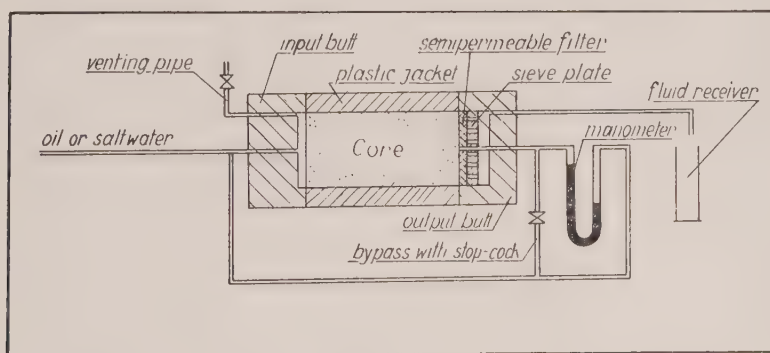


Fig. 10

Schematic diagram of our own apparatus for measuring relative permeabilities.

The whole apparatus (fig. 10) is composed of two equal parts for the use of either oil or salt water. To avoid the end effect, a semipermeable filter which is permeable only to the flowing medium, that is to say, either to oil or to salt water, is placed at the discharging end between the coated core and a sieve plate. A U-tube pressure gauge is used for measuring the pressure decline at the core. One of the legs is connected with the inlet side, while the second one leads to a small-diameter conduit which extends through the sieve plate and the semipermeable filter right to the core. A pressure equalization control with a stop-cock is installed between the pressure gauge connecting conduits. The feeder as well as the pressure gauge connecting conduits are filled with the measuring fluid.

The measurement of the effective permeability is done as follows: After the core to be measured is completely saturated with salt water, it is placed in the «salt water apparatus», that is in the part of the apparatus in which salt water is used as flowing medium and which determines the permeability to salt water. After that, the core is taken into an oil bath and

some of the salt water is replaced by oil with the aid of a centrifuge. To find out the attained state of saturation, the core is weighed and then replaced in the apparatus. After that, some salt water is pressed again through the core while the excess pressure of the water is kept constant. The cock in the pressure equalization control is turned off. Because of the excess pressure at the inlet side of the core, the measuring fluid is pressed down the right leg of the pressure gauge and the fluid forced out of the left leg of the pressure gauge into the core until a constant pressure decline at the core is obtained. The flow rate is then determined and the effective permeability calculated. After finishing the measurement, the core is taken out and weighed again to be sure that the saturation had remained constant. With the aid of the centrifuge, the saturation state is then altered once more and another flow measurement is carried out. This process is repeated again and again until the course of the «salt water curve» is sufficiently well known. After that, a similar series of measurements is carried out with the same core in the «oil apparatus» in which oil flows through the core, and the effective oil permeability is determined.



Fig. 11
Relative permeability to oil (k_o) and salt water (k_w) vs. oil saturation (S_o) and salt water saturation (S_w), measured with our own apparatus.

Fig. 11 shows the result of measurements carried out in the above described manner. The individual points of measuring entered show that several individual measurements

correspond with one another quite well. The maximum deviations are no more than ± 2 per cent of the relative permeability. The picture also gives certain informations about the obtainable accuracy of the saturation determination. The maximum uncertainty for it is also about ± 2 per cent.

The saturation ratio in the core has to be determined at all the measurements of the effective permeability. The most used method consists in taking the core out of the apparatus and weighing it, after the appertaining flow measurement is carried out.

It is more than once tried to determine the saturation ratio in the test core without

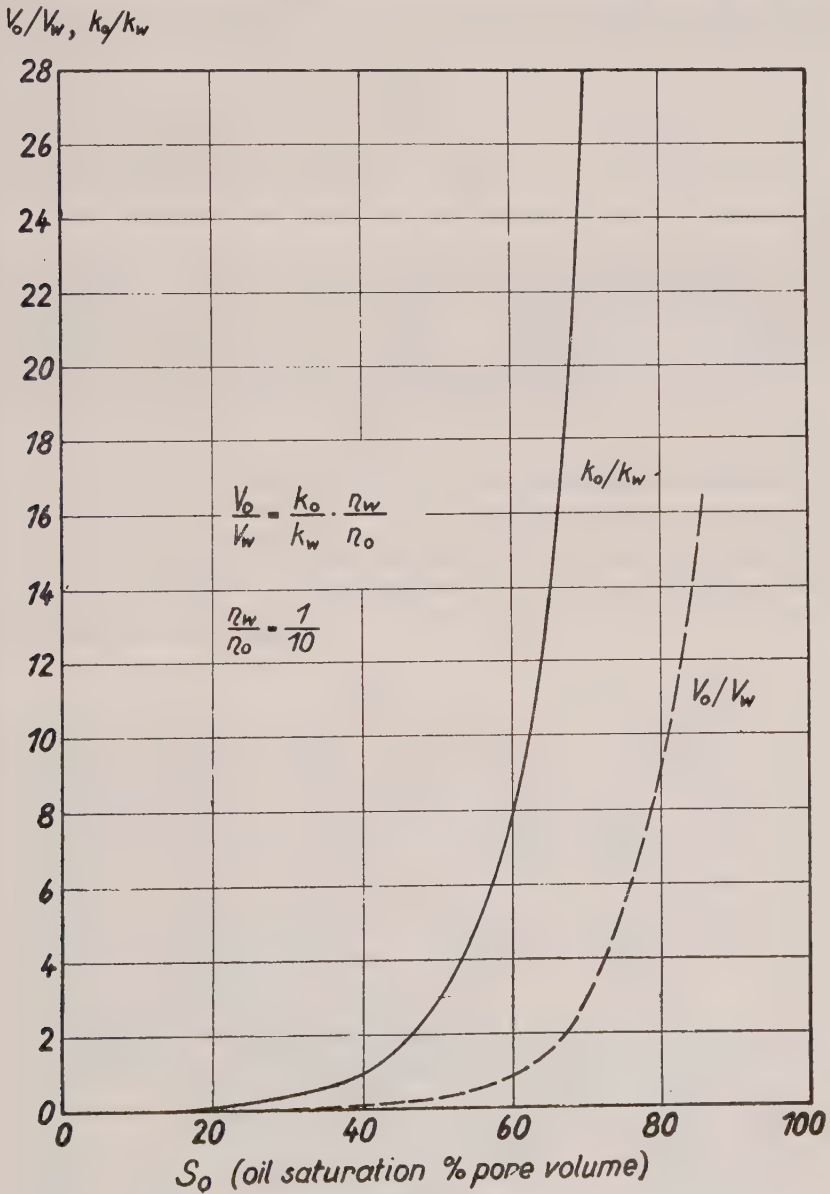


Fig. 12
Permeability ratio (k_o/k_w) and flow ratio (V_o/V_w) vs. oil saturation (S_o).

taking it out of the apparatus. The simplest method, the measurement of the electric resistance of the partly with salt water filled core, can unfortunately not be used⁽²⁰⁾ as there is no sufficient agreement between the resistance and the saturation. Also some other methods, like the X-ray absorption^(21, 22): the use of radioactive isotopes^(23, 24), and the measurement of the magnetic induction while using a water soluble salt of high magnetic susceptibility⁽²⁵⁾, were not very successful as they need too many complicated devices and apparatuses.

Finally, it should be pointed out that the ratio of the effective permeabilities does not directly agree with the ratio of the flowing quantities. From Darcy's equation follows for the quantity ratio

$$\frac{V_o}{V_w} = \frac{k_o}{k_w} \cdot \frac{\eta_w}{\eta_o}$$

It is proportional to the ratio of the effective permeability and inverse proportional to the viscosity ratio. Fig. 12 gives the ratio of the effective permeability to oil and salt water vs. the oil saturation, as it can be calculated from the values of fig. 11. The dashed curve represents the oil/water quantity ratio when the ratio of the viscosities of water to oil is assumed to be equal to 1 to 10.

One can easily recognize that the quantity ratio at a decreasing oil saturation gets very soon low values. The oil saturation has to be higher than 81 per cent if the quantity ratio of oil to water is to be higher than 10. At an oil saturation of 62 per cent, we reach the quantity ratio 1. At an oil saturation of about 40 per cent, the quantity ratio is only 0.1, that is ten times more salt water than oil is flowing through the core. Especially fig. 12 shows of what a great and practical importance the effective permeability for the oil production is.

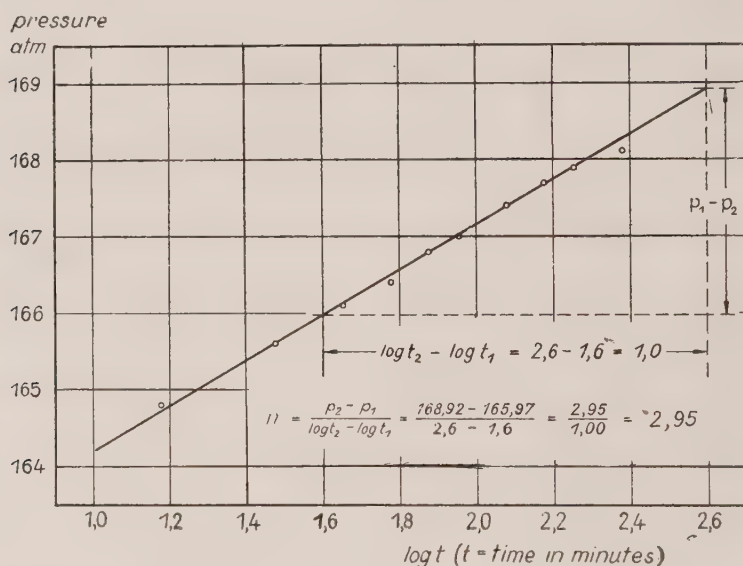


Fig. 13

Miller, Dyes and Hutchinson method of determination of the effective permeability of the drainage area of a well based on the pressure build-up curve.

$$k_o = \frac{21,29 \cdot q \cdot \beta \cdot \eta}{n \cdot h} [\text{md}]$$

$$q \cdot \beta = 23,93 [\text{m}^3/\text{d}]$$

$$\eta = 2,77 [\text{cp}]$$

$$h = 11,5 [\text{m}]$$

$$n = 2,95$$

$$k_o = 41,6 [\text{md}].$$

From the described measurements of the relative permeability of rock samples we can conclude to the effective permeability of an oil-bearing formation, provided its saturation ratios are known. Several scientists, on the other hand, developed methods with which it is possible to determine the effective permeability of the drainage area of oil-producing wells (26, 27, 28). They are based on the fact that the rapidity of the pressure buildup within a well that is suddenly closed after a longer period of constant production, is directly influenced by the effective permeability of the rock to oil. According to the method developed by Miller, Dyes and Hutchinson, the pressure buildup within the well is diagrammed vs. the logarithm of the time t in minutes after closing the well. An example is given in fig. 13. It can be seen that the central series of measuring points lies on a straight line. It concludes from the mathematical derivation, the particulars of which we do not discuss here, that the

slope of the straight line $= n = \frac{p_2 - p_1}{\lg t_2 - \lg t_1}$ is connected with the effective permeability by the following equation:

$$k_0 = \frac{21.29 \cdot q \cdot \beta \cdot h}{n \cdot h} \quad (6)$$

where η is the oil viscosity under reservoir conditions in centipoises. $q \cdot \beta$ is the production rate in cubic meters per day under reservoir conditions, and h is the effective thickness of the oil producing formation in meters. For the example in fig. 13 for instance, we get an effective permeability of 41.6 millidarcies. For the purpose of comparison it may be mentioned that the absolute permeability of the rock in question is 250 md if measured with dry air.

With this, I have come to the end of my exposition. I hope I succeeded in showing you that Darcy's Law is used in manifold ways in the oil industry. We, too, determine with the aid of Darcy's Law the permeability of our oil- and gas-bearing formations in order to gain some ideas of the attainable production. We have, however, to alter Darcy's Law because of the non-homogeneous contents of our deposits which contain, besides oil, salt water and often free gas. We also have to consider the effective and the relative permeabilities. In many cases, the utility limits of Darcy's Law, too, must be taken into account. But in spite of all these difficulties, Darcy's Law represents one of the fundamental equations for the oil production, and the permeability defined by Darcy's Law is one of the most important properties of oil-bearing rocks.

REFERENCES

- (1) DARCY, H., *Les Fontaines publiques de la ville de Dijon*, Victor Dalmont, Paris, 9856.
- (2) MUSKAT, M., *Physical Principles of Oil Production*, McGraw-Hill Book Comp., New York/Toronto/London, 1949, p. 127.
- (3) KUNDT, A. and E. WARBURG, *Poggendorfs Ann. Physik*, **150**, 337, 525 (1875).
- (4) KLINKENBERG, L. J., *API Drilling and Production Practice*, 1941, p. 200.
- (5) v. ENGELHARDT, W. and W. TUNN, *Heidelberger Beiträge Mineral. Petrogr.* **4**, 12 (1954).
- (6) SCHMID, Chr. *Erdöl und Kohle* **9**, 73 (1956).
- (7) v. ENGELHARDT, W. and W. TUNN, *Producers Monthly*, **20**, nr. 7, 38 (1956).
- (8) MUSKAT, M., *Physical Principles of Oil Production*, McGraw-Hill Book Comp., New York/Toronto/London, 1949, p. 142.
- (9) LEVERETT, M. C., *Trans. AIME, Petroleum Development Technol.*, 149 (1939).
- (10) BOTSET, H. G., *AIME Trans.*, **136**, 91 (1940).
- (11) STANDING, M. B., *Volumetric and Phase Behavior of Oil Field Hydrocarbon Systems*, Reinhold Publ. Corp., New York, 1952, p. 8.
- (12) PURCELL, W. R., *J. Petroleum Technol.* **1**, 39 (1949).
- (13) RAPOPORT, L. A. and W. J. LEAS, *Petrol. Trans. AIME*, **192**, 83 (1951).
- (14) FATT, I. and H. DYKSTRA, *Petrol. Trans. AIME*, **192**, 249 (1951).
- (15) BURDINE, N. T., *Petrol. Trans. AIME*, **198**, 71 (1953).
- (16) OSOBA, J. S., J. G. RICHARDSON, J. K. KERVER, J. A. HAFFORD and P. M. BLAIR, *Petrol. Trans. AIME* **192**, 47 (1951).
- (17) CAUDLE, B. H., R. L. SLOBOD, E. R. BROWNSCOMBE, *Petrol. Trans. AIME*, **192**, 145 (1951).
- (18) MORSE, R. A., P. L. TERWILLIGER and S. T. YUSTER, *Producers Monthly* **9**, nr. 10, 19 (1947).
- (19) HASSLER, G. L., USA Patent 2345935.

- (²⁰) HENDERSON, J. H. and S. T. YUSTER, *Producers Monthly* **12**, nr. 3, 13 (1948).
- (²¹) MORGAN, F., J. M. McDOWELL and E. C. DOTY, *Petrol. Trans. AIME* **189**, 183 (1950).
- (²²) LAIRD, A. D. K. and J. A. PUTMANN, *Petrol. Trans. AIME* **192**, 275 (1951).
- (²³) COOMBER, S. E. and E. N. TIRATSOV, *J. Inst. Petroleum* **36**, 543 (1950).
- (²⁴) JOSENDAL, V. A., B. B. SANDIFORD and J. W. WILSON, *Petrol. Trans. AIME* **195**, 65 (1952).
- (²⁵) WHALEN, J. W., *J. Petroleum Technol.* **6**, nr. 9, 111 (1954).
- (²⁶) MILLER, C. C., A. B. DYES and C. A. HUTCHINSON, jr. *Petrol. Trans. AIME* **189**, 91 (1950).
- (²⁷) HORNER, D. R., *Proc. Third Wld. Petrol. Congr.*, Sect. II, p. 503, Leiden 1951.
- (²⁸) VAN EVERDINGEN, A. F., *Petrol. Trans. AIME* **198**, 171 (1953).

LABORATORY RESEARCH WITH GROUND-WATER MODELS

by

David K. TODD

Assistant Professor of Civil Engineering
University of California, Berkeley

Abstract

Ground-water flow may be investigated by analytic methods, field investigations, and model studies. Frequently, situations are not susceptible to direct analysis, whereas complete field investigations may be restricted by economic considerations; hence model studies can provide information not otherwise available. Several types of models have been utilized for ground-water study: sand, electrical, parallel plate, and membrane. Of these, only the sand model can be regarded as a true model involving only a scale reduction; the others are based on analogies to flow in porous media. Electrical models, of which there are several designs, are based upon the analogous flow of an electrical current; the parallel plate model depends upon the similarity of viscous fluid flow; and the membrane model relates the shape of a deflected membrane to a piezometric surface. Applications of the models to particular ground-water flows and aquifer boundary conditions are described.

Introduction

One problem continually facing hydrologists, engineers, and agriculturists is that of determining the changes which might occur in ground water when it is subjected to proposed engineering and agricultural developments. Changes of the ground-water flow, supply, distribution, and quality may determine the technical and/or economic feasibility of a planned project. Because of the usual impossibility of adequate field investigation and the frequent failure of analytic methods to reduce the complexities of actual situations, ground-water models can provide essential information. It is believed that the work by Forchheimer in 1898 at the Technical University of Gratz, on sand model studies of well flow was the first of its kind. Today, in hydraulic laboratories throughout the world, investigators recognize the advantages of models both as a research tool and as a means of solving and understanding field problems for ground-water investigations (^{7, 22, 32}).

Ground-water models can be grouped into three general types; sand, electrical, parallel plate, and membrane. Of these, only the sand model represents a true model in that both aquifer and model involve flow through porous media. The geometry of the aquifer, or prototype, situation is scaled down to laboratory size. It is impractical and undesirable to apply the same reductions to the individual grains of the aquifer, the essential feature being to maintain dynamic similarity in the model. The other model types are analogies of ground-water flow in that flow other than that through porous media occurs; however, kinematic and dynamic similarity exist on a macroscopic basis.

It is difficult to specify sizes and shapes of ground-water models. The particular purpose and type of model will determine these factors. The present discussion will be limited to models designed to represent aquifer boundaries. Impermeable strata or structures, water tables, the ground surface, bodies of surface water, and wells may act as aquifer boundaries. Models independent of such boundaries reduce to studies of the physics of porous media flow and hence are not of direct interest here.

A sizable body of knowledge pertaining to electrical models has been contributed for analysis of secondary recovery operations by the petroleum industry (^{21, 24}). Secondary recovery in petroleum production is oil obtained by injecting water into the oil-bearing strata through injection wells, thereby forcing the residual oil toward production wells. A similar procedure is followed to augment natural gas production. Electrical models, developed in petroleum research laboratories, have furnished information relating to efficiencies of various injection-production well patterns, injection rates and volumes, production-time curves, and other similar problems. This information is directly applicable also to ground-water hydrology, where it can be adapted to study a variety of well-flow problems.

Sand Models

Of all ground-water models, those made of sand have been most widely used. In effect a sand model is a scale model of an aquifer with the boundaries scaled down and the permeability—absolute value and spatial distribution—modified. Sand models have been constructed in water-tight boxes of various shapes—rectangular forms, columns, and sectors being most common. From the standpoint of aquifer types, unconfined aquifers can be modeled with the water table serving as the upper boundary; confined aquifers are reproduced by providing an impermeable cover over the sand model so that pressures can be applied.

Visual identification of a water table is difficult; consequently, water table and piezometric levels can be obtained best from piezometers tapped into the model exactly similar to prototype measurements obtained from observation wells. Piezometer tubes should be small in order to minimize modifications of the flow pattern during changes in hydrostatic pressures produced by volumes of water entering or leaving the piezometer. Then too, small tubes are more responsive to pressure changes than large ones.

For convenience the porous media in a sand model is usually a coarse sand which is packed to create a homogeneous and isotropic permeability. Ideally, portions of the actual aquifer would be preferable, but the problems of variable permeability as well as that of maintaining field permeabilities make model construction difficult. It is better, therefore, to study controlled idealized conditions and modify the results to fit field conditions. Sand should be placed in small quantities under water and compacted consistently to remove air and obtain a uniform permeability.

Capillary rise in a sand model is disproportionately large compared to that occurring under field conditions. For studies of flow patterns, especially those involving confined aquifers, the effects are unimportant; however, in unconfined aquifer investigations of seepage, drawdown to wells, and similar phenomena, corrections for the large capillary rise are required.

Because flows in both model and prototype are occurring in porous media, kinematic and dynamic similarity are obtained. Geometric similarity is defined by the model-prototype length ratio

$$L_r = L_m/L_p$$

where the subscripts r , m , and p refer to ratio, model, and prototype, respectively. Because Darcy's law applies to both model and prototype, the velocity ratio

$$\frac{v_m}{v_p} = \frac{K_m I_m}{K_p I_p}$$

where K is the coefficient of permeability and I is the hydraulic gradient. With similar slopes, the prototype velocity is given by

$$v_p = v_m/K_r$$

and the flow rate by

$$Q_p = Q_m/K_r L_r^2$$

Sand models have been employed for investigating almost every type of ground-water problem. The literature furnishes examples of applications for studying seepage through earth dams and from canals⁽³⁰⁾, ground-water movement⁽³⁸⁾, sea-water intrusion in coastal aquifers^(8, 17, 34), bank storage adjacent to streams, water spreading for ground-water recharge⁽³⁾, and flow to and from wells^(2, 5, 14, 16, 49). By adding dyes at various points in the sand, the flow field can be revealed by dye streams^(9, 26, 27, 36, 42). Potassium dichromate is an effective and convenient dye substance for this purpose.

Electrical Models

Both ground-water flow and the flow of an electric current satisfy the Laplace equation, leading to a direct correspondence between Ohm's law and Darcy's law. This similarity can be applied by constructing a model which reproduces ground-water boundaries and

measuring the electrical field produced by an applied voltage. A correspondence exists between head and voltage, hydraulic gradient and potential gradient, permeability and specific conductivity, equipotential lines of current and equipotential lines of flow, lines of current flow and streamlines. Electrical models are restricted to steady flows, and the simpler models assume homogeneous isotropic aquifers. The electrical analogy is effective with any substance which conducts electricity; liquids, gelatins, and solids have been successfully employed. Alternating current minimizes polarization.

The analogy of Ohm's to Darcy's law can be seen from Ohm's law where the flow of electric current I per unit area through a material of specific conductivity σ_0 is

$$I = -\sigma_0 dE/dx$$

where dE/dx is the voltage gradient. Comparing this with Darcy's law,

$$v = -\frac{k \rho g}{\mu} \frac{dh}{dx}$$

where v is velocity, k is permeability, g is gravity, ρ and μ are fluid density and viscosity, respectively, and dh/dx is the hydraulic gradient. For incompressible steady flow, it can be shown that both equations satisfy Laplace's equation and therefore have analogous flow fields for similar boundary conditions. Thus, the specific conductivity is related to the constant group of the permeability and fluid by

$$\sigma_0 = k \rho g / \mu$$

One limitation of electrical models is that there is no analogous force of gravity to produce a water table. Because the lines of current flow are automatically distributed over the entire model surface, it is necessary to determine the free surface boundary on a trial-and-error basis. Atmospheric pressure exists everywhere along the free water surface, so that the decrease in head must be proportional to the potential drop along this surface; hence this linear relationship can be used as the criteria for its location.

Electrical conduction models using solid conductors have been successfully constructed with thin metal sheets, carbon paper⁽⁵¹⁾, and graphite, among others. A current applied at boundary electrodes produces a potential drop throughout the conductor. Sheet monel is a desirable conductor material for representing two-dimensional flow. Wells can be formed by drilling small holes and inserting electrodes; copper bars serve as outer boundaries. Equipotential lines are plotted by measuring the voltage drop with a galvanometer at various points on the monel sheet, and, in addition, potential gradients can be determined by two probes separated by a constant distance.

A graphite model was constructed by Babbitt and Caldwell⁽²⁾ to study unconfined radial flow into a well. A rectangular sheet of pressed carbon was machined to form a narrow wedge representing a small sector of a radial flow pattern. A 6-volt storage battery supplied current to the conducting strips. A potentiometer connecting the anode and a steel probe on the carbon block enabled equipotential lines to be located. The free surface was approximated by marking the point on each equipotential line having the same ratio to the total drawdown as the corresponding voltage of the equipotential line to the total voltage drop. By cutting along this line and repeating the process until no further change was warranted, the final free surface was located.

For steady flows electrolytic models can aid in mapping flow fields of equipotential lines and streamlines^(46, 47). A simple model for this purpose consists of a shallow wooden tank filled with an electrolyte of low conductivity. A dilute copper sulfate solution will prove satisfactory. Electrodes are attached at the boundaries for the situation under study and lines of constant potential drop are traced by a probe attached to a pantograph and connected in a voltmeter circuit. By inserting a copper electrode into the electrolyte and connecting it as one of the boundaries, a well penetrating a uniform confined aquifer is represented with the equipotential lines analogous to contours of the piezometric surface. With several electrodes, a well field can be studied. In applications for the petroleum industry, injection and extraction wells are represented by electrodes attached to opposite sides of the transformer⁽²⁹⁾. Currents in each electrode are adjusted by suitable resistances to correspond to well flow rates. An identical setup could be used to study effects of recharge wells on

ground-water supplies. The electrolytic model is also adaptable to analysis of flow through porous media structures, such as earth dams, and of flow under masonry dams on pervious foundations. For the latter problem both equipotential lines and streamlines can be mapped directly. Thus, by attaching electrodes at the sides of the tank representing the streambed upstream and downstream from the base of the dam, equipotential lines beneath the dam are measured. Reversing the conducting and non-conducting surface, so that the base of the dam and the periphery of the tank other than the portions representing the streambed become the electrodes, the streamlines beneath the dam can be traced.

The above electrolytic models are restricted to two-dimensional representations; however, this limitation can be removed to study flow in aquifers of variable thickness^(33, 46). The bottom of the tank can be filled with paraffin and the configurations of the aquifer carved in reverse in the paraffin. When the tank is flooded with an electrolyte, the aquifer thickness is exactly modeled.

Gelatin models can be formed by adding small amounts of NaCl or CuSO_4 salt to a hot gelatin, and pouring it into a mold of the boundaries where it solidifies⁽²¹⁾. The ease with which the conducting gelatin can be shaped and formed in any desired manner is an important advantage. Then too, zones of different permeabilities can be simulated by sheets or inserts of gelatin containing appropriate salt concentrations. Variations in aquifer thickness with uniform permeability can be reproduced by corresponding variations in gelatin thickness.

An example of the gelatin model and its application is furnished by Opsal⁽³⁵⁾. Equal portions of gelatin and glycerin were added to water to form a gelatinous mass. Sodium chloride was added to increase conductivity, and beta naphthol to prevent decay of the solution. The fluid was poured into a cylindrical tank having sides of stainless steel and a nonconductive bottom. An alternating current was applied between the sides and a center well-probe; a voltmeter measured the drop between the cylindrical boundary and an insulated probe making contact with the gelatin only at its end. The model represented a well penetrating a confined aquifer. The investigation consisted of measurements taken in a radial vertical section to establish equipotential lines for wells penetrating different fractions of the aquifer. Tests were also made on a well sector model in which the gelatin was cut by a hot wire to determine the free surface surrounding a well in an unconfined aquifer. The gelatin could be melted and reused.

Color-tracer models have facilitated study of the displacement of an injected fluid in a petroleum reservoir⁽⁵⁰⁾. These are equally applicable for obtaining qualitative information regarding recharge wells. One type of model consisted of blotting paper saturated with phenolphthalein as an electrolyte⁽⁴⁸⁾. Small cylindrical negative electrodes represented injection wells; positive electrodes were producing wells. The advance of hydroxyl ions from the negative to positive electrode was indicated by a red color developing as the pH increased in the solution. The advancing color line corresponded to a two-dimensional fluid displacement and was recorded photographically.

A similar apparatus was built with an agar gelatin containing zinc-ammonium chloride⁽⁴⁾. Electrodes representing injection wells contained copper-ammonium chloride so that when a voltage was applied, copper ions replaced zinc ions and thereby created an advancing green front.

Parallel Plate Models

If a viscous liquid flows between two closely-spaced parallel plates forming a narrow channel, it can be shown to be analogous to that of ground-water flow in a two-dimensional cross-section of an aquifer. The first models of this type were developed by Hele-Shaw in England in 1897^(18, 19, 20) to demonstrate streamline flow patterns around variously shaped boundaries.

With laminar flow occurring between the parallel plates, it can be shown that the streamlines form a two-dimensional potential flow field. The derivation follows from the generalized Navier-Stokes equations of motion and appears in several fluid mechanics texts. For study

flow with the Dupuit-Forchheimer assumptions, the mean velocity of flow in the model is

$$v_m = - \frac{b^2 \rho_m g}{3 \mu_m} \frac{dh}{dx}$$

where b is the half-width of the channel; ρ_m , g , and μ_m are density, gravity, and viscosity, respectively; and dh/dx is the surface slope. The equation makes the analogy to Darcy's law apparent as well as indicating that the spacing and viscosity can be manipulated to correspond to any desired permeability. The velocity ratio

$$v_r = \frac{v_m}{v_p} = \frac{\rho_m b^2 \mu_p}{3 \mu_r k} = \frac{b^2 \rho_r}{3 k}$$

which, together with a given scale factor (length ratio) L_r of the model enables the time ratio to be found from

$$T_r = L_r / v$$

Models of this type are usually constructed from two pieces of plate glass spaced a fixed distance apart⁽⁴⁴⁾. Reservoirs are attached at each end to vary fluid levels as desired. Any of several oils function satisfactorily for the fluid; even water, for small spacings, will flow in the laminar range. A small amount of dye added to the fluid will sharply define the free surface for unconfined flows. Grid paper fastened to the back of the glass facilitates measurement of the free surface.

An important advantage of the model is that it enables unsteady flow problems involving complex mathematical solutions to be studied directly. Reservoir levels can be varied with time, while the associated free surface changes can be recorded by motion pictures. Because the plate spacing is related to permeability of an aquifer, any desired permeability variation can be introduced into the model by attaching thin laminated sheets at appropriate positions between the plates.

Flows in parallel plate models have been studied as analogies of steady and unsteady flows in confined and unconfined aquifers^(1, 12, 13, 41, 43). Particular applications include studies of sea-water intrusion⁽⁴⁰⁾, bank storage adjacent to flooding streams⁽⁴⁵⁾, seepage through earth dams⁽³¹⁾, subdrainage problems^(6, 25), and petroleum production^(23, 37). Of particular note are the parallel plate models built in The Netherlands to study hydrologic conditions bordering the Dutch coast^(10, 11, 28, 39, 40). These models combined the effects of sea water levels, rainfall, evaporation, fresh-water recharge to the dune areas, polder drainage, and well pumpage, enabling the ultimate equilibrium and water supply conditions to be determined.

Membrane Models

Another model analogy for ground-water flow, pointed out by Hansen⁽¹⁵⁾, can be constructed with a rubber membrane. It was shown that for small slopes the surface of a membrane can be expressed in cylindrical coordinates as

$$\frac{d^2 z}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dz}{dr} = - \frac{W}{T}$$

where dz is the deflection at a radial distance dr from a central deflecting point, W is the weight of the membrane per unit area, and T is a uniform tension. The Laplace equation in cylindrical coordinates can be expressed as

$$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

where h is the hydraulic head, r is the radial distance, and z is the vertical coordinate. For steady axially symmetrical flow of an incompressible fluid, it reduces to

$$\frac{d^2 h}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dh}{dr} = 0$$

which is applicable to well flow in an ideal confined aquifer and a good approximation for one in an unconfined aquifer without steep hydraulic gradients. It follows that the membrane equation approximates the Laplace equation as the right side of the membrane equation approaches zero.

To study the shape of a free surface around a well, a rubber membrane was clamped under uniform tension over a circular boundary in a horizontal position⁽¹⁵⁾. A central probe projected upward beneath the membrane surface. For a single well, it was found that the deflections closely approximated the theoretical semilogarithmic drawdown relationship. Systematic deviations due to gravity acting on the membrane were noted, and are to be expected because the term W/T could not be reduced to zero; however, it was suggested that placement of the membrane in a vertical plane would minimize this error.

Zee and others⁽⁵²⁾ combined the membrane and electrical analogies into one model to investigate flow to a well in an unconfined aquifer. An open-topped cylindrical aluminium tank served as the outer boundary, the floor was of plywood waterproofed with paraffin, a rubber membrane mounted on a brass ring was suspended over the tank, and the central well was formed by wrapping on a plastic rod a helix of nichrome wire. A water solution of acetic acid as the electrolyte in the tank was surveyed to measure the potential field around the well by a probe inserted through holes in the bottom of the tank. The membrane was connected to the central well to simulate the free surface and was adjusted to different levels for various test runs.

The membrane model has the advantages of simplicity and low cost. It is particularly adaptable to studies of multiple-well systems, where a group of probes deflecting the membrane could simulate a well field, and to effects of complex boundary conditions, controlled by the membrane frame, on the piezometric surface surrounding one or more wells.

REFERENCES

- (1) ARAVIN, V. I., 1941, Experimental investigation of unsteady flow of ground water, *Trans. Scientific Research Institute of Hydrotechnics, USSR*, v. 30, pp. 79-88.
- (2) BABBITT, H. E. and D. H. CALDWELL, 1948, The free surface around, and the interference between, gravity wells, *Univ. Illinois Engr. Exp. Sta. Bull.* 374, 60 pp.
- (3) BAUMANN, P., 1952, Ground-water movement controlled through spreading, *Trans. Amer. Soc. of Civil Engrs.*, v. 117, 1024-1074.
- (4) BOTSET, H. G., 1946, The electrolytic model and its application to the study of recovery problems, *Trans. Amer. Inst. and Metal. Engr.*, vol. 165, pp. 15-25.
- (5) BOULTON, N. S., 1951, The flow pattern near a gravity well in a uniform water-bearing medium, *Jour. Inst. of Civil Engrs.*, London, no. 10, pp. 534-550.
- (6) CASAGRANDE, A. and W. L. SHANNON, 1952, Base course drainage for airport pavements, *Trans. Amer. Soc. of Civil Engrs.*, v. 117, pp. 792-820.
- (7) DACHLER, R., 1936, *Grundwasserströmung*, J. Springer, Vienna, 141 pp.
- (8) d'ANDRIMONT, R., 1905, Note préliminaire sur une nouvelle méthode pour étudier expérimentalement l'allure des nappes aquifères dans les terrains perméables en petit, *Soc. Geol. Belgique Annales*, v. 32, Liège, pp. M115-M120.
- (9) d'ANDRIMONT, R., 1906, Sur la circulation de l'eau des nappes aquifères contenues dans des terrains perméables en petit, *Soc. Geol. Belgique Annales*, v. 33, Liège, pp. M21-M33.
- (10) DIETZ, D. N., 1941, Een modelproef ter bestudeering van niet-stationnaire bewegingen van het grondwater, *Water*, v. 25, no. 23, The Hague.
- (11) DIETZ, D. N., 1944, Ervaringen met modelonderzoek in de hydrologie, *Water*, v. 28, no. 3, The Hague, pp. 17-20.
- (12) GUNTHER, E., 1940, Lösung von Grundwasseraufgaben mit Hilfe der Strömung in dünnen Schichten, *Wasserkraft und Wasserwirtschaft*, v. 35, no. 3, pp. 49-55.
- (13) GUNTHER, E., 1940, Untersuchung von Grundwasserströmungen durch Analoge Strömungen zäher Flüssigkeiten, *Forschung aus dem Gebiete dem Ingenieurwesen*, v. 11, no. 2, pp. 76-88.
- (14) HALL, H. P., 1955, An investigation of steady flow toward a gravity well, *La Houille Blanche*, v. 10, pp. 8-35.
- (15) HANSEN, V. E., 1952, Complicated well problems solved by the membrane analogy, *Trans. Amer. Geophys. Union*, v. 33, no. 6, pp. 912-916.
- (16) HANSEN, V. E., 1953, Unconfined ground-water flow to multiple wells, *Trans. Amer. Soc. of Civil Engrs.*, v. 118, pp. 1098-1130.
- (17) HARDER, J. A., T. R. SIMPSON, L. K. LAU, F. L. HOTES, and P. H. MCGAUHEY, 1953, Laboratory research on sea water intrusion into fresh ground-water sources and methods of its prevention — *Final report, Sanitary Engineering Research Laboratory*, University of California, Berkeley, 68 pp.

- (18) HELE-SHAW, H. S., 1897, Experiments on the nature of the surface resistance in pipes and on ships, *Trans. Inst. Naval Architects*, v. 39, pp. 145-156.
- (19) HELE-SHAW, H. S., 1898, Investigation of the nature of surface resistance of water and of stream-line motion under certain experimental conditions, *Trans. Inst. Naval Architects*, v. 40, pp. 21-46.
- (20) HELE-SHAW, H. S., 1899, Stream-line motion of a viscous film, *Report of the 68th Meeting of the British Association for the Advancement of Science*, London, pp. 136-142.
- (21) HORNER, W. L. and W. A. BRUCE, 1950, *Electrical-model studies of secondary recovery, Secondary Recovery of Oil in the United States*, 2nd ed., pp. 195-203.
- (22) HUBBERT, M. K., 1937, Theory of scale models as applied to the study of geologic structures, *Bull. Geol. Soc. America*, v. 48, no. 10, pp. 1456-1520.
- (23) HUBBERT, M. K. 1953, Entrapment of petroleum under hydrodynamic conditions, *Bull. Amer. Assoc. Petroleum Geologists*, v. 37, no. 8, pp. 1954-2026.
- (24) HURST, W., 1941, Electrical models as an aid in visualizing flow in condensate reservoirs, *The Petroleum Engineer*, v. 12, no. 10, pp. 123-124, 127, 129.
- (25) KELLOGG, F. H., 1948, Investigation of drainage rates affecting the stability of earth dams, *Trans. Amer. Soc. of Civil Engineers*, v. 113, pp. 1261-1309.
- (26) KIRKHAM, D., 1939, Artificial drainage of land: Streamline experiments, the artesian basin - I, *Trans. Amer. Geophys. Union*, v. 20, pt. 4, pp. 677-680.
- (27) KIRKHAM, D., 1940, Pressure and streamline distribution in waterlogged land overlying an impervious layer, *Soil Sci. Soc. of Amer. Proc.*, v. 5, pp. 65-68.
- (28) KRUL, W. F. J. M. and F. A. LIEFRINCK, 1946, *Recent ground-water investigations in the Netherlands*, Elsevier Publishing Co., New York, 78 pp.
- (29) LEE, B. D., 1948, Potentiometric-model studies of fluid flow in petroleum reservoirs, *Trans. Amer. Inst. Min. and Metal. Engrs.*, v. 174, pp. 41-66.
- (30) MAVIS, F. T. and T. P. TSUI, 1939, Percolation and capillary movement of water through sand prisms, *Bull. 18, Univ. of Iowa Studies in Engineering*, Iowa City, 25 pp.
- (31) MIKHAILOV, G. K., 1956, On maximum gradients near drainage of earth dams, *Trans. Academy of Sciences, Division of Technical Sciences*, USSR, no. 2, pp. 109-112.
- (32) MUSKAT, M., 1937, *The flow of homogeneous fluids through porous media*, MacGraw-Hill, New York, 763 pp.
- (33) MUSKAT, M., 1949, The theory of potentiometric models, *Trans. Amer. Inst. Min. and Metal. Engrs.*, v. 179, pp. 216-221.
- (34) NOMITSU, T., Y. TOYOHARA, and R. KAMIMOTO, 1927, On the contact surface of fresh- and salt-water under the ground near a sandy sea-shore, *Memoirs of the Coll. of Sci., Kyoto Imperial Univ.*, Ser. A, v. 10, no. 7, pp. 279-302.
- (35) OPSAL, F. W., 1955, Analysis of two-and three-dimensional ground-water flow by electrical analogy, *The Trend in Engineering at the University of Washington*, v. 7, no. 2, Seattle, pp. 15-20, 32.
- (36) PENNING, J. M. K., 1915, *Grondwater stroombanen*, Amsterdam.
- (37) POLUBARINOVA-KOCHINA, P. J. and A. R. SHKRICH, 1954, On the problem of displacement of the oil-contour front, *Trans. Academy of Sciences, Div. of Technical Sciences*, USSR, no. 11, pp. 105-107.
- (38) POTTER, W. D. and M. V. BAKER, 1938, Some of the factors influencing the behavior of perched water-tables at the North Appalachian Experimental Watershed near Coshocton, Ohio, *Trans. Amer. Geophys. Union*, v. 19, pt. 1, pp. 393-402.
- (39) SANTING, G., 1951, Infiltratie en modelonderzoek, *Water*, v. 35, no. 21, pp. 234-238; v. 35, no. 22, pp. 243-246, The Hague.
- (40) SANTING, G., 1951, Modèle pour l'étude des problèmes de l'écoulement simultané des eaux souterraines douces et salées, *Intl. Assoc. of Hydrology, Intl. Union of Geodesy and Geophysics*, vol. 2, pp. 184-193.
- (41) SEMCHINOVA, M. M., 1953, Comparison of experimental data with theory for the case of unsteady flow located on a horizontal water table, *Inzhenerny Sbornik, Institute of Mechanics, Academy of Sciences, USSR*, v. 15, pp. 195-200.
- (42) STALLWORTH, T. W., 1950, Quickly constructed model facilitates seepage studies, *Civil Eng.*, v. 20, no. 7, pp. 45-46.
- (43) TODD, D. K., 1954, Unsteady flow in porous media by means of a Hele-Shaw viscous fluid model, *Amer. Geophysical Union Trans.*, v. 35, no. 6, pp. 905-916.
- (44) TODD, D. K., 1955, Flow in porous media studied in Hele-Shaw channel, *Civil Engineering*, v. 25, no. 2, p. 85.
- (45) TODD, D. K., 1955, Ground-water flow in relation to a flooding steam, *Proc. Amer. Soc. of Civil Engrs.*, v. 81, Sep. no. 628, 20 pp.
- (46) VREEDENBURGH, C. G. J., and O. STEVENS, 1936, Electric investigation of underground water flow nets, *Proc. Intl. Conf. Soil Mech. and Found. Engineering*, v. 1, Harvard Univ., Cambridge, Mass., pp. 219-222.
- (47) WOLF, A. 1948, Use of electrical models in study of secondary recovery projects, *The Oil and Gas Journal*, v. 46, no. 50, pp. 94-98.
- (48) WYCKOFF, R. D. and H. G. BOTSET, 1934, An experimental study of the motion of particles in systems of complex potential distribution, *Physics*, v. 5, no. 9, pp. 265-275.
- (49) WYCKOFF, R. D., H. G. BOTSET, and M. MUSKAT, 1932, Flow of liquids through porous media under the action of gravity, *Physics*, v. 3, no. 2, pp. 90-113.

- (⁵⁰) WYCKOFF, R. D., H. G. BOTSET, and M. MUSKAT, 1933, The mechanics of porous flow applied to water-flooding problems, *Trans. Amer. Inst. Min. and Metal. Eng.*, vol. 103, pp. 219-249.
- (⁵¹) WYCKOFF, R. D. and REED, D. W., 1935, Electrical conduction models for the solution of water seepage problems, *Physics*, v. 6, no. 12, pp. 395-401.
- (⁵²) ZEE, C. H., D. F. PETERSON, and R. O. BOCK, 1955, Flow into a well by electrical and membrane analogy, *Proc. Amer. Soc. of Civil Engr.*, v. 81, Sep. no. 817, 21 ppc

RHEOLOGY OF WATER IN SAND AND GRAVEL

by

Dr.-Ing. W. MERKEL

Beratender Ingenieur für Städtehygiene u. Wasserbau
Wiesbaden-Biebrich

My report contains results of qualitative physical studies which are to serve as stimulants for quantitative experiments and measuring tests. Personally I have undertaken experiments with viscous material only, e.g. with sewage sludge; however the knowledge gained thereby gives me courage to draw certain conclusions concerning conditions of flow of ground water.

As is known the power of adherence between water and quartz sand is even in the thinnest layer near to 1000 t/m^2 while the shear stress which causes a movement of ground water ranges only at a few kg/m^2 , that is to say at one millionth of the first mentioned figure. Thus it becomes clear that in conjunction with the surface tension of water the so-called capillary forces are very much predominant when compared with the greatly reduced gravitation from 1 : 100 to 1 : 1000 in the case of the general slope of the ground water flow.

When the ground water level in boreholes is to be measured there appear sometimes different levels in different layers located one above the other, if these layers contain different grain sizes. This also applies when no separating layers of clay are located in between.

If a lens of clay is embedded in gravel then the open water level in a borehole can differ above and below the lens of clay, even if the screening curve of the gravel is identical. Without doubt the pressure adjustment in ground water disperses considerably faster than the usual velocity of the current and yet considerably slower than per example in pipelines. From that we may conclude that ground water in fine-pored sand is elastic to a certain degree. When, however, we make an ordinary mechanical calculation we can assume that water in pipelines and gaps has neither a compressible nor expansible capacity.

Within the capillary margin this elasticity is easily understandable since the pores are partially filled with air. In closed ground water we probably have to give responsibility for the observed elasticity of the water to dissolved gases, enclosed air bubbles and finally also to the elasticity of the soil itself.

In theory an immeasurable small shear stress results in an immeasurable small movement. In practice a flowing movement is initiated only by a finite and not inconsiderable shear stress. It could be compared with the wheel of a railway carriage where a rolling movement starts as a result of an elastic impress on the rails only after overcoming the initial resistance.

On this occasion also, ground water shows an elastic changeability.

In nature the velocity of the ground water flow seldom decreases less than 3 to 4 meters daily. Where this applies medium velocities of varying layers are generally concerned; the coarser sand layers usually show a daily speed of more than 3 meters while the water remains completely still in the fine layers located in between.

The usual well formula which shows an intersecting line on the still water surface instead of an asymptomatic tangent may contradict the up to date physical conceptions, but is confirmed in practice inasmuch as the drawdown cone shows some kind of demarcation line similar to the scarp of a sand pit.

Beyond the peculiarities of the capillary force and the surface tension, already mentioned, there remains to be said that water flowing through a layer of sand produces an electric field. This knowledge is, just to give an example, applied in iron removal of drinking water. Such a filter works more quickly and effectively the greater the speed with which the water to be cleared of iron is urged through the filter.

It should not cause surprise that under these circumstances deviations from the Darcy Law occur. So far the deviations were mostly explained as turbulence phenomena, but this is not the case since the Reynolds number remains far below the critical limit.

Imagine a ground water field which at first lies completely still and has a horizontal surface; now slowly incline this ground water field in such a manner that a certain surface gradient is produced; now the following observations can be made :

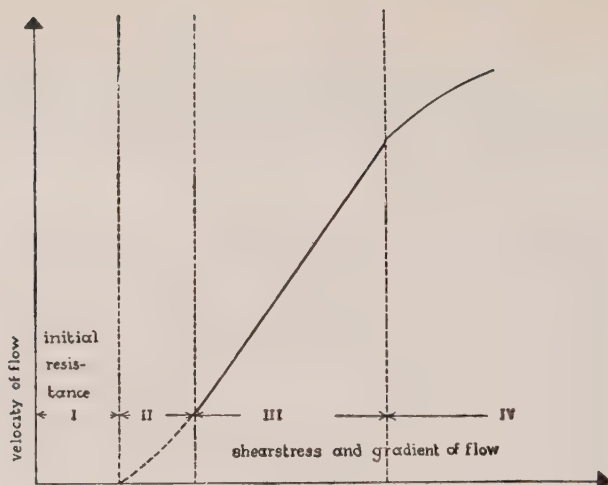


Fig. 1

Elastic section	Partial flow in ground water area	Undisturbed flow in ground water within limits of validity of the Darcy law	Increased resistance of flow on irregularities e.g. on tube wells
-----------------	-----------------------------------	---	---

With a very small gradient no current occurs but the shear stress produced by the surface incline is absorbed by the previously mentioned elasticity of the ground water. From a certain incline, or rather shear stress onwards the adhesive water is being gradually released so that the proportion of pore space circulated by water increases compared with the pore space circulated by water increases compared with the pore space remaining quiet. This is only possible up to a certain limit because, as mentioned previously, the adherence tension near grains of sand increases to the second and even third power. Only near irregularities i.e. drawdown cone of drilled wells, even the finest layers of sand can be circulated and eventually completely flowed through with water at a considerably increased shear stress; these same layers remain absolutely still in undisturbed ground water on account of their fine pores and consequently high adherence tension.

The following fact may serve as proof for the varying flow-through of soil layers and for completely quiet ground water lenses namely that sometimes the chemical quality in ground water differs greatly in the various layers (e.g. the contents of iron and carbon-dioxide).

Beyond the just mentioned limit there exists a zone of direct proportion between gradient and velocity of flow for a gradually increasing incline, as is usual according to the law of the laminar current. Within this sphere the Darcy Law is valid and within this sphere a certain coefficient of permeability (in Germany called k -value) can be calculated and proved.

At an increased gradient those resistances, growing to the second power of the current velocity increase. We must be aware that the individual water filaments by means of the pores are constantly being diverted, slowed down and speeded up again. The total of the acceleration pressure heads alone, however small these may be singly, will reach such an extent through the frequency of these diversions and accelerations that the hereby caused quadratic dependency of the flow gradient on the flow velocity predominates over the still proportionate frictional resistance of the laminar current. If one considers that the capillary tensions in a drawdown cone of a well or a series of wells exercise a not measurable counter effect; if one adds the additional flow-through of finest layers of sand and finally also the quadratic increasing flow-through resistances, then we attain the result of the well known irregularity in the relationship between flow velocity and apparent ground water gradient.

It is obvious that within a certain k -value, that is to say within a certain calculable ground water velocity, one can come nearer to the well the coarser the flooded pores of sand and gravel are and the flatter in proportion the drawdown cone is.

The observations show that there exists in every subsoil a certain optimal relationship between flow velocity and gradient of flow. I would like to call this optimal relationship «flow climate»; this flow climate is produced by temperature and viscosity, by the electrical conductivity of water, by the adherence tension on sand or gravel, by size of grain, form and chemical condition of the sand, etc.

Considering this variety of influences it is impossible to be able to record arithmetically the flow climate. In practice it is the general principle to work only empirically here. Considering that in two kinds of sand with an absolute identical screen curve the k -value can be reduced to $1/3$, by a clay portion of approximately 0.2% of the dried matter, it demonstrates what immense influence even inconsiderable differences of this flow climate may have.

Summarizing, the relationship between gradient and flow velocity can be divided into four sections. In the first section the initial resistance or the elasticity must be overcome. In this section the flow velocity remains at zero.

The second section is a transit stage which is sometimes only very brief. Here the single ground water filaments are gradually released with the increasing shear stress and start one after the other a current movement. It seems feasible that despite the very speedy pressure increase a certain time passes in the ground water within which the elasticity of the ground water or better the resistance of the adhesive water must be surmounted. In this second section we may therefore expect completely uncalculable irregularities.

In the third section we have, as has already been explained, an almost exact proportion between gradient of flow and flow velocity which can be calculated with the aid of the Darcy Law. A certain flow velocity is optimal for a certain flow climate. This is demonstrated by the fact that in dry and wet seasons generally only the ground water level changes within a certain ground water area but neither the ground water gradient nor the flow velocity.

In the fourth section we see a quadratic dependency between flow velocity and flow gradient. With careful observation this quadratic dependency can be fairly accurately calculated as long as ground water layers which so far remained still are not also gradually set moving by increasing velocity. The prerequisite for that is a fairly homogeneous sand structure. The described break-down of the flow conditions into four sections is also found in other matters, e.g. with viscous flushes for deep drilling, with the transportation via pipes of material rich in colloids, also when pumping sewage sludge, or when transporting by pneumatic or hydraulic means such goods as grain, roots, cement, etc. In connection with such goods the fourth field is generally not laminar but turbulent. However, the reaction on the flow curve with a quadratic dependency between velocity and gradient, i.e. loss of pressure, is the same. In the case of all those liquids, silts or sludges the most favourable point for the relation between used energy and pumping capacity lies at the lower end of the third pumping section, the so-called zone of proportionality. In technical science one applies this knowledge for a long time already, however on the basis of practical experiments, which in the rarest cases, only, were preceded by theoretical, physical studies.

Let me, finally, refer once more to ground water flow. The foregone explanations demonstrate why all tube wells show a certain upper limit of productivity which cannot be increased by means of deeper drawdown. On the other hand it should become clear upto what limit an arithmetic recording of irregular water movements can be tried and from what velocity onwards such a calculation becomes senseless and at the best can only be replaced by very numerous experiments.

FLUCTUATIONS DES NAPPES AQUIFERES DE TYPES DIVERS ET PARTICULIEREMENT DES NAPPES D'ALLUVIONS

par

G. TISON, jr.
Université de Gand

Introduction

Dans des publications précédentes, le Prof. L. J. Tison et nous-mêmes ⁽¹⁾, avons proposé une méthode analytique permettant l'étude des fluctuations de nappes aquifères étendues alimentées par des précipitations ou des recharges que nous appellerons « verticales » et évacuant leurs eaux vers des exutoires : sources, rivières, lacs ou mers. Nous admettions implicitement, comme on le verra dans le rapide rappel ci-dessous, que ces rivières ou mers ne pouvaient pas, du fait de leurs propres fluctuations, alimenter à leur tour les nappes étudiées. C'est là un premier type de nappes.

Mais de nombreuses autres nappes et tout spécialement les nappes d'alluvions, sont moins influencées par leur alimentation « verticale » que par les fluctuations des rivières, lacs ou mers auxquelles elles se rattachent. Dans ce cas les nappes peuvent, suivant les circonstances, alimenter la rivière ou être nourries par elle, mais ces alimentations sont du type que nous appellerons « horizontales ».

Les nappes de ce dernier type seront évidemment plus ou moins influencées par leur alimentation « verticale », mais cette influence sera d'autant plus réduite qu'on se rapprochera de la rivière « de base ».

Nous nous proposons dans la présente étude de rappeler rapidement nos résultats dans le cas d'une alimentation « verticale » et de nous étendre plus longuement sur les nappes du genre nappes d'alluvions. Nous essayerons même pour certains cas de combiner les influences des deux genres d'alimentation.

I. Fluctuations de nappes étendues alimentées par les précipitations (Rapide rappel de nos études précédentes)

1. *Rappels théoriques*

Si une nappe d'étendue S_1 et de hauteur h dans un terrain de porosité m' , reçoit un débit a et abandonne un débit q , on peut écrire, en posant $S_1 = S_1 m'$:

$$a = q + S_1 dh/dt \quad (1)$$

Si l'on suppose que le débit sortant varie linéairement avec la hauteur de la nappe on obtient $dq/dh = \beta$ (constante). D'autre part, le débit d'alimentation (précipitations diminuées de l'évaporation et de l'écoulement superficiel) pourra toujours être décomposé en une somme de sinusoides d'équation :

$$a = A_m + \sum a_m \sin \omega t \quad (2)$$

A_m étant le débit moyen entrant et a_m la demi-amplitude d'une quelconque des oscillations de période $T = 2\pi/\omega$.

Dans ces conditions l'intégration de l'équation (1) conduit à :

$$q = A_m + \sum q_m \sin (\omega t - \omega \tau) + \sum (q_0 - A_m + q_m \sin \omega \tau) e^{-\beta t/S_1} \quad (3)$$

(Les valeurs de τ et de q_m/a_m sont données au paragraphe 3.)

2. *Cas d'une dénivellation rapide (théoriquement instantanée) de la nappe*

Les troisièmes termes de l'équation (3) interviennent surtout dans le cas d'une nappe qui a subi une dénivellation assez importante par rapport à son niveau d'équilibre.

Nous avons traité un problème de ce genre dans notre publication de 1951^(1b). On en trouvera un autre exemple dans l'évolution d'une nappe aquifère de la région de Viri (Eastern Kutch) aux Indes⁽²⁾. Il se fait que les précipitations de cette région (10 à 14 pouces) sont concentrées dans le courant de juillet (fin juin et début d'août). Le reste de l'année, ces précipitations sont nulles ou se limitent à une petite pluie isolée.

Les pluies de juillet provoquent évidemment un relèvement brusque de la nappe, quasi instantané. La nappe drainée naturellement et rabattue par les pompages pour les besoins de l'irrigation s'abaisse alors au cours de l'année. On se trouve donc bien ici dans le cas exposé ci-dessus d'un relèvement brusque d'une nappe dont l'abaissement est alors soumis à une descente exponentielle comme le montre le troisième terme de l'équation (3) qui est ici le seul à exercer une influence.

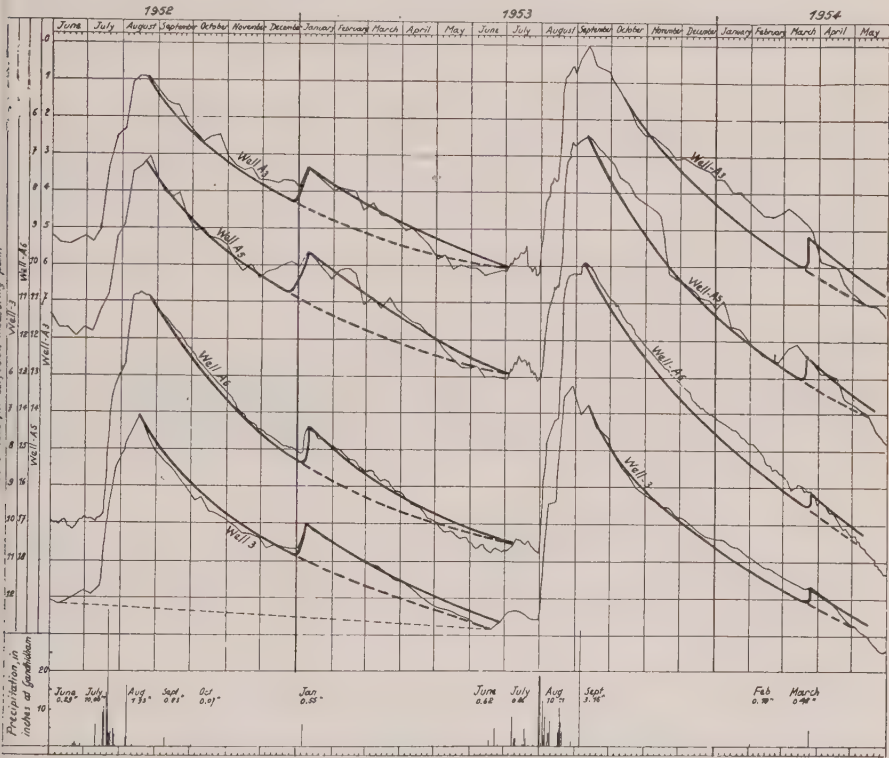


Fig. 1

La figure (1) reproduit en traits pleins minces la variation observée des niveaux de quatre puits de la région en question d'après une étude de G. C. Taylor Jr. et B. D. Pathak⁽²⁾.

Nous nous sommes proposés de voir dans quelle mesure ces variations obéissent à la théorie que nous avons exposée aux premiers paragraphes de cette étude.

Comme nous l'avons déjà dit, dans les conditions du problème, la variation de la hauteur de la nappe est donnée par la relation :

$$h = h_0 e^{-\beta t / S_1} \quad (4)$$

C'est ce que l'on peut obtenir en réduisant l'équation (3) à son seul troisième terme et en tenant compte de ce que $dq/dh = \beta$ (constante). Nous donnons les détails du calcul pour le puits 3 (Well 3) durant la période juillet 1952 à août 1953. (Les autres puits et périodes pourraient se traiter de la même façon). La variation du niveau du puits 3 est donnée par la courbe inférieure de la figure 1 mentionnée.

Nous avons choisi comme ligne de repère des h la droite joignant les points bas de la courbe des h en juin 1952 et juin 1953. A l'instant $t = 0$ (20 août 1952), h vaut h_0 soit 5 pieds. Il nous est difficile de déterminer séparément β et S_1 avec les données de l'auteur, mais l'un des points de la courbe observée montre que, par exemple, pour $t = 4$ mois, h vaut 1,8 pieds au-dessus de la ligne de repère.

De la relation :

$$h = h_0 e^{-\beta t / S_1} = 5 e^{-\beta t / S_1} \quad (5)$$

on déduit alors que β / S_1 vaut 0,26 (les unités étant le pied et le mois).

Cette valeur nous permet de calculer la courbe théorique de descente de la nappe qui a été tracée en trait fort continu jusqu'en janvier 1953, pointillé au delà.

En effet, le 6 janvier, une pluie exceptionnelle de 0,55'' relève à nouveau la nappe de 1 pied. Les ordonnées de la première courbe donnée par l'équation (5) devront donc être augmentées de :

$$h' = 1 \cdot e^{-0.20 t}$$

en prenant comme nouvelle origine des t , le 6 janvier 1953. C'est ce que donne la courbe en trait fort du 6 janvier à la fin juin 1953.

La courbe en trait fort d'août 1952 à fin juin 1953 est donc la courbe de descente calculée et on voit qu'elle coïncide quasi parfaitement avec la courbe observée, des différences de l'ordre de 6 cm au maximum ne se manifestant qu'en mai-juin 1953. Cette légère différence peut d'ailleurs s'expliquer car à cette époque de pleine végétation, à la fin de la période sèche, les épuisements pour les irrigations dépassent certainement la moyenne, provoquant une légère baisse supplémentaire.

Les courbes des autres puits ont été traitées en utilisant la valeur de β / S_1 déduite du puits 3 et on voit que la concordance est tout aussi excellente.

Nous estimons ces résultats intéressants, car la théorie ne permet pas seulement de prévoir la variation de la hauteur de la nappe une fois la cote maximum d'une année atteinte, mais elle donne également la possibilité d'étudier la variation de la nappe si, à la suite de l'exécution de certains travaux, on pouvait par exemple, à certain moment, provoquer une recharge artificielle de la nappe.

3. Fluctuations autour du niveau d'équilibre

Si on se place un temps assez long après une dénivellation rapide du genre de celle qui vient d'être étudiée, les troisièmes termes de l'équation (3) disparaissent en pratique.

Il est aisé de voir que les seconds termes de l'équation (3) s'obtiennent en décalant la sinusoïde d'alimentation correspondante d'un temps $\tau = 1/\omega \arctg \omega S_1/\beta$ tandis que l'amplitude est réduite dans le rapport $\alpha = \frac{q_m}{a_m} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 S_1^2/\beta^2}}$.

a) Fluctuations à longue période

Une application simple des considérations que nous venons de rappeler nous est fournie par la vallée de Santa Clara en Californie d'après les données de R. K. Linsley⁽³⁾.

La courbe supérieure de la figure (2) nous donne les variations des précipitations (moyennes décennales). Les différents points se situent approximativement sur une sinusoïde simple ayant une période de 16 ans. Suivant la théorie ci-dessus, les niveaux de la nappe se situeront sur une sinusoïde de même période mais décalée de τ qui vaut $T/4$ soit 4 ans dans ce cas, car $\arctg \omega S_1/\beta$ vaut sensiblement $\pi/2$ du fait de la grande valeur de S_1 .

Les variations observées sont reportées sur le diagramme inférieur de la figure (2) et concordent d'une façon très satisfaisante avec la sinusoïde calculée. (On se reportera à notre publication de 1951 pour les détails d'application).

Cette façon de procéder suppose évidemment que l'évaporation et le ruissellement varient, annuellement, proportionnellement aux précipitations, ce qui dans l'ensemble paraît admissible.

b) Fluctuations annuelles

La méthode que nous venons de rappeler se prête également à l'étude des fluctuations annuelles. Cependant, il n'est plus possible d'admettre dans ce cas que la part de l'évaporation

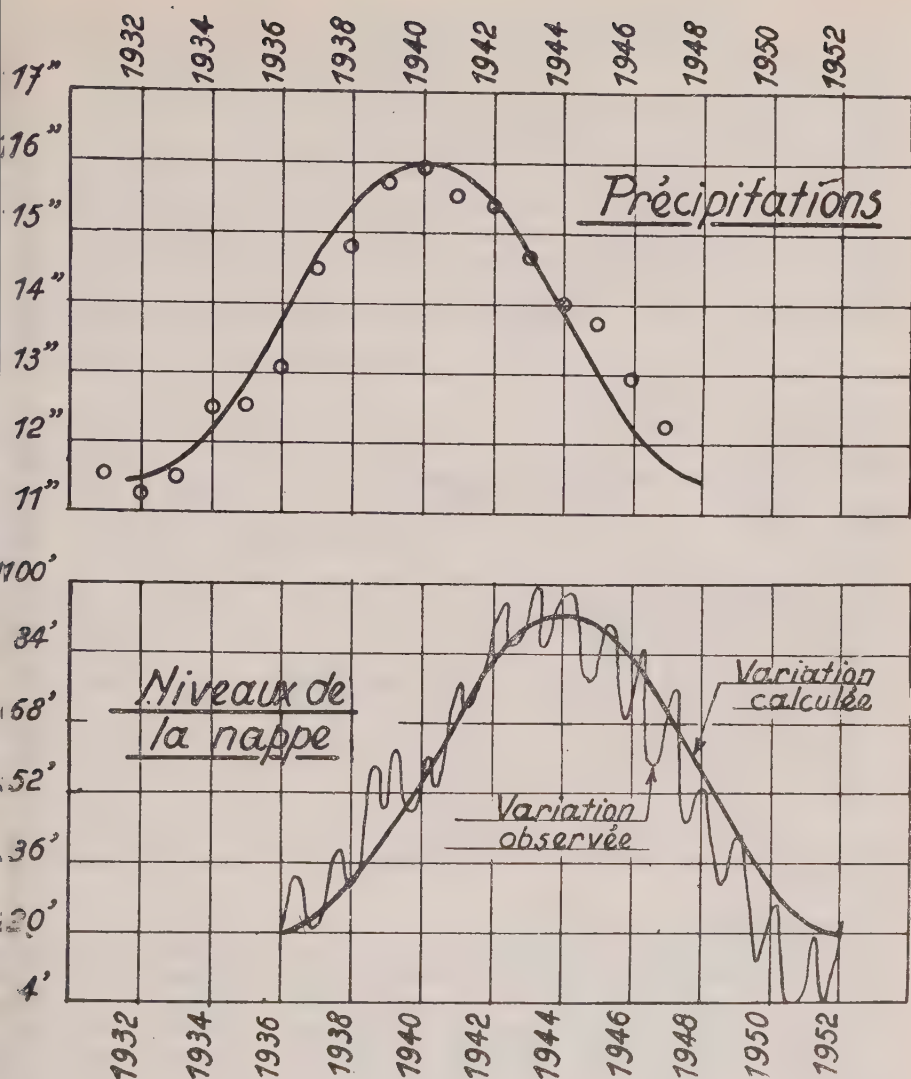


Fig. 2

et du ruissellement est proportionnelle aux précipitations. Il faut par conséquent faire intervenir pour l'alimentation de la nappe, les précipitations diminuées de l'évaporation et de l'écoulement superficiel. Il est assez rare de pouvoir disposer en même temps de tous ces renseignements.

Nous avons cependant pu établir cette courbe d'alimentation nette pour Rathenow d'après H. Keller. Les points se trouvent sensiblement sur une sinusoïde de période un an. Le retard à introduire vaut encore sensiblement $T/4$ soit trois mois. La courbe des débits q ou des hauteurs h de la nappe peut dès lors être déduite de celle de l'alimentation, celle-ci se construisant en retranchant l'évaporation des précipitations.

Le diagramme inférieur de la figure 3 montre une concordance très satisfaisante entre la courbe ainsi déduite et les observations de la nappe à Strubbergshof dans le voisinage

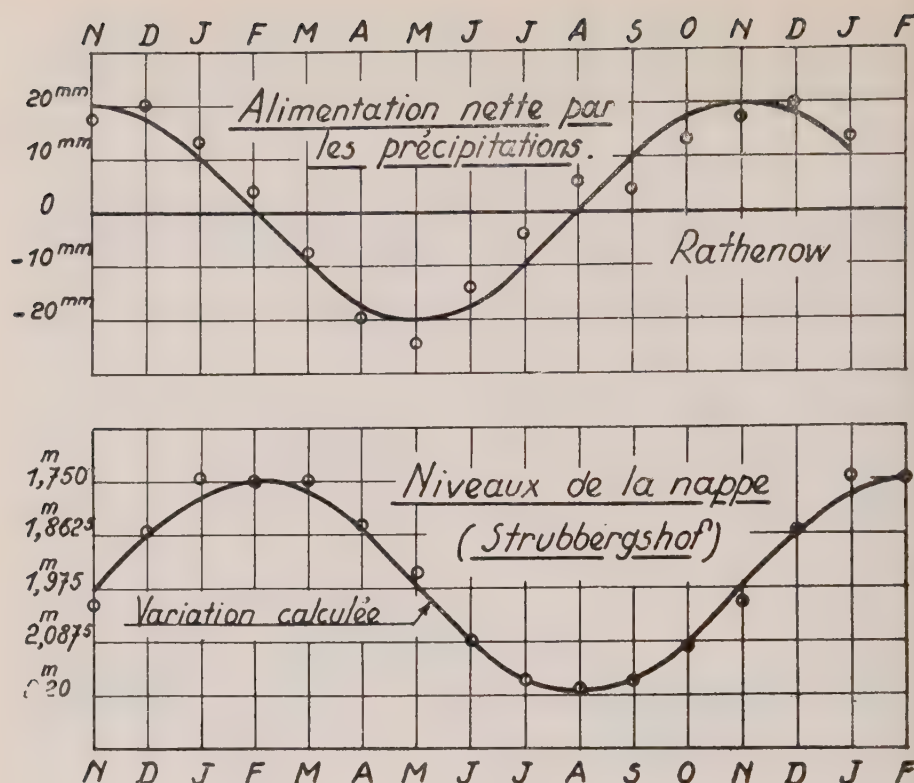


Fig. 3

immédiat de Rathenow (d'après Koehne⁽⁴⁾). On trouvera plus de détails à ce sujet dans notre publication Ib.

c) Approximation de la méthode

Nous insistons sur le fait que la méthode qui vient d'être exposée n'est qu'approximative et qu'elle traite la nappe aquifère comme un lac sans tenir compte de la nature spéciale de l'écoulement à l'intérieur de la nappe. On peut traiter le problème en faisant intervenir cet écoulement et en partant de l'équation générale du mouvement non permanent des nappes.

L'Institut Néerlandais pour l'Alimentation en Eau⁽⁵⁾ a réussi à traiter le problème en partant de cette équation (The effect of the yearly fluctuations in rainfall on the flow of ground-water from an extended area of recharge. Assemblée d'Oslo de l'Association Internationale d'Hydrologie. Compte Rendus. Tome III). La solution obtenue dans cette étude montre qu'en règle générale, les résultats obtenus pour le décalage dans la méthode simplifiée que nous exposons ci-dessus, peuvent être acceptés sauf dans la région au voisinage de la zone de décharge de la nappe où le décalage est plus faible.

II. Fluctuations des nappes aquifères, alimentées par des cours d'eau à niveau variable, ou les alimentant, et particulièrement des nappes d'alluvions

1. Solution du problème général

Nous considérons maintenant des nappes dont l'alimentation se fait latéralement par des cours d'eau où les hauteurs varient selon une loi que l'on peut assimiler grossièrement à une sinusoïde ou plus exactement remplacer par une somme de sinusoïdes.

Jacob⁽⁶⁾ et Ferris⁽⁷⁾ ont traité un problème analogue, notamment la propagation, dans une nappe, des fluctuations dues à la marée dans un cours d'eau.

L'équation différentielle du mouvement, en supposant qu'il ne se produise que dans les plans perpendiculaires à la rivière est donnée par :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{S}{Kb} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (6)$$

L'axe est dirigé normalement à la rivière. K signifie la perméabilité de la couche d'épaisseur b dont le coefficient d'emménagement est S .

Si d'autre part, dans le cours d'eau, la variation de la hauteur suit la loi :

$$h = h_0 \sin 2\pi t/T$$

(où h_0 est la demi-amplitude de l'oscillation dont la période est T), la solution de l'équation (6) en tenant compte des conditions aux limites est donnée par :

$$h = h_0 e^{-x\sqrt{\pi S/\pi k b}} \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - x\sqrt{\frac{\pi S}{T k b}}\right) \quad (7)$$

h signifie la hauteur variable dans un puits à une distance x . On peut en déduire que la vitesse de propagation d'une onde est donnée par :

$$V = \frac{2\pi/T}{\sqrt{\pi S/T k b}} = \sqrt{\frac{4\pi k b}{T S}} \quad (8)$$

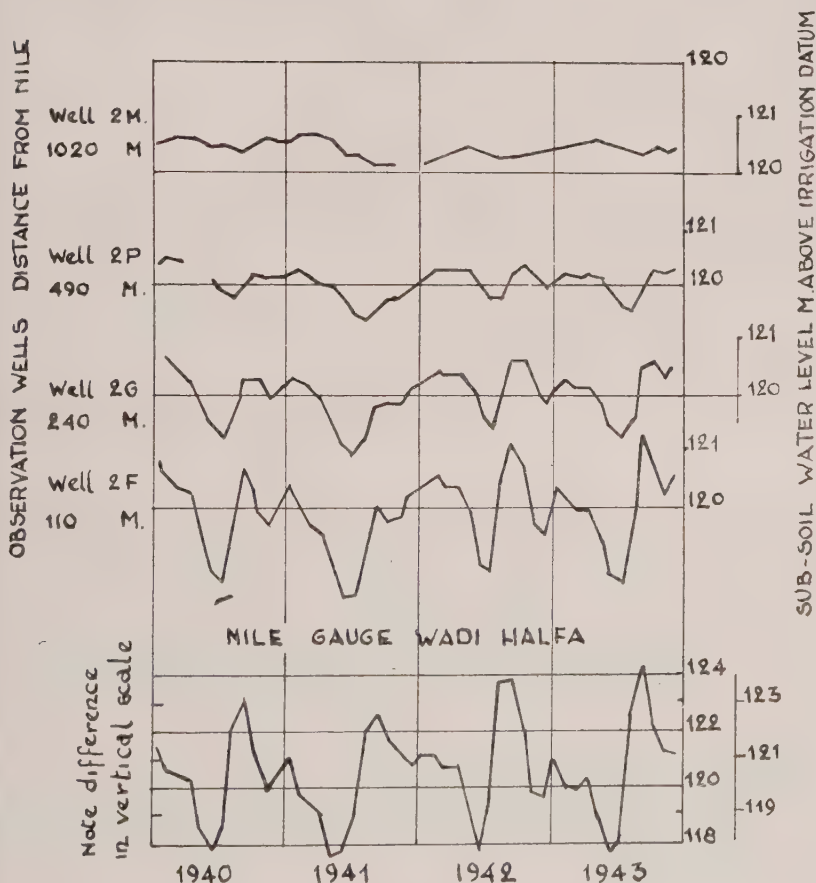


Fig. 4

2. Application à la nappe de la plaine du Nil

Un premier exemple d'application de cette théorie se rapporte aux fluctuations de la nappe dans la vallée du Nil près de Debeira. Nous avons trouvé les données de cette application dans une étude du Dr Herbert Greene ⁽⁸⁾ présentée au deuxième congrès de la commission internationale des irrigations et du drainage. Dans cette étude, l'auteur rendait compte des observations des fluctuations de niveaux dans des puits d'observation installés dans la vallée du Nil et les comparait aux variations du niveau du fleuve.

a) Les observations du Dr Greene sont représentées sur la figure (4). Le diagramme inférieur de cette figure donne les niveaux du Nil, tels qu'ils furent observés à Wadi Halfa. Les quatre autres courbes représentent les variations des niveaux dans des puits d'observation situés à des distances respectives de 110 m (2 F), 240 m (2 G), 490 m (2 P) et 1020 m (2 M) comptées à partir de la rive du Nil.

Une des conclusions du Dr Greene uniquement basée sur l'observation était que l'amplitude des fluctuations A_d dans les puits était reliée à l'amplitude A_0 de la fluctuation du fleuve par la relation :

$$\log A_d = \log A_0 - d \cdot 0.0016$$

d étant la distance à laquelle le puits se trouve de la rivière. Remarquons que les précipitations atmosphériques à Debeira sont complètement insignifiantes et atteignent au plus 25 mm par an, d'après « The Nile Basin » de Hurst et Philip ⁽⁹⁾. On peut donc admettre que l'alimentation de la nappe se fait uniquement latéralement et appliquer les considérations théoriques du début de ce chapitre. D'après la formule (7), on voit que la demi amplitude A_d de la fluctuation dans un puits à la distance d vaut :

$$A_d = A_0 e^{-d\sqrt{\pi S/Tkb}}$$

Ce qui peut encore s'écrire :

$$\log A_d = \log A_0 - d \sqrt{\frac{\pi S}{Tkb}} \log e \quad (7bis)$$

c'est-à-dire que cette expression déduite de considérations purement théoriques est identique à l'expression trouvée par voie expérimentale par le Dr Greene. Le résultat (7bis) suppose que la loi de variation du niveau du fleuve est sinusoïdale, ce qui n'est qu'assez grossièrement exact. On reviendra sur ce point plus loin.

On voit que $\sqrt{\pi S/Tkb} \log e$ vaut 0,0016 dans le cas envisagé, si bien que pour la période T d'une année, la valeur de S/kb est $1,6 \cdot 10^{-3}$ jour/m². La concordance des résultats théoriques et d'observation est des plus intéressantes.

b) On peut d'ailleurs déduire de la théorie d'autres résultats intéressants. Nous avons vu que, d'après l'équation (8), la vitesse de propagation de la crue dans la nappe aquifère vaut :

$$V = \sqrt{\frac{4\pi kb}{TS}} \quad \text{soit } 4,6 \text{ m/Jour.}$$

Le puits 2 F à 110 m du fleuve sera donc en décalage de phase sur les fluctuations de la rivière, ce décalage étant de $110/4,6$ soit 24 jours. Pour le puits 2 G à 240 m de la rivière, ce décalage sera de $240/4,6$ soit 52 jours. Pour le puits 2 P à 490 m on trouve $490/4,6$ soit 106 jours.

Les points les plus caractéristiques des fluctuations de la rivière, ceux qui se reproduisent chaque année avec le plus de régularité sont les minima qui se présentent vers le 1^{er} juin.

Avec les décalages calculés ci-dessus pour les divers puits, ces minima devraient se produire :

au puits 2 F vers le 1^{er} juillet.

au puits 2 G : vers le 1^{er} août.

au puits 2 P : vers le 15 septembre.

Or, ces dates concordent assez bien avec celles auxquelles on a constaté les minima à ces puits. Elles sont cependant un peu plus tardives que les dates constatées qui sont :

1^{er} juillet pour 2 F

fin juillet pour 2 G

1^{er} septembre pour 2 P.

On pourra d'ailleurs expliquer cette faible différence au paragraphe suivant.

L'auteur cité estime que les variations au puits 2 J sont influencées par les irrigations : il semble que déjà le puits 2 M subisse lui aussi une influence des canaux d'irrigations car, sous la seule action de la rivière, les minima devraient se présenter en décembre dans ce puits.

c) L'examen des diagrammes fait apparaître un fait assez singulier à première vue. Alors que les crues du fleuve font apparaître chaque année une double pointe dont la première est beaucoup plus développée que la seconde, les diagrammes des puits ne montrent guère de différence entre ces deux pointes. La théorie ci-dessus permet d'expliquer la raison de l'amortissement considérable de la première pointe; en effet, l'assimilation du diagramme des fluctuations du fleuve à une seule sinusoïde est très grossière : en fait, le diagramme relevé devrait être décomposé en une somme de sinusoïdes et chacune d'entre elles devrait être traitée comme il est dit au paragraphe 1 ci-dessus.

En d'autres termes, pour trouver la courbe des h de chaque puits, chacune des sinusoïdes devrait être décalée de $d \sqrt{TS/4\pi kb}$ et ses ordonnées devraient être réduites par multiplication par $e^{-d \sqrt{\pi S/Tkb}}$. Ainsi le diagramme du fleuve pourrait être décomposé assez approximativement en une sinusoïde de période d'un an avec ses minima vers le 1^{er} juin, comme on l'a déjà dit et une autre sinusoïde de période égale à six mois dont la demi-onde supérieure coïnciderait avec la première pointe annuelle du diagramme et la demi-onde inférieure avec le creux qui suit la première pointe (fig. 5).

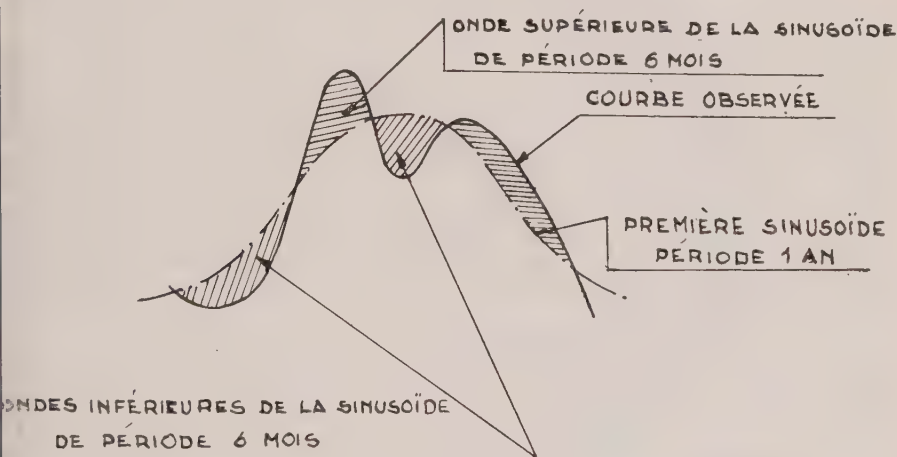


Fig. 5

Il est aisé de voir qu'en se propageant dans la nappe, les ordonnées de la première sinusoïde (de période un an) sont beaucoup moins réduites que celles de la deuxième sinusoïde (de période six mois) : le facteur de réduction est en effet $e^{-d \sqrt{\pi S/Tkb}}$ dans lequel T vaut 360 jours pour la première sinusoïde et 180 jours pour la seconde.

La première pointe, qui correspond au maximum de la sinusoïde de six mois, est donc réduite bien plus que la seconde, qui au contraire se trouve sensiblement sur la sinusoïde de 12 mois; ceci est conforme aux constatations.

Au point de vue de la vitesse de transmission, il faut remarquer que les ordonnées de la seconde sinusoïde, dont la période T n'est que de 6 mois, se transmettent plus rapidement que celles de la première dont la période est de 12 mois. Les pointes du diagramme se transmettent donc plus rapidement que ce qu'on pourrait appeler le « centre » de gravité de l'oscillation. Ceci explique les faibles écarts constatés au paragraphe précédent entre la théorie et l'observation.

d) On a trouvé au premier paragraphe que le S/kb des terrains de la vallée du Nil à Obeira vaut $1,6 \cdot 10^{-3}$.

Or, d'après Greene la valeur moyenne du coefficient de perméabilité k de ces terrains est d'environ 4 m/jour. Quant à S pour une nappe phréatique, il est de l'ordre de 0,20 (en fait, il varie avec la nature du terrain, mais dans de très faibles limites pour une nappe phréatique. L'épaisseur approximative moyenne de cette couche perméable doit donc être de :

$$b = \frac{0,20}{4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-3}} = 31 \text{ m.}$$

Au barrage d'Assouan, les relevés semblent en effet indiquer que l'épaisseur moyenne de ces dépôts est de l'ordre de 20 m, mais elle va en augmentant de part et d'autre du barrage.

3. Application à la nappe de la vallée de Meuse mitoyenne (aval de Maestricht)

a) Un autre exemple d'application des considérations théoriques relatives aux nappes d'alluvions nous est donné par les résultats des observations de la commission Hollando-belge pour l'étude de la canalisation de la Meuse mitoyenne⁽¹⁰⁾.

La figure (6) donne l'emplacement de puits d'observation de la nappe aquifère par



Fig. 6
Emplacement des puits 1A, 1 et 1B par rapport à la Meuse.

rapport à la Meuse, tandis que la figure (7) reproduit pour une période de quelques mois en 1910-1911, les variations du niveau de la Meuse et celles des 3 puits 1A, 1 et 1B dont les distances respectives à la Meuse sont de 700, 1.500 et 2.300 mètres.

Comme on l'a vu pour le cas du Nil, les fluctuations des niveaux des puits, en supposant qu'ils ne soient influencés que par la Meuse, peuvent se déduire des variations du niveau de cette dernière en utilisant la formule (7) dans laquelle interviennent les deux constantes S et k du terrain ou mieux le rapport S/k .

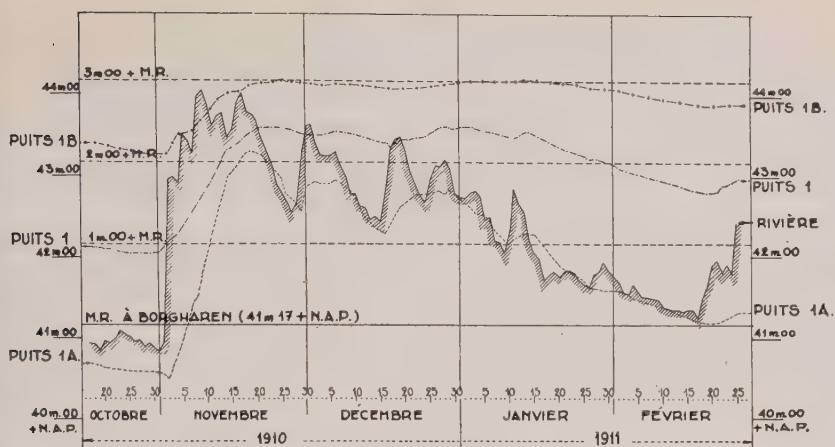


Fig. 7

Allure de la surface de la nappe aquifère, d'après les observations faites aux puits nos 1A, 1 et 1B, rive droite de la rivière, à Borgharen, durant la période 17 octobre - 28 février 1911.

Aucune détermination de ces constantes, ou de leur rapport, n'eut lieu dans la région des observations, mais on peut, comme on l'a fait ci-dessus pour le Nil, déduire la valeur de S/k soit de la comparaison de l'amplitude d'une fluctuation du fleuve à celle de la fluctuation correspondante d'un des puits, soit du décalage dans le temps de ces mêmes fluctuations. La valeur trouvée pour S/k permet alors d'étudier soit les autres fluctuations du même puits, soit les oscillations des niveaux des autres puits.

Les fluctuations très nettes et importantes du puits le plus rapproché de la Meuse 1A permettent une détermination assez précise de S/k . Les fluctuations des niveaux de la rivière ne sont qu'assez grossièrement sinusoïdales et elles sont de plus superposées à la descente continue de ce niveau après sa montée brusque du début de novembre; on pourrait d'ailleurs les décomposer en une série de sinusoides dont la superposition reproduirait la courbe observée.

Nous nous contenterons ici d'assimiler les courbes de variation de ces niveaux à des sinusoides évidemment superposées à la courbe de descente générale: nous négligerons les fluctuations de courte périodes (inférieures à quelques jours) car nous établirons ci-dessous que des ondes présentant semblables périodes sont pratiquement amorties dans la nappe aquifère, au moins aux distances du fleuve auxquelles se trouvent les puits.

b) Utilisons par exemple, l'amplitude de l'onde du début de décembre du puits 1A pour la détermination de S/k . Le rapport des amplitudes des fluctuations de la rivière et du puits est sensiblement 2. En d'autres termes $h/h_0 = 1/2$.

Il en résulte que :

$$ex\sqrt{\pi S/Tkb} = 2 \quad (9)$$

La distance x est de 700 m et la Période T est de 18 jours, tandis que l'épaisseur approximative de la nappe est de 10 m. En utilisant le mètre et la seconde comme unités, la formule (9) donne pour S/k la valeur 5. Cette valeur va nous permettre de déterminer le décalage dans le temps de l'onde du même puits par rapport à celle de la rivière (pour la même onde). En effet, la vitesse de propagation de l'onde pour cette période de 18 jours est donnée par (8), soit :

$$v = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi \cdot 10}{18 \cdot 86400 \cdot 5}} = 0.004 \text{ m/sec.}$$

Le puits 1A est donc atteint après $700/0,004$ soit 175.000 sec ou 2 jours. C'est ce que donne l'observation avec une approximation très grande (notamment pour le décalage des minima qui sont nettement marqués par l'observation).

Si la période est de 25 jours comme pour l'onde de novembre et celle de décembre-janvier, le rapport de l'amplitude de la fluctuation de la nappe par rapport à celle du fleuve déduite de la formule (7) est d'environ 0,55 au lieu d'être 1/2. Les ondes observées montrent en effet un rapport d'amplitude de cet ordre.

Quant au décalage des ondes du fleuve et du puits 1^A tant pour celles de novembre que pour celles à cheval sur décembre-janvier, il serait un peu supérieur à 2 jours ($2 \times \sqrt{25/18}$ soit 2,36 jours). Les fluctuations observées donnent bien un décalage de cet ordre, bien qu'il soit évidemment impossible de préciser la fraction de jour.

c) Nous disons ci-dessus que les ondes de courte période du fleuve sont pratiquement amorties au puits 1^A. La théorie exposée permet d'établir qu'il doit en être ainsi.

Si, par exemple, la période est de 3 jours au lieu de 18 comme pour l'onde faisant l'objet du calcul ci-dessus, l'application de la formule (7) montre que les amplitudes des oscillations du puits deviennent environ six fois plus petites que celles de la rivière. Une onde de 0,40 m d'amplitude à la rivière ne donne par conséquent que moins de 7 cm au puits; c'est-à-dire une légère brisure de l'allure générale (voir par exemple la pointe du 25 au 30 décembre). De même le décalage de ces ondes est beaucoup moins prononcé comme on peut immédiatement le déduire de la formule donnant la vitesse de propagation.

d) Pour les autres puits, les amplitudes se réduisent encore, tandis que les décalages augmentent du fait de l'accroissement de x . Ainsi pour le puits 1 la distance passant de 700 à 1.500 m, l'amplitude de l'onde à la rivière pour l'onde de 25 jours est réduite dans le rapport $e^{1500 \sqrt{\pi \cdot 5 / 25 \cdot 86400 \cdot 10}}$ soit 3,65. L'amplitude de l'onde de décembre-janvier à la rivière (environ 1 m) est par conséquent ramenée à 27 cm au puits, ce qui correspond bien aux données de l'observation.

Le décalage pour cette même onde, pour le puits 1 comparé au puits 1_A est augmenté dans le rapport des distances au fleuve ce qui donne $2,36 \times 1.500/700 = 5$ jours, ce qui est bien ce qui se produit, notamment pour les minima de cette onde.

e) Pour le puits 1^B à 2.300 m de la rivière, la réduction des amplitudes et l'augmentation des décalages doivent s'accroître, ce qui se vérifie encore, bien que le phénomène étudié soit ici fortement masqué par une autre action déjà perceptible au puits 1. La nappe n'est plus seulement influencée par la rivière, mais en s'éloignant de celle-ci elle l'est de plus en plus par les apports verticaux qui font sentir leur influence avec un décalage sensiblement égal au quart de la période pour une nappe très étendue. Le diagramme des pluies de novembre à janvier est reproduit par la figure (8) : dans les grandes lignes, il correspond à une période de 2 mois avec maximum au début de novembre et au commencement de janvier et avec minimum fin novembre. Le décalage de $T/4$ place donc les maxima dans la

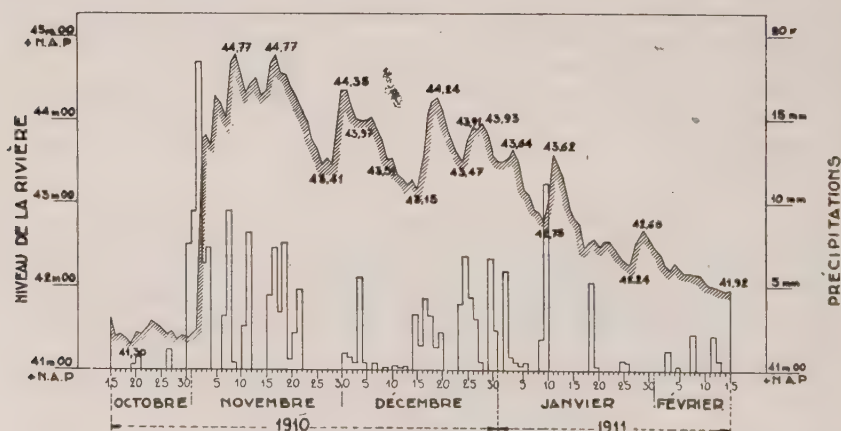


Fig. 8

Quantités d'eau tombée d'après les observations faites à l'Observatoire de Maestricht, et hauteurs d'eau constatées dans la rivière en cette ville, durant la période comprise entre le 15 octobre et le 15 février 1911.

seconde moitié de novembre et vers le 15 janvier, tandis que le minimum doit se montrer vers le 15 décembre. C'est bien ce que donne les observations du puits 1^B.

On peut se demander pourquoi les fluctuations du puits 1^B sont avant tout conditionnées par les variations des apports verticaux alors que celles du puits 1^A assez près de la rivière sont quasi uniquement influencées par les oscillations de celle-ci. La réponse à cette question ne peut pas être donnée par la théorie simplifiée des fluctuations par apports verticaux que nous avons rappelée au début de cet exposé, mais on la trouvera dans la théorie plus exacte que nous rappelons au paragraphe I.2.c).

Cette théorie ne se contente pas d'envisager la partie centrale de la nappe étendue comme nous l'avons fait implicitement en comparant cette nappe à un lac, mais elle étudie l'ensemble de la nappe avec ses bords. Si le résultat est identique au nôtre pour la partie centrale, il montre que pour les parties en bordure, le décalage dans le temps entre les fluctuations des apports et ceux de la nappe diminue de plus en plus en se rapprochant du bord où il est nul. De plus en bordure, les fluctuations dues aux apports verticaux diminuent rapidement. C'est ce qui explique que le puits 1^A, voisin du bord de la nappe (fleuve) est peu influencé par les apports verticaux et ne subit que les actions latérales à l'inverse de ce qui se passe pour le puits 1^B. Le puits 1 subit les deux influences.

BIBLIOGRAPHIE

- (1) a) L. J. TISON. — Fluctuations d'une nappe aquifère étendue. — *Comptes-Rendus de l'Assemblée de Bruxelles 1951 de l'Ass. Intern. d'Hydrologie*.
- b) G. TISON. — Nouvelles recherches sur les fluctuations des nappes aquifères. *Rapports et Comptes-rendus de l'Association Internationale d'Hydrologie scientifique*. Assemblée de Rome 1954.
- c) G. TISON. — Variations des nappes aquifères en zones arides et possibilité de prédiction de leurs niveaux. — UNESCO — Comité consultatif de recherches sur la zone aride — Neuvième session. — Université de l'Arizona, Ariz. (U. S. A.) 23 et 24 avril 1955 et New Mexico Institute of Mining and Technology à Socorro, N. M. (U. S. A.) — 5 Mai 1955.
- (2) G. C. TAYLOR et B. D. PATHAK — Geology and ground-water Ressources of the Anjar-Khedoi Region, Eastern Kutch (India). *Rapports et Comptes-Rendus de l'Association Internationale d'Hydrologie scientifique*. Assemblée de Rome 1954.
- (3) R. K. LINSLEY. — *Symposium sur l'hydrologie des Zones arides à Ankara*. Unesco.
- (4) Prof. W. KOEHNE. — *Grundwasserkunde*.
- Prof. W. KOEHNE. — *Beiträge zur Grundwasserkunde*.
- (5) Netherlands State Institute for Water Supply. — The effect of the yearly fluctuations in Rainfall on the flow of groundwater from an extended area of recharge. *Assoc. Intern. Hydr. Oslo 1948*. T. III.
- (6) JACOB. — The flow of Water in an Elastic Artesian Aquifer. *Trans. Amer. Geophysical Union*. 1940, p. 583. *Engineering Hydraulics* (J. Wiley).
- (7) J. FERRIS. — Cyclic fluctuations of Water level as a Basis for determining Aquifer Transmissibility. *Rapports et Comptes-Rendus de l'Association internationale d'hydrologie scientifique*. Assemblée de Bruxelles T. II, p. 158.
- (8) H. GREENE. — Movements of subsoil water near Debeira. *International Commission on irrigation and drainage*. Second Congress, Alger 1954.
- (9) HURST et PHILIP. — *The Nile Basin*, Vol. I, 1931.
- (10) Commission Hollando-Belge instituée en vue d'étudier la canalisation de la Meuse mitoyenne. — *Rapports sur les travaux de la commission - 1912*.

METHODES D'EXAMEN PHYSIQUE DU SOL ET DE DETERMINATION EXPERIMENTALE DE LA PERMEABILITE DU TERRAIN (VALEUR k)

par

SCHAD Rudolf
(Dipl.-Ing., Mannheim)

La connaissance de la perméabilité du sol est essentielle pour les calculs hydrologiques. La méthode classique obtient les valeurs de la perméabilité en profitant des observations faites pendant des essais de pompage. Ces essais doivent être de longue durée et à côté d'être très coûteux, ils comprennent plusieurs possibilités d'inexactitude. Il est, cependant, possible de déterminer la valeur k avec une exactitude satisfaisante au moyen d'échantillons du sol souterrain obtenus par des forages d'essai.

Pour la construction de nouvelles œuvres de captage d'eau souterraine par puits horizontaux ou verticaux il faut se procurer des informations suffisantes pour être à même d'évaluer la situation et les possibilités d'une réalisation du projet. Parfois on n'a pas beaucoup de temps à sa disposition. Pour des raisons compréhensibles le client demande souvent à l'ingénieur conseil ou à l'entrepreneur des garanties relatives au rendement des captages, sans connaître lui-même les détails importants.

Il est bien connu que les travaux hydrologiques préliminaires, s'ils sont exacts, exigent beaucoup de temps pour les forages d'essai, plus spécialement pour les essais de pompage, sans mentionner les études du terrain en général pour la détermination des écoulements souterrains. Etant moins théoricien que praticien, il m'est agréable de vous informer sur les expériences de plusieurs années de travail pratique avec un système déterminé d'études préliminaires. Il s'agit de la détermination de valeurs générales sur le rendement de la nappe souterraine. Je suis loin de prétendre qu'il s'agit de quelque chose de nouveau et je n'ignore pas les nombreux essais, les articles des revues professionnelles et de la littérature en général sur ce sujet. Ce sont les résultats obtenus dans la pratique qui m'ont donné l'idée de vous parler de notre système d'études préliminaires.

Presque toutes les méthodes de calcul et les formules connues pour la détermination de la capacité d'un puits individuel, d'une galerie, d'un champ de puits, d'un puits horizontal ou de plusieurs puits horizontaux se basent sur la perméabilité du sol, sur la valeur k . Cette dernière est généralement déterminée à l'aide de puits d'essai construits à une distance définie de puits d'observation préalablement exécutés pour l'observation de la nappe souterraine. On fait alors un essai de pompage avec observation à deux endroits de mesure et on continue l'essai jusqu'à ce que l'équilibre soit atteint, ou mieux on fait deux essais de débits différents avec deux endroits de mesure. Pour une orientation générale il suffit d'avoir deux puits d'observation pour la nappe souterraine, la plus proche à une distance de 5 à 10 mètres du puits pour permettre l'observation de la nappe souterraine dans la région laminaire d'écoulement. La deuxième serait placée à une distance de 10 à 20 mètres de la première.

Cependant, pour la détermination exacte de la perméabilité il faut six puits d'observation, disposés de manière que trois se trouvent toujours sur une ligne perpendiculaire à la ligne occupée par les trois autres. Cette méthode fournit six valeurs de k , dont on peut former la moyenne arithmétique, mais l'arrangement sur deux lignes à angle droit permet d'éliminer les influences du courant naturel sur la déclivité de la nappe. Il est donc désirable qu'une des deux enfilades soit parallèle au courant naturel, l'autre à angle droit. Les formules appliquées sont certainement connues.

Il y a des simplifications pour le calcul de la valeur k , qui se basent sur l'abaissement de la nappe dans le puits d'essai, appliquées spécialement quand l'abaissement est insignifiant et beaucoup plus petit que la couche d'eau. De toute façon, le puits d'essai devrait être un puits complet, c'est à dire un puits qui arrive au fond de la nappe souterraine.

Il n'est pas toujours facile de faire un tel puits, puisque cela demande certaines connaissances de la géologie, à savoir la connaissance de ce que l'on est arrivé au fond de la

nappe quand on a rencontré une couche imperméable. Il y a d'autres sources d'erreur pour les essais de pompage : des observations inexactes, de petits erreurs dans la mesure du niveau de la nappe et dans le nivellement peuvent porter préjudice aux résultats. D'autre part, la pratique nous montre que — malgré les suppositions de la théorie — le terrain, dont l'eau doit être capté, n'a pas de sédiments uniformes et je pense plus spécialement aux terrains thalassiques du Diluvium et de l'Aluvium composés de sable et de gravier. Examinant un terrain de 500 mètres de longueur sur 100 mètres de largeur, composé de sédiments récents de sable et de gravier du Rhin et situé dans le voisinage immédiat du fleuve, nous avons trouvé des perméabilités variant dans des proportions entre 1 et 100. Cette différence donne une idée de la valeur des essais de pompage. Il est impossible de constater définitivement si un puits d'essai se trouve ou non sur un endroit trop limité pour représenter la véritable perméabilité ou si ce puits se trouve dans un endroit d'une perméabilité exceptionnellement bonne ou mauvaise. Malgré toutes les précautions imaginables l'essai de pompage peut mener à de fausses conclusions.

L'abaissement provoqué par le pompage peut aussi résulter d'un faux calcul quand une forte variation de l'épaisseur de la nappe exerce une influence considérable sur la courbe de l'entonnoir d'abaissement (obtenue par mesure et servant de base pour la détermination de la valeur k). Parfois aussi on a dû constater des fautes commises lors de la construction de puits d'essai, soit des fautes causées par l'ignorance des qualités du terrain, soit des fautes de construction dans la séparation des divers étages de la nappe. De fausses conclusions sont aussi possibles si les niveaux d'eau trouvés lors des essais de pompage ne sont pas observés avec attention. Quand il y a une forte différence des niveaux de la nappe, il est bien possible que les essais de pompage provoquent une superposition, ce qui peut être la cause de faux calculs.

Il sera presque impossible de supprimer toutes ces erreurs, mais il y a une possibilité d'augmenter la probabilité et partant la validité des résultats. Cette augmentation de la probabilité est d'ailleurs tout ce qu'on peut atteindre dans la nature. La possibilité, dont je parle, consiste en des essais de pompage répétés. Les dépenses sont, cependant, presque toujours prohibitives et le temps disponible est parfois insuffisant, ce que nous avons déjà dit. D'autre part, j'ose dire que la méthode que nous employons, donne des résultats satisfaisants dans un temps relativement court.

Il est indispensable, en tout cas, de réaliser des forages d'essai dans le terrain prévu pour les travaux. Ces forages doivent fournir des informations utiles, utiles dans le sens que les diverses zones géologiques deviennent connues et que les caractéristiques des échantillons obtenus correspondent aux caractéristiques des zones. Il faut, cependant, attirer votre attention sur le fait que ces forages doivent être faits avec un diamètre de 300 ou de 350 mm. Il est souvent très difficile d'obtenir des échantillons purs; quand on emploie une pompe à gravier, il faut faire attention que les échantillons soient complets. On laisse tomber tout les matériaux obtenus par le forage dans un bac, y compris le matériau plus fin qui est de grande importance pour les analyses. Le matériel fin décante et il faut mélanger l'échantillon avant l'analyse. Pour les analyses on prépare des seaux fermés avec un contenu de 5 litres ou mieux de 10 litres.

La première analyse se fait suivant la méthode granulométrique. Suivant nos expériences il suffit d'employer des cribles avec une largeur des mailles comme suit : 0,2 - 0,5 - 1,0 - 3,0 - 5,0 - 7,0 - 15,0 - 30,0 mm. Les courbes obtenues sont marquées sur un système avec graduation logarithmique pour la grandeur des grains (en pourcent). Les allures des courbes permettent déjà certaines conclusions. Des courbes discontinues, c'est à dire des courbes obtenues avec un sable sans les dimensions de par exemple 1-5 mm, doivent être interprétées comme un signal d'alerte. Pour analyser les courbes on peut classer le matériel en trois catégories, à savoir gros, moyen en fin. Le facteur déterminant pour cette classification est le contenu en sable avec un diamètre de moins de 5 mm. Si ce type de matériau intervient pour 25 % au moins et si en outre il y a du gravier avec un diamètre de 30 mm ou plus, on parle d'un matériau gros. Un contenu en sable de moins de 5 mm d'environ 50 % — ce qui signifie une courbe presque diagonale — fait la catégorie moyenne. Le matériau est appelé fin quand le contenu en sable est de 75 % et plus et quand il y a aussi du sable d'un diamètre de 1 mm dans une proportion de 30 %, 50 % ou même plus.

Cette classification en trois catégories est suppléée par une autre classification. Les

chiffres de cette deuxième classification sont obtenus par des méthodes qui varient pour les trois catégories. Pour le matériel gros on divise le poids du matériel passé par le crible avec des mailles de 7 à 30 mm par le matériel passé par les cribles avec des mailles de 0 à 5 mm. Pour le matériel fin on divise le matériel passé par les mailles de 3 à 5 mm par le matériel passé par les mailles de 0 à 1 mm. Tous ces chiffres sont connus des analyses granulométriques précédentes. Quand la valeur du coefficient est en dessous de 1, le contenu de matériel fin est supérieur à celui des matériaux gros. Si le coefficient est 1 et plus, le pourcentage de matériel gros est plus important que le pourcentage de matériel fin.

Une autre valeur d'importance est le diamètre « effectif » des grains de sable. L'expression « d_i » signifie que i % du mélange sont plus petits que « d_i ». Dans cette classification l'expression « $d_{90} = 15$ » signifie que 90 % du mélange de sable et de gravier ont un diamètre inférieur à 15 mm. D'après HAZEN on emploie pour le calcul de la perméabilité un diamètre effectif de d_{10} . L'exemple $d_{10} = 3$ signifie que 10 % du mélange ont un diamètre de 3 mm et moins. — La valeur « k » d'après HAZEN équivaut donc à $0,00116 \frac{d_{10}^2}{\text{cm/sec}}$. Cette valeur vaut aussi seulement pour « l'inégalité » qui est inférieure à 5. Cette inégalité est dérivée du facteur d_{60} divisé par d_{10} . Il faut ajouter ici que la méthode de calcul de la valeur « k » suivant HAZEN fournit des résultats assez satisfaisants pour le matériel fin.

Il faut aussi considérer la forme des grains, s'il s'agit d'un grain sphérique, d'un grain de forme cubique ou prismatique, d'un grain équarri ou d'écailles plates. Sous des vitesses élevées les écailles plates ont la tendance de se tourner, de se poser l'une à côté de l'autre et de rendre le sous-sol imperméable.

Nous classifions suivant les tailles des grains :

Sable fin	0 - 0,2 mm
Sable moyen	0,2 - 1 mm
Sable gros	1 - 3 mm
Gravier fin	3 - 5 mm
Gravier moyen	5 - 30 mm
Gravier gros	30 - 100 mm

Cette classification facilite l'entente parmi les ingénieurs, et une application internationale serait souhaitable.

Ces analyses d'un caractère général sont suivies par des analyses en laboratoire. Ici la valeur « k » est déterminée dans un appareil avec un tube en verre de gros diamètre. Nous préférons le verre pour la meilleure observation des bords et des poches d'air et d'une filtration éventuelle de matériel liant. Dans ce verre on verse l'échantillon et on fait passer de l'eau. La valeur k représente la vitesse avec laquelle l'eau traverse une colonne de sol d'une longueur de 1 mètre avec une perte de pression entre l'entrée et la sortie de 1 mètre. Dans le laboratoire nous mesurons le débit d'eau à l'aide de compteurs très précis — préférablement avec des Rotamètres. La différence des pressions est obtenue par un tube en U, et finalement il faut mesurer la hauteur de l'échantillon du sol. La section de ce dernier est déjà déterminée par le diamètre du verre qui sera de 15 cm ou plus et naturellement invariable. La valeur k sera égale à Q en cm^3/sec divisé par la section f en cm^2 , multipliée par la longueur en cm de l'échantillon de sol, le produit étant divisé par la différence des pressions.

$$k = \frac{Q}{f} \cdot \frac{\Delta l}{\Delta h}$$

Il est essentiel d'éliminer toutes les poches d'air qui peuvent se former quand l'échantillon est versé dans le verre. Si l'on fait passer l'eau de bas en haut elle arrache l'air, que l'on peut séparer à un point élevé. Puis on réalise les essais en laissant couler l'eau de haut en bas. Ces essais dans l'appareil ne donneront pas une perméabilité équivalant à la perméabilité du matériau dans son environnement naturel, parce que dans la nature le matériau est plus compact. Nous devons donc faire un second essai en secouant le matériau fortement dans l'appareil de passage, et nous obtiendrons une valeur de perméabilité plus ou moins inférieure à la valeur obtenue la première fois. Il faut, cependant, se rendre compte de ce que le matériau du sol naturel gisait depuis des milliers d'années et que les secousses ne peuvent pas imiter cette situation. La vraie perméabilité du sol sera probablement entre les deux

valeurs de k obtenues par expérience. Il est intéressant de savoir que la différence entre les deux valeurs est relativement petite s'il s'agit de gravier gros, tandis qu'elle est grande chez les sables fins. Dans le premier cas les proportions sont à peu près 1 : 1,5 tandis que pour les dépôts épais et meubles elles peuvent être de 1 : 3.

Suit la détermination de la porosité, qui est une indication du contenu d'eau du sol. On peut définir le volume « n » qui correspond au volume des pores divisé par le volume de l'échantillon entier. Le chiffre E correspond au volume des pores divisé par le volume des matières solides. Pour ces mesures on verse de l'eau sur l'échantillon (sec depuis l'analyse granulométrique) en prenant la quantité déterminée d'un vase gradué.

Puis nous nous mettons à déterminer l'élévation capillaire de l'eau dans le spécimen sous examen, ce qui nous fournira une indication de la résistance offerte par le sol à l'égouttage. Les sables fins ont la plus grande capacité pour absorber de l'eau et leur résistance est par exemple très grande. L'élévation capillaire est exprimée en centimètres d'eau. Un échantillon du sol est mis dans un récipient avec un volume d'environ un litre et saturé d'eau. Puis on soutire l'eau à la sole en employant par exemple une pompe par jet d'eau. Un manomètre — préféablement en U rempli d'eau ou d'un autre liquide dont le poids spécifique est connu — est consulté pour connaître la différence de pressions qui correspond à l'élévation capillaire et indique le maximum immédiatement avant le détachement de la colonne d'eau, une valeur très importante pour l'évaluation des qualités du sol.

Il est aussi intéressant de connaître la vitesse à laquelle l'eau commence à arracher les plus petits grains de sable. Après avoir déterminé la valeur k , on augmente la différence de pressions et le débit et on regarde l'eau à la sortie où elle doit passer par un espace de sédimentation en verre et d'une section transversale assez grande. La vitesse, sous laquelle les premiers grains déposent dans le verre, est la vitesse intéressante pour la construction de puits. C'est proprement la vitesse qu'il ne faut pas atteindre et au-dessous de laquelle il y a une zone de sûreté qu'il faut respecter. Un puits peut être libre de sable seulement quand le diamètre de la perforation est suffisamment large et le débit par unité de surface de la chemise du puits suffisamment petit pour garantir une vitesse considérablement inférieure à la vitesse d'entraînement.

Si le matériau analysé contient des matières très fines d'un diamètre de moins de 0,2 mm, il est recommandé de séparer ces matières par dégorgeement et de les regarder sous le microscope pour constater s'il y a des matières d'une épaisseur de 1/1000 mm ou moins.

Ces matières minuscules sont de très grande importance pour le coefficient de perméabilité parce que le moindre pourcentage peut le modifier considérablement (p.e. 10 % de 1 et 2 % de moins de 0,2 mm de la quantité totale).

Les examens de spécimens obtenus dans des profondeurs différentes donnent des résultats, qui comparés entre eux et avec d'autres valeurs connues, permettent des conclusions sur la possibilité de capter l'eau de la nappe souterraine ou l'eau d'infiltration. En outre, les examens sont moins coûteux et plus brefs qu'on croyait et ils sont définitivement plus favorables que les essais de pompage. Il va sans dire qu'un puits d'essai est indispensable pour un grand projet de captation et il n'est pas recommandé de supprimer un tel puits. Il permet une analyse de la qualité de l'eau et le coefficient de perméabilité obtenu lors de l'essai de pompage devra confirmer la moyenne des valeurs obtenues dans le laboratoire.

Terminant je voudrais affirmer que les résultats de la pratique ont prouvé que la méthode décrite donne satisfaction. Voilà trois exemples :

Lors de la construction d'un puits horizontal avec un rendement horaire de 300 m³, la valeur k qui variait d'une zone de profondeur à l'autre, indiquait la position la plus favorable pour les tuyaux horizontaux. La moyenne arithmétique de diverses valeurs de k ou plutôt la moyenne rectifiée, était à peu près égale à 0,7 mm/s ($0,7 \times 10^{-3}$ m/sec). Les valeurs de k obtenues par le puits d'essai étaient 0,74/0,57/0,76/0,83/0,40 mm, la moyenne donc 0,67. Cette valeur en laboratoire a permis de prédire (suivant la construction projetée) un abaissement du puits de 2,40 mètres, et l'abaissement effectif était de l'ordre de 2,20 mètres. Cette précision est satisfaisante. Dans un autre cas plus de 200 échantillons furent examinés. Comme nous l'avons déjà dit, les résultats montrèrent des variations de la perméabilité en proportion entre 1 et 100. Il s'agissait de la construction de trois puits horizontaux, chacun avec un rendement horaire de 2000 m³. La perméabilité moyenne des échantillons était en quelque sorte rapprochée des valeurs obtenues par les

essais de pompage. En fonction du rendement désiré et de l'abaissement, calculés sur la base des valeurs individuelles du laboratoire, les écarts étaient, cependant, inférieurs à 10 %.

Dans le dernier cas, des échantillons provenant d'une profondeur de 40 mètres — il s'agissait d'un projet à l'étranger — menèrent à la conclusion que la perméabilité se limitait à 10 % de la valeur prétendue. Cette conclusion était entièrement contraire à l'opinion qui régna alors dans les cercles qui s'occupèrent du projet. On construisit un puits d'essai avec des forages pour l'observation, on fit des essais de pompage, et 3 ou 4 mois plus tard les résultats de ces efforts confirmèrent les petites valeurs obtenues dans le laboratoire. Les dépenses des essais de pompage et des forages étaient 500 à 600 fois plus élevées que les dépenses des examens en laboratoire.

La méthode relativement simple a donc donné satisfaction. Elle est applicable et donne des résultats utiles; les possibilités d'erreur mentionnées plus haut ont pratiquement été supprimées par le grand nombre d'essais réalisés.

USE OF NUMERICAL METHODS FOR ANALYZING DATA ON GROUND WATER LEVELS ⁽¹⁾

by

R. W. STALLMAN ⁽²⁾

Abstract

In analyzing water-level data collected over a large area, particular solutions of the basic differential equations of ground-water flow become impractical if the boundary conditions or aquifer characteristics are complex functions of space and time. The analysis becomes practicable, however, if finite-difference approximations or general solutions of the differential equations are employed. Methods of computing the hydrologic properties of an aquifer, using water-level data collected at widely spaced points, are given for both homogeneous and nonhomogeneous aquifers. The methods are based on simultaneous solution of a set of equations constructed from observed data. Although both direct and least-squares solutions can be used, the least-squares methods result in more reasonable findings, probably because vagaries in the data available are resolved to mean values. The analytical methods described should prove valuable in determining the regional ground-water hydrology from water-level data.

Introduction

The academic foundation of the engineering techniques used in modern studies of ground-water hydrology was developed by Darcy and Boussinesq. Their work was done far in advance of today's comparatively general need for engineering estimates related to the availability of ground water. In the wake of their published work, others have applied their basic concepts to build the wealth of quantitative analytical methods now used by hydrologists around the world. Fundamentally these methods are all founded on a common approach in which selected analytical equations are used either to compute the hydrologic properties of the water-bearing formation or to predict the relationship of head versus discharge. These data are valuable for describing the water-bearing potentialities of a formation in quantitative terms so that it may be compared with another formation, and are also an aid to the location and economical design of well fields or other systems for pumping or recharging ground water.

Most of the analytical equations commonly used for determining hydrologic constants are solutions to relatively simple differential equations and account for equally simple boundary conditions. In applying the analytical equations to field problems, the inevitably more complex boundary conditions evident from studies of the areal geology must be idealized so as to fit the comparatively elementary geometric forms assumed in deriving the analytical expressions. For many problems, this approach yields usable estimates of the hydrologic constants in the vicinity of test facilities, such as pumping wells and surface streams. However, in this approach, quantitative study of the hydrologic properties of the water-bearing formation is limited by the availability of suitable testing facilities. Because testing consists in part of observing water-level changes, the test facilities, to be of use in quantitative studies, must generally be of such size that measurable changes can be induced over a rather large area in a reasonably short time. Unfortunately, in most areas of interest, facilities meeting these qualifications are either concentrated in a small segment of the formation, or do not exist. Construction of the required facilities for testing purposes usually is not economically feasible. In order to obtain quantitative data on the hydrologic constants over an entire formation, it appears evident that this approach must be augmented by others which will (1) sample larger areas; (2) provide more detail on the nonhomogeneous formations; (3) apply to more general conditions than are covered by the analytical equations now used;

⁽¹⁾ Publication authorized by Director, U. S. Geological Survey.

⁽²⁾ Hydraulic Engineer, U. S. Geological Survey, Washington, D. C.

(4) utilize data easily obtained at low cost and already abundantly available for many areas and, (5) employ analytical processes that can be reduced to routine computations.

Many of the limitations on present quantitative techniques seem to result directly or indirectly from the difficulty of finding analytical solutions to the differential equations describing the more complex ground-water flow systems. Thus it appears likely that some of the restrictions on solving the more complex problems might be reduced or eliminated by devising methods of analysis that employ the differential equations in such a way that quantitative results can be obtained without recourse to the presently accepted rigorous solutions.

The finite-difference equation as an analytical expression

In ground-water hydrology, differential equations are used for describing the continuity of water movement and for relating head changes to the hydrologic constants of the water-bearing formation. For example, the equation

$$mP (\partial^2 h / \partial x^2 + \partial^2 h / \partial y^2) = -W \quad (1)$$

(where m is the saturated thickness of the water-bearing formation, P is the coefficient of permeability, W is the rate of recharge, and h is head) simply states that the net change in the rate at which water moves past point x, y equals the rate of recharge at that point. By inference, equation (1) applies only for the equilibrium state, and only if the thickness m is constant at x, y . Equation (1) can be rewritten as

$$\partial^2 h / \partial x^2 + \partial^2 h / \partial y^2 = -W / mP \quad (2)$$

in which the hydrologic constants are grouped more clearly to show their relation to the configuration of the piezometric surface. It is evident that the W/mP term can be evaluated simply from observations on the piezometric surface, and that, in addition, one measurement of velocity at x, y should suffice for estimating P .

Although the numerical value of the left side of equation (1) cannot be obtained from field measurements at a point on the piezometric surface, the mechanism for estimating its value from observations at several points has been described by Southwell (1946). In order to reconcile Southwell's approach with the mathematical concept of a point, one need only visualize a point as a small area of length and width such that it is insignificant in size compared with the size of the flow field. Thus the mathematical concept of a point might be revised

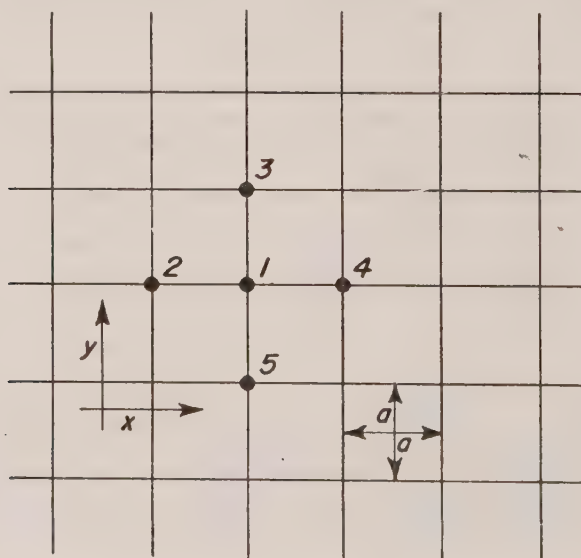


Fig. 1
Finite-difference grid on flow field.

to include finite-dimensional size. Accepting this revision as an approximation leads directly to conversion of the differential equation to a finite-difference equation.

As an example, note the rectangular grid over a portion of the flow field as shown on figure 1. The subdivisions are equally spaced in both directions. It is assumed that the head values are known at nodes 1 to 5. From Southwell (1946, p. 19):

$$\partial^2 h / \partial x^2 \approx \frac{h_2 + h_4 - 2h_1}{a^2} \quad (3)$$

and

$$\partial^2 h / \partial y^2 \approx \frac{h_3 + h_5 - 2h_1}{a^2} \quad (3a)$$

Equations (3) and (3a) may be substituted in equation (2) to form the finite-difference equation:

$$h_2 + h_3 + h_4 + h_5 - 4h_1 \approx \frac{-a^2 W}{mP} \quad (4)$$

Southwell's interest was focused on determining, in this type of problem, the head distribution within a given area for given boundary conditions, where the term $a^2 W / mP$ is known. To some extent this approach parallels the procedure of applying analytical expressions to find h as a function of the space coordinates when W / mP is known. Conversely, values of the hydrologic coefficient W / mP can be found by the relaxation or numerical methods described by Southwell, using finite-difference expressions such as equation (4), if the head distribution is known. For complex systems, admittedly long and laborious computations are required to find the relationship among head, space, and the hydraulic characteristics of a formation. However, the aim of most basic hydrologic studies is to find the value of W / mP or similar hydrologic constants. The finite-difference equations are well suited for this purpose, because the only processing of data required is the evaluation of head differentials. If the data are taken from wells spaced on the regular pattern shown on figure 1 the computations involved in using equation (1) require only the simple summation indicated by equation (4). Thus it is apparent that finite-difference approximations of the basic differential equations of flow, exemplified by equation (4), might be utilized for analyzing observed water-level data without the necessity of deriving or finding suitable analytical expressions as had to be done by Theis or Thiem (Wenzel, 1942). Of course, their equations serve a very useful and necessary purpose in ground-water hydrology. However, it is unlikely that convenient expressions of this form can be derived for the more complex flow problems.

Water-level analysis for the nonhomogeneous aquifers

Following the analytical method briefly outlined above, a quantitative description of the nonhomogeneous formation can be obtained from water-level data. Consider the following equation which applies to two-dimensional nonsteady flow in nonhomogeneous formations being recharged at the rate W :

$$mP (\partial^2 h / \partial x^2 + \partial^2 h / \partial y^2) + (\partial mP / \partial x) (\partial h / \partial x) + (\partial mP / \partial y) (\partial h / \partial y) = S \partial h / \partial t - W \quad (5)$$

where S is the coefficient of storage and t is time. As was done in constructing equation (4), appropriate finite-difference approximations may be computed from field data and substituted for the head differentials in equation (5). It is convenient to divide equation (5) by an arbitrarily selected reference value of $(mP)_{0,0}$. Then, by Taylor's theorem,

$$\begin{aligned} (mP)_{x,y} / (mP)_{0,0} = K_{x,y} \approx 1 + \frac{\Delta x}{2!} \frac{\partial^2 K_{x,y}}{\partial x^2} + \dots + \frac{\Delta x^n}{n!} \frac{\partial^n K_{x,y}}{\partial x^n} \\ + \frac{\Delta y}{2!} \frac{\partial^2 K_{x,y}}{\partial y^2} + \dots + \frac{\Delta y^n}{n!} \frac{\partial^n K_{x,y}}{\partial y^n} \end{aligned} \quad (6)$$

Equation (6) may be substituted in the left side of equation (5). The value of the right side of equation (5) will likely change in space, time, or both, but can be eliminated by using head observations from two areas of different size, both centering about a common reference

point. By finite-difference equations, the flow through the perimeter of the area also may be expressed as a function of $(mP)_{0,0}$ and head differentials, which in turn can be set equal to $(S\partial h/\partial t - W)/(mP)_{0,0}$ times the smaller area. In this way a finite-difference equation can be constructed which contains only the numerical approximations of differentials of head and of K . An equation of this type can be constructed for each point on the piezometric surface, using a common reference point for $(mP)_{0,0}$. If the finite areas from which head differentials are estimated partially overlap, the finite-difference equations thus formed can be solved simultaneously for the differentials of $K_{x,y}$. If only the first differentials are sought, only two equations are needed, whereas if the first and second differentials are sought, four equations are needed, and so forth. In each case the higher differentials of $K_{x,y}$ are assumed equal to zero. Once the numerical value of the finite-difference approximation of the left side of equation (5) is obtained, obvious further analysis will yield estimates of S/mP and W/mP , using approximations of $\partial h/\partial t$ as obtained from field observations.

Application of method to field data

Selected water-level data from both homogeneous and nonhomogeneous formations have been used for computing hydraulic constants by the approach outlined above (Stallman, 1956). The results were in good agreement with those obtained by orthodox methods of analysis for the homogeneous aquifer. The accuracy of the results computed for the nonhomogeneous aquifer could not be evaluated because of a lack of control. However, in the latter case qualitative considerations suggest that the results were correct. In both cases, the flow studied was unconfined. The water-level altitudes were observed to the nearest 0.01 foot at intervals (a) of 400 feet in the homogeneous formation, and to the nearest 0.5 foot at intervals of 5,280 feet in the nonhomogeneous formation.

The effects on the computed results caused by inaccuracies in the observed water-level altitude can be quite large, particularly if the sum $(\partial^2 h/\partial x^2 + \partial^2 h/\partial y^2)$ nearly equals zero. Errors arising from this source were minimized by solving the finite-difference equations by least squares. The statistical solution gave reasonable results from data on the nonhomogeneous formation described above, whereas direct solution of a minimum number of equations yielded what appeared to be erratic results. Inadequacy of equation (6) for representing the areal variations of K also was considered a possible source of the erratic results, but this source of error could not be evaluated quantitatively since $f(x, y, K)$ was unknown. In either case, whether erratic results are caused by errors in observed water-level altitudes or by inadequate conditional equations, it is to be expected that a least-squares solution of the finite-difference equations will produce a smoothed result that will be more likely to reflect the regional characteristics of the formation.

In order to perform the analysis as described, water-level altitudes must be known at many points. The number of points required depends on the complexity of the flow system studied. As indicated on figure 1, and by equation (4), water-level altitudes are required at a minimum of 5 points for study of a homogeneous formation. Assuming that mP varies linearly in the nonhomogeneous formation, or that all differentials of mP higher than the first are zero, water-level altitudes must be known at a minimum of 14 points. More complex definition of the hydraulic characteristics can be obtained by including additional water-level data in the analysis. Compared with the data requirements of the quantitative analytical procedures now used in studies of ground-water flow, the amount of data required by the finite-difference methods may appear to be excessive. However, it should be recognized that the finite-difference methods permit analysis of data without the need for strategically located testing facilities, and also permit the quantitative description of $f(x, y, K)$.

In the United States, many of the water-level measurements obtained by the hydrologist are made in selected privately owned wells that are used primarily to supply water for domestic, agricultural, or industrial use. The wells are ordinarily scattered in space and do not conform to any conveniently described geometric pattern. The finite-difference approximations of head differentials as used by most workers in numerical methods are, however, dependent on a more regular spacing or alinement of the data in space. For the case illustrated by figure 1, the head differentials were obtained by a simple summation. Where the observed water-levels are not located in such a regular pattern, Taylor's theorem

can be applied to obtain estimates of the head differentials as indicated by Rowe (1955), although in the latter case the computing requirements are greatly increased.

Conclusion

Quantitative methods of studying ground-water levels have been developed largely by following the comparatively narrow approach of finding solutions to the basic differential equations of ground-water motion. This approach, though fruitful, is not adequate for all the needs of the ground-water hydrologist. Difficulties with the complex mathematics required, and the limited existence of suitable testing facilities, seriously impair efforts at quantitative description of water-bearing formations by these methods. A great need for alternative and complementary methods of analysis is indicated. Numerical methods of solving partial differential equations may be used for estimating hydrologic coefficients. The latter approach circumvents the necessity for developing the highly complex analytical expressions required for rigorous determination of the flow through nonhomogeneous formations. Also of importance is the comparatively ready availability of water-level data on which such analysis can be founded. Numerical analysis by the writer of two sets of water-level data indicate that such an approach may prove to be a valuable aid in quantitative studies.

BIBLIOGRAPHY

- ROWE, P. R., 1955, Difference approximations to partial derivatives for uneven spacings in the network: *Am. Geophys. Union Trans.*, v. 36, no. 6, p. 995-1008.
- SOUTHWELL, R. V., 1946, *Relaxation methods in theoretical physics*: London, Oxford Univ. Press, 248 p.
- STALLMAN, R. W., 1956, Numerical analysis of regional water levels to define aquifer hydrology: *Am. Geophys. Union Trans.* (in press).
- WENZEL, L. K., 1942, Methods for determining permeability of waterbearing materials: *U. S. Geol. Survey Water-Supply Paper* 887, 192 p.

APPLICATION OF GROUND WATER HYDRAULICS TO THE DEVELOPMENT OF WATER SUPPLIES BY INDUCED INFILTRATION

by

Frederick C. MIKELS and Fred H. KLAER, Jr.

Introduction

The application of ground water hydraulics in determining potential water supply developments has been successfully used by the writers' company for many years. While many simplifying assumptions must be employed for practical application of the basic theory, the analyses yield good results when careful consideration is given to all factors involved in any particular problem.

This paper describes the particular problem of developing ground water supplies from an unconsolidated aquifer which is dependent upon induced infiltration from a nearby surface source and confines the discussion of ground water hydraulics to the analyses by equilibrium pumping test methods. This should not be considered to imply that such methods are assumed to be the only practical approach to the problem, but it is considered beyond the scope of this paper to cover all the various methods available for the analysis of the problem.

Many students in the field of ground water hydraulics have depended upon laboratory determinations of grain size, effective size, uniformity coefficient and permeability to solve problems of ground water flow. It is recognized that in many areas where the geologic and hydraulic conditions of deposition of the water-bearing formation were fairly uniform such an approach may be valid. However, throughout most of the areas in which the writers have worked including the alluvial and fluvioglacial deposits along major rivers, such conditions have not been uniform and this approach has been considered less accurate than determining the hydraulic constants of aquifers in place by field pumping test methods.

Basic theory

Darcy's Law:

The experimental studies of Darcy⁽¹⁾ in 1856 on flow characteristics through filter sands led to the development of the fundamental concepts of flow through a porous media and serve as a foundation for the quantitative theory of ground water hydraulics. As a result of these experiments, Darcy stated that the rate of flow Q through a sand filter bed was directly proportional to the cross-sectional area A of the bed and to the difference Δh in head at the inlet and outlet of the bed and inversely proportional to the thickness L of the bed, or expressed analytically,

$$Q = \frac{P \Delta h A}{L} \quad (1)$$

where P is a constant depending upon the characteristics of the sand.

Darcy's law is sometimes expressed as⁽²⁾

$$Q = PIA \quad (2)$$

where Q is the quantity of water discharged in a unit of time, P is a constant dependent upon the character of the material, I is the hydraulic gradient, and A is the cross-sectional area through which the water percolates.

The constant P is generally referred to as the coefficient of permeability and is used in this paper as defined by Menzer⁽³⁾: the rate of flow, in gallons per day, through a cross-sectional area of 1 square foot under a hydraulic gradient of 100 percent at a temperature of 60°F.

Flow to a Well in an Infinite Aquifer:

When a well is pumped, water is removed from the well and from storage in the material surrounding the well. This causes a lowering in hydrostatic pressure or water surface that creates a hydraulic gradient thereby causing flow toward the well. With a constant pumping rate, this lowering continues until approximate equilibrium is established and very little water is removed from storage in the immediate vicinity of the well. The hydrostatic pressure or water surface near the well adjusts itself in the shape of an inverted cone so that Darcy's law is satisfied at any point. Assuming an initially horizontal water surface, the shape of the cone will be symmetrical around the pumped well and flow will be radial and equal from all directions.

By making certain assumptions and applying the principles of Darcy, Dupuit⁽⁴⁾ and others have defined the flow to a well by the following expression which is generally referred to as the general equilibrium formula (Figure 1):

$$Q = \frac{2 \pi P m (s_1 - s_2)}{2.3 \log_{10} r_2/r_1} \tag{3}$$

in which,

- Q = discharge of the pumped well.
- P = coefficient of permeability.
- s₁ and s₂ = hydrostatic pressure lowerings or drawdowns at observation wells 1 and 2.

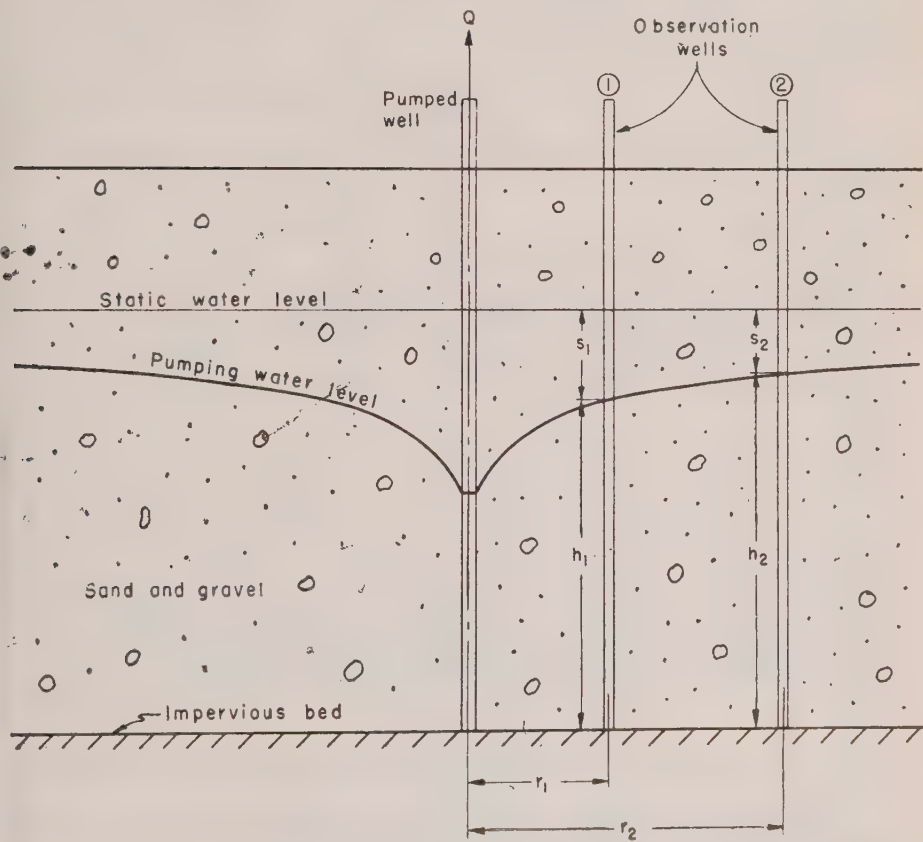


Fig. 1
Section of idealized aquifer showing conditions for development of general equilibrium formula.

- r_1 and r_2 = distances from pumped well to observation wells 1 and 2.
 m = average saturated thickness of the water-bearing formation at observation wells 1 and 2.

For the case of confined flow system where the hydrostatic pressure remains above the confining layer, the average saturated thickness m is equal to the thickness of the water-bearing formation. For an unconfined or a gravity-flow system, the average saturated thickness is defined by

$$m = \frac{h_1 + h_2}{2}$$

where h_1 and h_2 are depths of water above the impervious bed at observation wells 1 and 2.

The development of the general equilibrium formula is based upon the following assumptions and its successful application depends upon their validity and how well they are satisfied by field conditions:

- (1) The water-bearing formation is homogeneous, isotropic, and infinite in areal extent.
- (2) The non-pumping water surface and underlying impervious bed are horizontal.
- (3) The Dupuit assumptions that for small inclinations of the water surface in a gravity-flow system the flow is horizontal and the velocity is proportional to the slope of the free surface.
- (4) The pumped well penetrates the entire formation.
- (5) A steady-state flow condition exists.

If it is assumed that at some distance R from the pumped well the drawdown becomes zero, then the drawdown s at any distance r from the pumped well will be defined by the formula:

$$s = \frac{2.3 Q \log_{10} R/r}{2 \pi P m} \quad (4)$$

the thickness m being now defined as the average saturated thickness of the formation at distances R and r .

Flow to a Well from a Line Source:

When a well is located near a surface source of water that is hydraulically connected with the water-bearing formation, the water pumped from the well will be replaced in part by water from the surface source. In this case, the shape of the cone of depression becomes distorted, the hydraulic gradient between the well and the surface source becoming steeper than in other directions from the well. If pumping continues long enough, a steady-state flow condition will result in which most of the water pumped will come from the surface source.

For the analysis of this problem, it is necessary to consider the method of images. It is assumed that the area of infiltration of the surface source is represented by an infinite line source located at an effective distance D from the pumped well as shown in Figure 2 and that the drawdown along the line source is zero, that is, sufficient water is entering the water-bearing formation along the line source to replenish all water pumped. To establish this condition it is necessary to assume an image well located opposite the pumped well on a line normal to the line source and at an equal distance D from the line source. To achieve the assumed condition of zero drawdown along the line source, the image well must recharge at a constant rate Q which is equal to the pumping rate of the pumped well.

The resultant drawdown at any point of observation in the water-bearing formation will be:

$$s = s_p + s_i \quad (5)$$

where s_p is the drawdown due to the pumped well and s_i is the negative drawdown due to the image well.

Using Equation (4) to define the drawdowns due to the pumped and image wells the resultant drawdown at any point of observation can be expressed as:

$$s = \frac{2.3 Q \log_{10} r_i/r_p}{2 \pi P m} \quad (6)$$

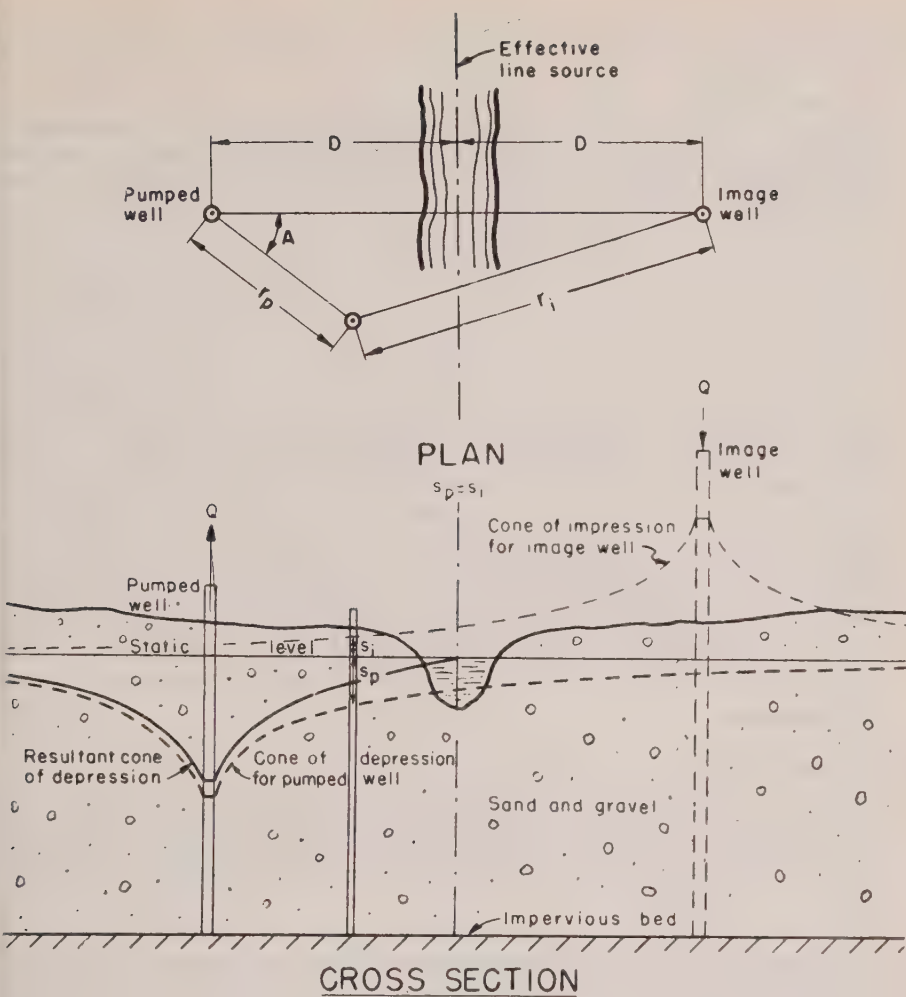


Fig. 2

Section of an aquifer intersected by a surface source together with image well system for solution of problem.

in which r_i is the distance from the image well to the point of observation and r_p is the distance from the pumped well to the point of observation.

Equation (6) may be considered as the general equilibrium equation for flow to a well from a line source and has been expressed by Rorabaugh⁽⁵⁾ in terms of the distance between the pumped well and the image well as :

$$s = \frac{2.3 Q \log_{10} \frac{\sqrt{(r_p \sin A)^2 + (2D - r_p \cos A)^2}}{r_p}}{2 \pi P m} \quad (7)$$

where A is the angle between a line connecting the pumped and image wells and a line connecting the pumped well and the point of observation and D is the effective distance from the pumped well to the line source or line of infiltration.

The development of the above equations is based upon the same assumptions used for

developing the general equilibrium formula with the added assumption that the flow from the surface source is represented by an effective infinite line source.

Determination of Yield :

The yield of a well dependent upon induced infiltration from a nearby surface source can be computed from Equation (6). If the point of observation in Equation (6) is taken as the effective radius r_e of the pumped well and this value is significantly small in comparison to the distance D , then Equation (6) becomes

$$s = - \frac{2.3 Q \log_{10} 2D/r_e}{2 \pi P m}$$

and solving for Q ,

$$Q = \frac{2 \pi P m s}{2.3 \log_{10} 2D/r_e} \quad (8)$$

Equation (8) is the general equilibrium equation used for computing the yield of a well in an aquifer which is hydraulically connected to a nearby surface source.

The drawdown s in Equation (8) is the aquifer drawdown immediately outside the well and does not necessarily represent the total drawdown in the well. The total drawdown of a well is composed of not only the aquifer drawdown as defined by Equation (8) but also a frictional drawdown or loss of head resulting from flow into the well and generally referred to as «well loss». While for small diameter wells this well loss is highly significant and must be considered in yield computations, for the type of well considered in this paper, with the large area of screen openings, this loss is insignificant and can be neglected.

Practical application

Introduction :

In order to determine the potential yield of a well dependent upon induced infiltration, a review of Equation (8) shows that five factors must be determined. They are : the thickness of the water-bearing formation, the available drawdown, the effective radius of the well, the permeability of the water-bearing formation, and the distance to the effective line source or effective line of infiltration.

The thickness of the water-bearing formation and the available drawdown can readily be determined by proper geologic exploratory test drilling in the area of the proposed development. The effective radius of the well can generally be estimated from the type of well construction. The coefficient of permeability and the distance to the effective line source can best be determined by field pumping tests.

Validity of Basic Assumptions :

The successful application of the equilibrium formulas depends upon how well the basic assumptions used in their development are satisfied by field conditions. All the formulas assume that the water-bearing formation is homogeneous and isotropic, while it is generally recognized that most formations are more or less heterogeneous in character. However, if high test pumping rates are used and the test is conducted for a sufficient length of time to extend the cone of depression over a relatively large area, it is felt that the permeability determination will represent an average value for the area, which will more or less take into account any minor variations in homogeneity of the formation. If major irregularities in the formation exist, these should be readily apparent from the test drilling and proper consideration of the variations can be made.

That the water-bearing formation is infinite in areal extent is generally a valid assumption since, for the most part, the extent of the cone of depression during a pumping test will generally be small in comparison to the areal extent of most formations. If boundary conditions are near, these can be taken into account by modifying the equilibrium formula

through the use of the method of images as was done in this paper for the case of the line source boundary.

Although the application of the general equilibrium formula to problems involving confined-flow systems is quite generally accepted, the use of this formula for unconfined flow or gravity-flow systems has been questioned by many authors because of the questionable validity of the original Dupuit assumptions used in its development. While it is now generally recognized that the original Dupuit assumptions are erroneous, Muskat (?) has demonstrated by rigorous analytical and direct empirical methods that this formula represents the flow through radial gravity-flow systems with an accuracy sufficient for all practical purposes.

Perhaps the most difficult assumption to be satisfied by field conditions is the assumption that the pumped well penetrates the entire formation. Unless the water-bearing formation is very thin, it is generally not practical to penetrate the entire formation with the well screen. Jacob (8) has proposed a method for adjusting drawdowns due to partial penetration of the pumped well, which depends, in part, upon a knowledge of the ratio of the horizontal to vertical permeability. Unless an isotropic formation is assumed, the adjustments for partial penetration involved a considerably more detailed pumping test than that described. Muskat (?) states that, in isotropic formations, the flow around a partially penetrating well will become almost radial in character at a distance from the well equal to twice the thickness of the formation.

Since the effects of partial penetration are greatest at the pumped well and diminish rather rapidly away from the well, the writers have preferred to limit the spacing of the closest observation wells to a distance from the pumped well equal to twice the formation thickness and to make the permeability determination without adjustment for penetration effects. It is pointed out that while such determinations are not theoretically correct, the errors involved are small and, assuming the pumped well and all observation wells penetrate the same depth, the determinations will yield conservative results, a condition which it is felt is desirable in estimating ground water supplies.

In the case of a supply dependent upon induced infiltration from a surface source, the assumption has been made that, while infiltration occurs over an area, such as the bed of a stream, the area can be replaced by an effective infinite line source. This is to say that the effects upon the observation wells will be the same whether the infiltration occurs over an area or enters along a line source. This assumption appears to be valid as long as none of the observation wells are actually located within the area of infiltration.

Pumping Test Methods :

The determinations of permeability in an infinite aquifer by utilizing equilibrium methods requires the construction of a pumping well and a series of observation wells located in a line or lines at varying distances from the pumped well. While theoretically two wells would be sufficient for the determination, a local variation in the formation at one of the wells might distort the effect at this well sufficiently to lead to a completely inaccurate determination. The writers feel that at least three or more observation wells must be used to assure reasonable determinations.

The pumping well should be pumped continuously at a constant rate until a state of essential equilibrium is reached at all observation wells, that is, the rate of decline in all observation wells is approximately the same. Water level measurements in all observation wells should be recorded frequently, preferably continuously, prior to and throughout the test period.

A convenient method for making the permeability determination consists of plotting the observed drawdowns against the logarithm of the distances. Within the range of validity of the equilibrium formula this plotting should yield a straight line, from the slope of which the value of the permeability can be determined.

The analysis of the problem of an aquifer supplied by induced infiltration from a surface source requires a considerably more elaborate pumping test pattern than that of the infinite aquifer. Since this problem deals with a distorted cone of depression and varying slopes in different directions from the pumping well, it is necessary to install lines of observation wells

in several directions to properly evaluate the permeability and the effective distance to the line source.

Kazmann⁽⁶⁾ has proposed a method of analysis of this problem based upon a semi-log plot comparison of slopes or profiles of lines of wells from the pumped well toward the surface source, parallel to the surface source, and away from the surface source. In comparing the profiles, a steeper slope of the line toward the river would be clear evidence that induced infiltration from the surface source is occurring in that direction. If infiltration or recharge from the surface source is not occurring, then the slope of all lines of wells will be essentially the same.

Graphical extension to the point of zero drawdown of the profile of wells toward the river can be used for an approximate determination of the effective distance to the line source. However, since the theoretical shape of the semi-log plot of the line of wells toward the river is concave upward and graphical extension may be difficult, a more accurate determination of the effective distance to the line source can be made by writing Equation (7) for any two observation wells toward the river and, by simultaneous solution, computing the distance directly.

Having determined the effective distance to the line source, the permeability can be computed directly from Equation (7) using the observed drawdown at each observation well. An approximate determination of permeability can be made by simply using the slope of the parallel line of wells and the equilibrium formula. While this method is not theoretically correct since the effects of the image well are different at each observation well, in practical application this method yields results which are generally within the expected limits of accuracy provided that the distances to the line source are large in comparison with the observation well distances from the pumped well.

The writers have applied the methods outlined above in the examples given in this paper. The methods yield good results where the water-bearing formation is reasonably uniform in character and thickness and in such instances two lines of wells, parallel to and normal toward the surface source, are generally adequate.

Determination of Yield of a Well Dependent upon Induced infiltration:

Having determined the geologic characteristics of the water-bearing formation by exploratory test drilling and the hydraulic constants by a field pumping test, it is then possible to determine the yield of a well by applying Equation (8), proper consideration being given to «well loss» if the type of well requires it. However, since the supply is dependent upon a surface source, there are certain physical variations in the surface source which will cause variations in the well yield. This is particularly true when the surface source is a stream or river.

The basic yield equation assumes a constant water surface and a constant temperature (or viscosity). Since all surface sources have considerable seasonal variations in stage and temperature, a seasonal variation in the yield of the well will occur. It is therefore important to define stage and temperature conditions during the pumping test and to further define the stage and temperature conditions for which the yield is being determined.

Variations in river stage will directly affect the available drawdown and, in an unconfined aquifer, will also affect the average saturated thickness of the formation. The effects of this variation can be handled simply by comparing the stage conditions existing during the pumping test with those expected for the condition for which the yield is being computed, and correcting the drawdown and thickness accordingly.

The water produced from a well dependent upon induced infiltration will have a seasonal cyclic temperature variation similar to that of the surface source. However, because of the time of travel of water through the aquifer, the heat exchange between the water and the aquifer, and the amount of normal ground-water flow in the aquifer, the cyclic range of this variation will be less in magnitude than that of the surface source and lag the surface source cycle in time. The changes in viscosity caused by temperature fluctuations will cause a direct variation in the yield of the well. Rorabaugh⁽⁹⁾ has stated that viscosity corrections based on an average of the river and well water temperatures will produce satisfactory results. To apply the viscosity corrections, it is therefore necessary to determine temperature curves

for both the river and the well. While there are usually sufficient records available to establish the river temperature curve, the temperature variation of the well must be estimated.

The effective distance to the line source, being controlled by the vertical permeability or infiltration rate of the surface source, will also vary with stage and temperature. The

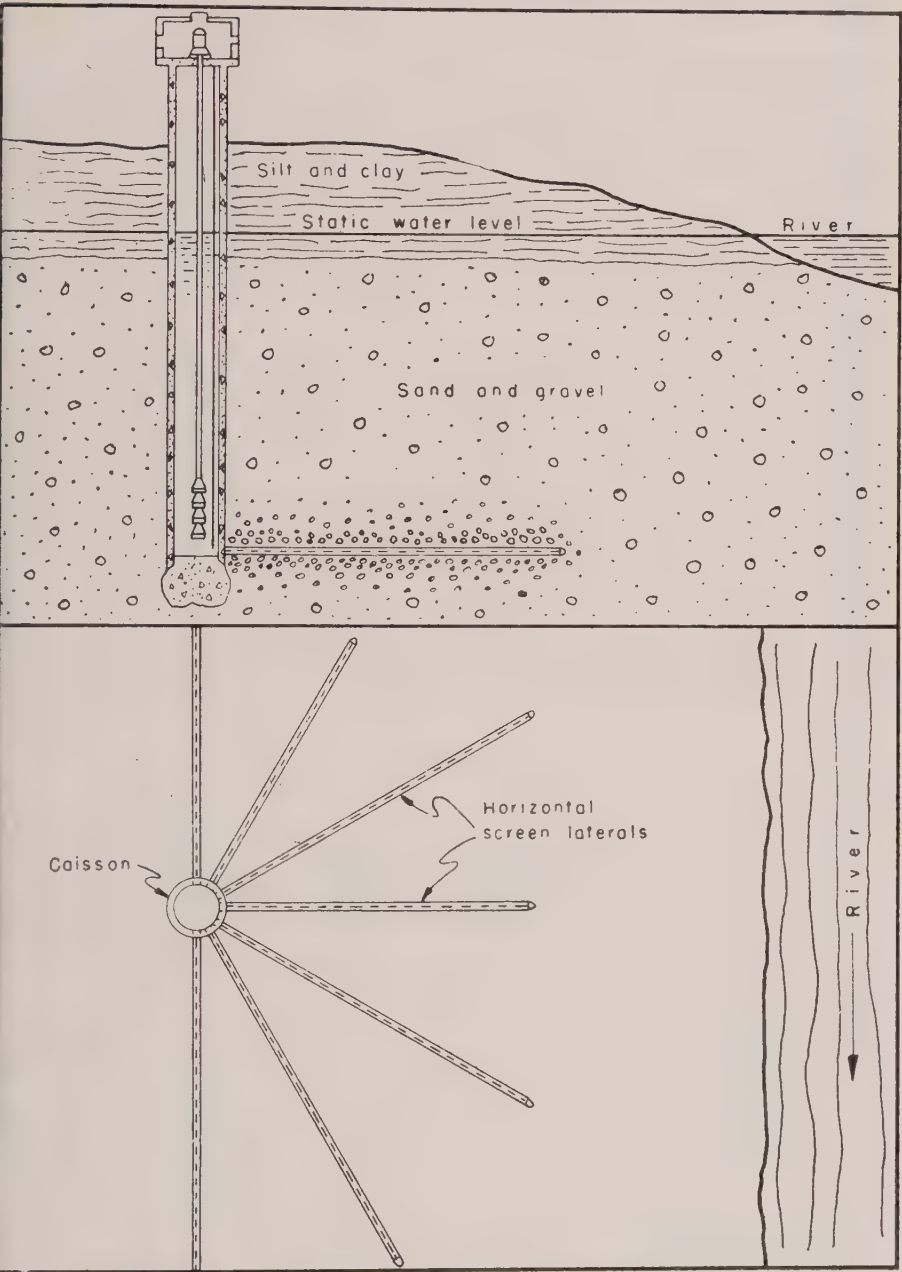


Fig. 3
A typical Ranney horizontal water collector.

computed effective distance to the line source will be accurate at rates up to the pumping test rate at which it was determined. However, at higher pumping rates dewatering under a portion of the stream bed may occur. If such a condition does occur, the effective distance will be greater than the computed distance because of the limiting infiltration rate of the stream bed; that is, the water can not enter the aquifer vertically through the river bed as fast as it can move horizontally.

Examples of Application:

While the methods described in this paper are applicable to any type of well, the examples given in this paper are for a particular type of well—the Ranney horizontal water collector. The Ranney horizontal water collector consists of a large diameter reinforced concrete caisson from which horizontal screen laterals are projected radially near the bottom. Figure 3 shows a section of a typical Ranney horizontal water collector located near a river. The standard caisson is generally 13 feet inside diameter, the minimum size being controlled by the necessity of providing adequate working space for men and equipment. The horizontal screen laterals are fabricated from heavy steel plate, perforated with longitudinal slots, and may be 8 to 24 inches in diameter and 100 to 450 feet in length depending upon geologic conditions and design of the unit.

Since the flow pattern within the horizontal lateral system is extremely complex, the determination of yield is simplified by assuming an effective radius for the Ranney collector, that is, by assuming that the Ranney collector will have the same drawdown as a cylindrical well penetrating the entire formation and having a radius equal to the assumed effective radius. It is further assumed that, because of the large area of screen opening and low entrance velocities, mechanical losses or «well losses» are negligible. The writers have determined this assumed effective radius primarily on the basis of experience with previous installations and each case must be evaluated individually. However, in the case of a radial lateral pattern covering the entire circumference and having equal length laterals, it can be stated that the effective radius of the collector will be equal to 75 to 85 percent of the individual lateral length.

A tabulation of the results of four actual studies is given in Table 1. For comparative purposes, all of the data have been adjusted to a constant river stage and a constant temperature. All four of the sites are located in unconsolidated deposits of permeable sand

TABLE 1
Comparison of Pumping Test Determinations with Actual Results

Location	Site 1 Parkersburg West Va.	Site 2 Mingo Junction, O.	Site 3 Jackson- ville, Ill.	Site 4 Mt. Vernon Washington
<i>Surface Source</i>	Ohio River	Ohio River	Illinois River	Skagit River
<i>Pumping Test Determinations</i>				
Pumping test rate in million gallons per day	0.50	0.56	0.66	1.1
Permeability (P) in gallons per day per square foot	6,350	4,825	2,000	13,200
Physical distance to river in feet	100	200	150	100
Effective distance (D) to line source in feet	535	450	210	175
Assumed effective radius (r_2) in feet	60	50	80	80
Assumed effective distance (D) in feet	600	500	440	320
Computed yield (Q) in million gallons a day	4.0	3.8	12.0	13.0
<i>Actual Observed Results</i>				
Actual yield (Q) in million gallons a day	4.2	4.1	10.7	12.9
Actual effective radius (r_2) in feet	72	60	74	80
Actual effective distance (D) in feet	625	485	550	325

and gravel that are hydraulically connected with major rivers. Prior to the construction of the Ranney horizontal collectors a detailed pumping test, similar to that described in the paper, was conducted at each site and estimates of yield based upon the results of the tests were made. After the collectors were constructed, final tests were conducted and actual yields and other factors were determined. The pumping test determinations and the actual observed results are shown in Table 1.

At Parkersburg, West Virginia, a pumping test at a proposed collector site was run at a rate of 0.5 million gallons a day. The effective distance to the line source was determined to be 535 feet, which placed the effective line of infiltration about 435 feet offshore in the Ohio River. An effective radius of the collector was assumed to be 60 feet, based on the proposed plan of five laterals projected in a fan-shaped pattern, ranging in length from 60 feet to 120 feet and totaling 496 feet around 180 degrees of the circumference. The computed yield of the proposed collector was 4.0 million gallons a day.

After the collector was constructed, a pumping test showed that under the same conditions of river stage and temperature the actual yield of the collector was 4.2 million gallons a day, the actual effective distance to the line source of infiltration was 625 feet and the actual effective radius of the collector was 72 feet.

At Mingo Junction, Ohio, the original pumping test prior to construction of the collector was run at a rate of 0.56 million gallons a day and the effective distance was determined as 450 feet from the pumping well or about 250 feet offshore in the Ohio River. For the higher pumping rate of the proposed collector, the effective distance was increased to 500 feet. The effective radius of the collector was assumed to be 50 feet, based on a proposed plan of four laterals projected to lengths of about 100 feet each around 90 degrees of the circumference. The computed yield of the proposed collector was 3.8 million gallons a day.

The pumping test on the completed collector showed that the actual yield was 4.1 million gallons a day, the actual effective distance was 485 feet and the actual effective radius of the collector was 60 feet.

At a locality near Jacksonville, Illinois, on the Illinois River, a pumping test was run at a rate of 0.66 million gallons a day. The effective distance as shown by the pumping test was 210 feet or about 60 feet greater than the physical distance to the stream bank. In computing the yield of the proposed collector, the effective distance was increased to 440 feet. Based on the plan of seven laterals 136 to 176 feet in length around 130 degrees of the circumference, an effective radius of 80 feet was assumed. The computed collector yield was 12.0 million gallons a day.

The capacity test run on the completed collector showed that the actual capacity was 10.7 million gallons a day, the actual effective distance was 550 feet and the actual effective radius was 74 feet.

At a site near Mount Vernon, Washington, on the Skagit River, a pumping test was made in highly permeable gravel deposits. The pumping rate during the test was 1.1 million gallons a day and the effective distance was shown to be 175 feet or about 75 feet offshore in the river. The yield of the proposed collector was computed as 13 million gallons a day, using an effective distance of 320 feet and an assumed effective radius of 80 feet.

The pumping tests made on the completed collector showed that the actual yield was 12.9 million gallons a day, the actual effective distance was 325 feet and the actual effective radius was 80 feet.

A comparison of computed yields with actual observed yields shows very close agreement, the maximum difference occurring at Site 3 where the actual yield was 11 per cent lower than the computed yield. The examples presented here are not unusual or exceptional and the writers consider that an accuracy of estimates of 10 to 15 per cent can be normally expected when applying the equilibrium methods to the development of water supplies by induced infiltration.

It is significant that in the cases discussed the actual effective distance to the line source is larger than that determined by the pumping test. The primary reason for this is that at the higher pumping rates a portion of the stream bed may be dewatered thereby indicating that the limiting infiltration rate of the stream bed is exceeded in that portion. To adjust for this conditions the effective distance must extend further to include more stream bed area. In the examples given the effective distance as determined by the pumping test was increased,

in the computation of yield, to compensate for this effect. At Sites 1 and 2 the width of river bed under which dewatering would occur at maximum available drawdown was determined and the effective distance as determined by the pumping test, was increased by this width. Because of the fact that the effective distances were so nearly the same as the physical distances at Sites 3 and 4, this method of adjustment was not considered valid. At these latter sites the assumed effective distance was determined by assuming a reasonable infiltration rate for the stream bed and by computing the area of stream bed required for a given quantity of infiltration, the effective line source being considered to be located at the center of this area.

Based upon the results of the examples presented here and numerous other studies of infiltrated water supplies, the writers feel that the single factor in the development of water supplies by induced infiltration about which more information and investigation is needed is the effective distance to the line source and its variation with pumpage, head, stream velocity and temperature. While the physical conditions affecting the effective distance are generally known, a sound and usable analytical method of defining the effective distance as related to these conditions has not, to date, been developed. It is considered fortunate, indeed, that the effective distance appears in the equation for yield as a logarithmic factor, variations thereby affecting the yield to a rather small extent.

Summary and Conclusions

The application of Darcy's law and the fundamental equilibrium methods of ground-water hydraulics to the analysis of water supplies dependent upon induced infiltration from a nearby surface source provides a sound basis for the design, construction and development of large water supplies. While many simplifying assumptions are necessary for practical application of the basic theory, the analyses yield good results when careful consideration is given to all the factors involved. Although some of these assumptions must be made largely on the basis of experience, actual examples have shown that an accuracy normally of 10 to 15 per cent, sufficient for most design purposes, can be expected.

The methods outlined in this paper are considered fundamentally sound and practical from a standpoint of accuracy and economy. Improvements in technique will doubtless be made in the future to permit a more proper adjustment for certain factors which are presently being evaluated primarily on the basis of experience.

Acknowledgments

The writers wish to express their sincere appreciation to Messrs. E. W. Silitch, President, Ranney Method Western Corporation and Ranney Method International, Inc., and A. d'Audiffret, President, Ranney Method Water Supplies, Inc., for their helpful technical suggestions and critical review of this paper.

REFERENCES

- (1) DARCY, H. *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*, 1856.
- (2) WENZEL, L. K. Methods for determining permeability of water-bearing materials, *U. S. Geological Survey Water-Supply Paper* 887, 1942.
- (3) STEARNS, N. D. Laboratory tests on physical properties of water-bearing materials, *U. S. Geological Survey Water-Supply Paper* 596, 1928.
- (4) DUPUIT, Jules. *Etudes théorétiques et pratiques sur le mouvement des eaux*, Paris, France, second edition, 1863.
- (5) RORABAUGH, M. I. Discussion, The induced infiltration of river water to wells, *Trans. Amer. Geophys. Union*, Volume 29, 1948.
- (6) KAZMANN, R. G. The induced infiltration of river water to wells, *Trans. Amer. Geophys. Union*, Volume 29, 1948.
- (7) MUSKAT, Morris. *The flow of homogeneous fluids through porous media*, McGraw-Hill Book Co., Inc., 1937.
- (8) JACOB, C. E. Adjustments for partial penetration of pumping well, *U. S. Geological Survey, mimeographed report*, 1945.
- (9) RORABAUGH, M. I. Stream bed percolation in development of water supplies, *Union Geodesique et Geophysique, Association Internationale d'Hydrologie Scientifique, Assemblée Générale de Bruxelles 1951, Extrait du Tome II*.

THE BIELEFELD PUMPING TEST

by

Prof. Dr.-Ing. V. PAAVEL
Neuss a. Rh. Germany

Summary

The location and the details of observation wells for pumping tests if permeability of water-bearing material is to be determined by the THIEM formula are discussed. The permeability is computed by the non equilibrium formula of WEBER which produces very close results. A further method to determine permeability by the THIEM formula with convergence of results towards the true rate of permeability is shown. Finally the permeability is computed by the formula of WEBER only by measurings of pumping rate and of water level in the test well. All results range very close together.

The usual computing permeability by the DUPUIT-THIEM-Formula from the measuring results of a pumping test in water table conditions produces such a wide range of differing results, that reliable specification of permeability is often difficult. The computed permeability increases together with the increasing distance between observation wells and pumped well.

L. WENZEL ⁽¹⁾ e.g. analyses a pumping test near Grand Island in Nebraska, USA where permeability ranges from 535 to 5.630 Meinzer (p. 42, tab. 6. 1000 Meinzer = 1000 USA gal/day . sq. foot = $0.4716 \cdot 10^{-3} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{m}^2 \text{sec.}$) By limiting the distance between the observation wells employed for purposes of calculation and the pumped well to a range of 13-67 m and by averaging he succeeds in reducing the differing results to a range of 919-1071 Mz and stating 997 Mz the mean permeability. By means of two methods of VAN ORSTRAND, WENZEL produces in the same paper permeabilities of 1000 resp. 987 Mz. In a later water-supply-paper ⁽²⁾ he quoted by analysing this pumping test by four further formulas, the resulting permeabilities of 997, 1001, 955 and 1008 Meinzer. As computation by these formulas is easier, the DUPUIT-THIEM well formula proves to be less usable.

It is, however, possible to get but slightly differing results by the DUPUIT-THIEM formula too. In the present paper the permeability is computed by the WEBER well formula which also is deduced by the assumption of DUPUIT-THIEM. In order to get but slightly differing results by application of both formulas it is necessary to have a well field to a certain extent homogeneous where the pumping test is to be carried out. Furthermore, the performance of the observation wells must be capable to eliminate the error of the DUPUIT-THIEM assumption.

TABLE 1

The effective grain size and the uniformity factor of the sands in the observation wells 1-9

Well	d_{10}			U_{60}		
	mean	min.	max.	mean	min.	max.
1	0,16	0,11	0,17	1,59	1,50	2,09
2	0,17	0,14	0,20	1,69	1,57	1,88
3	0,16	0,16	0,16	1,99	1,69	2,00
4	0,12	0,12	0,14	1,59	1,50	2,00
6	0,15	0,14	0,16	1,60	1,50	1,72
7	0,16	0,16	0,16	1,65	1,50	1,75
8	0,17	0,16	0,17	1,72	1,71	1,82
9	0,14	0,13	0,17	1,80	1,62	2,50
	0,155	0,11	0,20	1,71	1,50	1,97

A pumping test near Bielefeld carried out in May 1950 provided the material suitable for this computation. The test area—Moosheide in the Senne—is about 20 km southeast of Bielefeld at the base of the Teutoburger Wald mountains. The water bearing formations there consist of fine-grained diluvial sands of quite a regular granulation, as the following logs on some wells of this region show.

Also the thickness of the water-bearing formations in the test area varies but slightly. There are no impervious strata. From the geological point of view, therefore this ground is advantageous.

DUPUIT and THIEM when deducing their well-known well-formula for water-table conditions assume that in slightly curved streamlines water velocity along a perpendicular is also proportional to the slope of pumping water table and therefore constant. With this assumption they neglect the downwards velocities and the energy therein involved.

This neglect explains the numerous unsatisfactory experiences with this formula as well as the differing results quoted in the publication (¹) by WENZEL, although, at first sight, such a strong effect of this assumption is not to be expected.



Fig. 1

In order to obtain the close results of computations with the DUPUIT-THIEM formula the pressure measurings therefore must be effectuated along straight streamlines which in water table conditions are to be found only close above the impervious layers. Thus one gets the base pressure curve that is to run below the pressure curves of all higher streamlines. The observation wells for measuring this pressure curve must be fitted out with short screens so that pressure conditions can be ascertained as exactly as possible in the very place wanted.

In the Bielefeld pumping test with regard to the a.m. considerations altogether 10 double observation wells according to figure 1 and four single observation wells were sunk (1-10 and 11-14).

Figure 2 shows their location, table 2 their particulars.

The observation wells were drilled in order to restrict the deviations from the vertical and to strike positively the impervious layer. The screens were only 50 cm long. As a precaution the tightening material was filled between the two screens in order to exclude any equalizing influence of pressure through the filling material of the borehole. The distances between observation wells and pumped well ranged from 1.25 m to 127 m. The working effect of the wells was tested by pouring water into them.

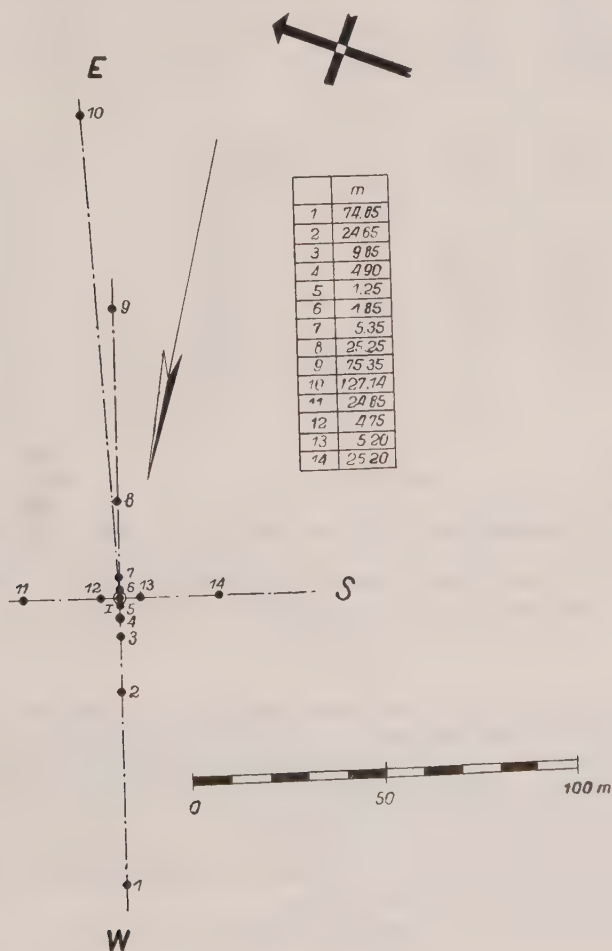


Fig. 2

TABLE 2

Location, diameter, depth and altitude of wells

Well Nr.	Line	Bore Diameter mm	Well Diameter mm	Depth m	Altitude of measuring point m + NN	Altitude of the bottom m + NN	Distance m
----------	------	---------------------	---------------------	------------	---------------------------------------	----------------------------------	---------------

Pumping well

1	—	318	150	37,00	143,23	112,61	—
---	---	-----	-----	-------	--------	--------	---

Observation wells of the base pressure curve :

1	W	241	40	37,50	151,18	113,20	74,85
2	W	241	40	37,50	149,41	112,92	24,65
3	W	203	40	37,50	149,26	112,89	9,85
4	W	241	40	36,50	149,42	112,40	4,90
5	W	318	40	36,50	144,21	113,01	1,25
6	E	203	40	37,50	149,62	112,41	1,85
7	E	203	40	36,80	149,42	112,17	5,35
8	E	203	40	37,60	149,84	111,80	25,25
9	E	203	40	37,70	150,81	112,70	75,35
10	E	203	40	39,00	152,02	112,59	127,14

Observation wells of the pumped water table :

1a	W	241	40		151,08		74,85
2a	W	241	40		149,27		24,65
3a	W	203	40		149,10		9,85
4a	W	241	40		149,17		4,90
5a	W	318	40		144,09		1,25
6a	E	203	40		149,48		1,85
7a	E	203	40		149,29		5,35
8a	E	203	40		149,72		25,25
9a	E	203	40		150,65		75,35
10a	E	203	40		151,82		127,14
11	N	203	40	11,30	149,72		24,85
12	N	203	40	12,50	149,27		4,75
13	S	203	40	12,50	149,37		5,20
14	S	203	40	12,30	150,30		25,20

The measurements during the pumping test confirmed the a.m. considerations to be right. The base pressure level was lower than the lowered pumping water table; the difference between them diminished the larger the distance from the pumped well grew. These findings are remarkable because the drawdown in the pumped well was only about 1/15 resp. 1/10 of the saturated thickness. Figure 3 indicates some measurements of water table and base pressure, the average rate of pumping and the rainfalls, all during the pumping test. The daily base pressures (Table A) and the daily water table (Table B) taken at 7 p.m. are enclosed.

Further reason for the error of the results is the presumption of the DUPUIT-THIEM well formula, that the entire pumping rate of the well arises from outside the circle of influence of the well. This formula describes furthermore the equilibrium state of flow. In the water table conditions actually the influx to the well arises from within the circle of influence and the flow is of a non equilibrium state.

When comparing the reasons for inaccuracy the both latters are insignificant; they can be eliminated by the WEBER formula which bases on the assumption of the influx arising from within the circle of influence.

WEBER gives the following integral of his well equation :

$$y^2 = Q/\pi K_f [\ln x - 1/n (x/R)^n] + C.$$

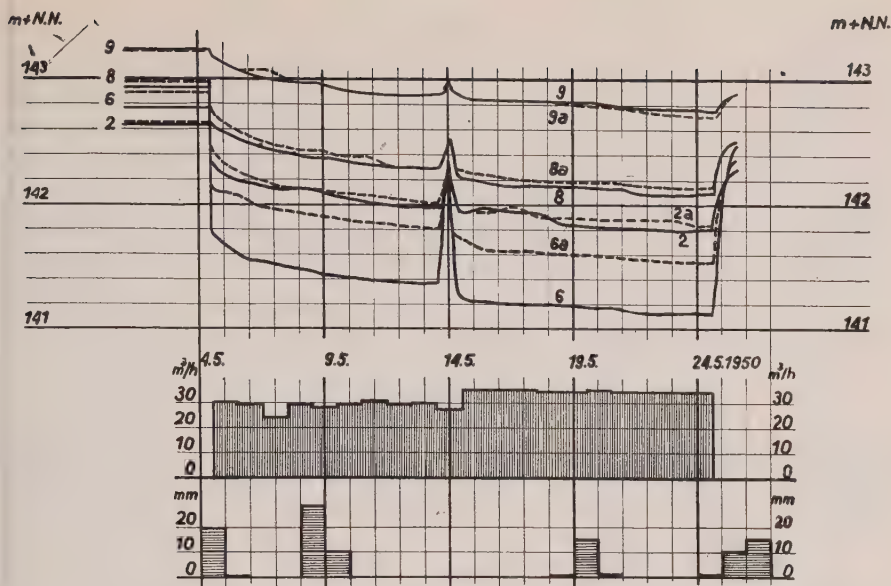


Fig. 3

The nomenclature may be supposed as known. n means a coefficient increasing during a few hours of pumping from 1 to 2. With sufficient accuracy it may be adopted into the computation as $n = 2$. Therefrom results the formula

$$y_1^2 - y_2^2 = \frac{Q}{\pi K_f} \left[\ln x_1 - \ln x_2 - \frac{1}{2} \left(\frac{x_1}{R} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{x_2}{R} \right)^2 \right].$$

It differs from the DUPUIT-THIEM formula by the last two terms in the brackets only; they represent the effect of the growing circle of influence; their practical value for accuracy of the computation is negligible unless the distances between the observation wells and the pumped well exceed 20 m.

WEBER has developed for the circle of influence the formula

$$R = C \sqrt{\frac{H k_f T}{P}}$$

with

H = saturated thickness of the water-bearing formation in m,

T = pumping time in seconds,

P = coefficient of porosity of sand as a decimal fraction.

The term C is defined by the formula

$$C = \sqrt{\frac{4(n+2)}{n}}.$$

This value decreases from 3.46 within some hours of pumping to the limit value of 2.86, according to the increase of n from 1 to 2. Term C may be inserted with the value 3 which for purposes of computation offers sufficient accuracy.

The pumped well had a saturated depth of 30.40 m. It had been equipped with a screen of 150 mm interior diameter and 20.1 m length, wrapped with a fine wire-cloth. The casing was 10.30 m long. The pump was driven by an electromotor.

The pumping test was carried out in 2 periods according to the following table.

	First period		Second period	
Beginning	4.5.50	11.45 a.m.	13.5.50	0.10 p.m.
End	13.5.50	9.10 a.m.	24.5.50	4.00 p.m.
Average pumping rate	30,275 m³/h		35,383 m³/h	

During the 3 - hours' recess between both periods the suction pipe of the pump was elongated.

Measurements were carried out every two hours in the pumped well and, in the observation wells, equally every two hours during the first two days, afterwards twice a day.

The computation of the permeability showed that part of the observation wells situated near the pumped well gave unsatisfactory results. Thus, well 3 showed too high pressure levels from the 4th to the 9th of May, and well 5 from the 4th to the 12th of May. Furthermore, wells 3, 4, 6, 7 showed too high pressure levels, too, during the second period. The measurement results of these wells were not used. The reason for these too high levels can presumably be explained by the unhomogeneity of strata and perhaps to a certain extent to deficiencies in the execution of wells.

In the second part of the pumping tests the validity of Darcy's law was exceeded at the casing. The average grain diameter of the sands was 0.312 mm according to formula

$$d_m = \sqrt[3]{\frac{\sum n_s d_s^3}{\sum n_s}}$$

(cf. MUSCAT (⁴), p. 61), the velocity of flow can be determined as 0.835 mm/s for the first pumping period and as 0.975 mm/s for the second one. This results, with regard to the ground-water temperature of 10°C, in the Reynolds numbers

Re = 0.186 for the first and

Re = 0.223 for the second period.

This case remained below the limit of the Reynolds number Re = 1 indicated by MUSCAT. This shortcoming might possibly have been caused by the fine wire-cloth of the screen, it may also be caused by some unhomogeneities of the strata. In any case, this example shows that the application of the Reynolds number Re = 1 as a limit for the validity of DARCY's law in practice is subject to caution.

When computing the coefficients of permeability it has been made a principle to combine the measurement in an observation well with a measurement in the pumping well, as with this kind of computation the errors of measuring the water table and pressure levels have the smallest influence on the result of the computation. The errors of the results caused

TABLE 3

Permeabilities k_f computed from the first period with pumping rate $Q = 30,275 \text{ m}^3/\text{h}$

The connection well VBI

Axis	W	W	W	W	E	E	E	E	E	N	S
Well	1	2	4	5	6	7	8	9	10	11	14
Distance											
m	74,85	24,65	4,90	1,25	1,85	5,35	25,25	75,35	127,14	24,85	25,20
4.5.	0,151	164	149	—	174	161	165	—	—	155	160
5.5.	0,155	160	159	—	158	152	157	156	—	152	158
6.5.	0,159	158	—	—	156	151	156	155	153	148	154
7.5.	0,156	158	142	—	158	152	157	158	156	152	156
8.5.	0,154	152	140	—	156	152	155	156	156	150	157
9.5.	0,155	157	154	—	159	152	156	159	156	149	157
10.5.	0,155	159	159	—	159	152	157	157	157	153	157
11.5.	0,154	157	156	—	159	154	156	158	158	151	156
12.5.	0,155	159	157	—	157	152	156	157	156	151	156
Mean	0,155	158	152	—	159	153	157	157	156	151	157
$\pm k_f$	0,0017	21	31	—	43	29	21	17	16	20	20
mm/s											

k_f mean 0,155 mm/s.

TABLE 4

Permeabilities k_f computed from the second period with pumping rate $Q = 35,383 \text{ m}^3/\text{h}$.

The connection well VBI

Axis	W	W	E	E	E	N	S
Well	1	2	8	9	10	11	14
Distance m	74,85	24,65	25,25	75,35	127,14	24,85	25,20
13.5.	0,146	144	146	149	150	138	142
14.5.	0,146	145	145	148	149	140	144
15.5.	0,145	145	145	148	153	139	145
16.5.	0,146	149	147	148	154	140	145
17.5.	0,144	148	146	147	153	136	140
18.5.	0,147	148	146	147	151	136	139
19.5.	0,140	147	146	147	151	136	140
20.5.	0,146	147	145	147	150	136	140
21.5.	0,148	147	147	148	150	136	140
22.5.	0,147	146	147	147	148	141	144
23.5.	0,147	146	146	148	149	142	145
24.5.	—	—	147	148	149	—	—
Mean	0,146	146	146	146	150	138	142
$\pm k_f$ mm/s	0,0012	16	16	12	11	15	16

$k_f \text{ mean} = 0,145 \text{ mm/s}$.

TABLE 5

Permeabilities k_f computed from the second period (pumping rate with) $Q = 35,383 \text{ m}^3/\text{h}$.

The connection well 5.

Axis	W	W	E	E	E	N	S
Well	1	2	8	9	10	11	14
Distance m	74,85	24,65	25,25	75,35	127,14	24,85	25,20
13.5.	0,154	153	156	158	160	143	150
14.5.	0,151	152	152	155	156	143	150
15.5.	0,150	151	151	154	158	141	151
16.5.	0,150	157	152	153	162	142	151
17.5.	0,152	157	152	152	161	144	152
18.5.	0,153	157	154	153	159	146	152
19.5.	0,152	154	152	152	157	145	152
20.5.	0,152	156	152	153	157	145	154
21.5.	0,155	156	155	155	156	145	152
22.5.	0,154	154	156	153	156	145	151
23.5.	0,154	154	154	154	156	146	153
Mean	0,152	155	153	154	158	144	152
$\pm k_f$ mm/s	0,0022	29	29	22	20	27	28

$k_f \text{ mean} = 0,152 \text{ mm/s}$.

TABLE 6

Permeabilities k_f computed from the measurements in the short observation wells in the first period with pumping rate $Q = 30,275 \text{ m}^3/\text{h}$

The connection well VBI

Axis	E	W	N	E	S	W	W	N	W	E	S	E	W	E
Well	6a	5a	12	7a	13	4a	3a	11	2a	8a	14	9a	1a	10a
Distance m.	1,85	1,25	4,75	5,35	5,20	4,90	9,85	24,85	24,65	25,25	25,20	75,35	74,85	127,14
4.5.	118	133	126	125	131	140	141	155	156	159	160	153	153	152
5.5.	108	132	126	125	129	138	142	152	154	156	158	157	158	156
6.5.	109	122	120	125	123	137	141	148	153	155	154	151	151	156
7.5.	109	124	124	125	126	139	144	152	155	156	156	156	157	158
8.5.	108	121	124	124	123	139	142	150	154	154	157	155	156	156
9.5.	108	121	124	126	129	138	143	149	154	155	157	156	158	157
10.5.	109	123	126	127	131	140	144	153	154	156	157	157	158	158
11.5.	107	121	124	125	129	138	142	151	154	160	156	156	157	157
12.5.	108	121	125	126	129	139	143	151	155	160	156	157	158	158
Mean	109	124	125	125	129	139	142	151	154	157	157	155	156	157

lim k_f 0,157 mm/s.

by measuring errors of 1 cm each in the observation well and in the pumping well are indicated in the following tables of results. They have been calculated according to the approximation formula

$$\Delta k_f \approx k_f \frac{\Delta s_2 - \Delta s_1}{s_1 - s_2}.$$

The deviation from DARCY's law in the second period of the pumping test was the reason why the observation well 5 which was only 1.25 m from the pumped well, was used instead of the latter for the computation of the coefficients of permeability of the second period too.

The coefficients of permeability thus obtained are indicated in table 3 for period 1 and in tables 4 and 5 for period 2. Their average in the first period is 0.155 and in the second period 0.152 mm/s. On the basis of the measurements in the pumped well the second period produces a coefficient of permeability of 0.145 mm/s.

The DUPUIT-THIEM formula results in somewhat greater values of permeability than the formula of WEBER since it does not take into account the influence of the increasing area of influence of the well. However, the difference is without any practical importance.

The method for computing the coefficients of permeability in which the water level in one observation well is always coupled with the water level in the pumped well, also permits the use of the measurements of water table instead of the base pressure curve. In this case, the computed values converge with the extending distance of the observation well from the pumped well towards the real rate of permeability, as the difference between the base pressure curve and the pumped water table will converge towards zero with the extending distance from the pumped well. Then, the values computed are too small for observation wells which are near the pumped well. Table 6 gives an example of this computation.

If this method is carried through consequently, a few observation wells situated at a greater distance from the pumped well will be sufficient. As may be seen from table 6, wells 25 m distant from the pumped well are already yielding the real results.

The extreme consequence of this method consists in the computation of permeability on the sole basis of the measurements at the pumped well without observation wells.

The well formula of WEBER combined with his formula for the circle of influence of the well offers this possibility. The circle of influence must in this case be determined previously by means of a supposed coefficient of permeability. The formula of WEBER for this case runs:

$$H^2 - y^2 = \frac{Q}{\pi k_f} \left[\ln R - \ln r_0 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{r_0}{R} \right)^2 \right].$$

As a rule, the coefficient of permeability computed will differ from the supposed one so that the computation has in each case to be repeated once or several times with the corrected coefficient.

The corresponding computations have also been made for the pumping test near Bielefeld, the results being compiled in table 7. The coefficient of permeability for the second period has been computed by means of the measurements in well 5 as well as by the measurements in the pumped well.

TABLE 7

*Permeabilities computed from the measurements
in the test well respectively in the observation well 5*

I. Period		II. Period		
Date	k_f mm/s	Date	k_f mm/s	k_f mm/s
			pumping well	observation well 5
4.5.	0,144	13.5.	0,148	0,159
5.5.	0,147	14.5.	0,147	0,151
6.5.	0,148	15.5.	0,146	0,150
7.5.	0,150	16.5.	0,147	0,150
8.5.	0,150	17.5.	0,147	0,151
9.5.	0,151	18.5.	0,147	0,152
10.5.	0,151	19.5.	0,147	0,151
11.5.	0,150	20.5.	0,147	0,152
12.5.	0,151	21.5.	0,147	0,151
		22.5.	0,146	0,151
		23.5.	0,147	0,151
		25.5.	0,147	0,151
Mean :	0,150		0,147	0,151

All computation results are compiled in table 8.

TABLE 8

	1. period	2. period
Observation well and pumped well	0,155	[0,145]
Observation well and well 5	—	0,152
Observation well and pumped well (pumped water table)	lim. $k_f = 0,157$	—
Pumped well alone	0,150	[0,147]
Well 5 alone	—	0,151

The final values of k_f stated in this table range very closely together. After elimination of the values in brackets, which are too small as the range of the applicability of DARCY's law was exceeded so that they have only comparative value, it is possible to obtain an average from the other values. This average can be regarded as the true value of the permeability:

$$k_f = 0,153 \text{ mm/s.}$$

The close proximity of the results makes it seem indifferent for the purposes of practice which method and which formula (WEBER or DUPUIT-THIEM) are used as basis of the computations. It is important to make use of the measurements of the drawdown in the pumped well and to keep within the limits of the applicability of DARCY's law at the casing of the well. The extension of the operating time of the pumping test is not essential for the result of the computation.

LITERATURE

- (¹) L. WENZEL, The Thiem Method for Determining Permeability of Water-Bearing Materials. *Water-Supply Paper* 679-A, Washington 1936.
- (²) L. WENZEL, Methods of Determining Permeability of Water-Bearing Materials. *Water-Supply Paper* 887, Washington 1942.
- (³) H. WEBER, *Die Reichweite von Grundwasserabsenkungen mittels Rohrbrunnen*. Berlin 1928, J. Springer-Verlag.
- (⁴) M. MUSCAT, *The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media*. First Edition, Second Printing. J. W. Edwards Inc., Ann Arbor, Michigan 1946.

TABLE A

Measureings of the base pressure at 7:00 p.m.

Date	VBI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4.5. 7 ⁰⁰ _h	0,46	8,88	6,77	6,62	6,62	1,46	6,84	6,61	6,91	7,57	8,48
4.5.	2,16	8,925	7,09	6,67	7,265	1,515	7,89	7,235	7,235	7,65	8,485
5.5.	2,33	9,01	7,205	6,805	7,495	1,70	8,00	7,43	7,32	7,725	8,53
6.5.	2,41	9,10	7,26	6,84	7,40	1,88	8,06	7,49	7,38	7,75	8,55
7.5.	2,45	9,09	7,30	6,95	7,50	2,02	8,11	7,53	7,42	7,80	8,59
8.5.	2,49	9,11	7,28	7,00	7,52	2,13	8,15	7,57	7,44	7,81	8,61
9.5.	2,515	9,14	7,36	7,02	7,65	2,27	8,17	7,60	7,48	7,85	8,63
10.5.	2,53	9,15	7,38	7,41	7,69	3,06	8,20	7,62	7,51	7,87	8,65
11.5.	2,57	9,17	7,40	7,43	7,71	3,09	8,23	7,66	7,53	7,90	8,67
12.5.	2,58	9,19	7,43	7,45	7,73	3,10	8,23	7,66	7,54	7,90	8,67
13.5.	3,035	9,20	7,45	7,52	7,26	3,18	8,32	7,73	7,60	7,92	8,69
14.5.	3,065	9,22	7,49	7,56	7,75	3,23	8,36	7,78	7,62	7,94	8,70
15.5.	3,10	9,24	7,52	7,59	7,85	3,27	8,39	7,81	7,65	7,97	8,76
16.5.	3,10	9,25	7,57	7,60	7,91	3,28	8,41	7,82	7,67	7,97	8,80
17.5.	3,11	9,27	7,57	7,62	7,93	3,28	8,41	7,83	7,67	7,96	8,79
18.5.	3,125	9,28	7,57	7,62	7,94	3,28	8,42	7,84	7,68	7,97	8,77
19.5.	3,13	9,29	7,57	7,63	7,95	3,30	8,43	7,85	7,69	7,98	8,77
20.5.	3,15	9,30	7,59	7,64	7,97	3,31	8,44	7,86	7,70	7,99	8,78
21.5.	3,17	9,34	7,61	7,71	7,98	3,33	8,47	7,90	7,74	8,03	8,79
22.5.	3,18	9,34	7,61	7,72	7,98	3,34	8,47	7,90	7,75	8,02	8,79
23.5.	3,19	9,35	7,62	7,74	8,01	3,35	8,48	7,90	7,75	8,04	8,80
24.5. 15 ⁰⁰ _h	3,19	9,36	7,62	7,74	8,01	3,38	8,49	7,90	7,76		

Pumping test stopped May 24. 1950 at 4:00 p.m.

24.5. 16 ³⁰ _h	1,84	—	7,40	7,20	7,20	—	7,51	7,27	7,54	—	—
24.5. 19 ⁰⁰ _h	—	9,32	7,38	7,17	7,13	1,85	7,49	7,25	7,53	8,04	8,80
24.5. 21 ⁰⁰ _h	1,05	9,28	7,32	7,17	7,13	1,85	7,11	7,19	7,47	8,03	8,79
25.5. 7 ⁰⁰ _h	—	9,23	7,22	7,08	7,07	1,80	7,10	7,17	7,37	7,93	8,75
25.5. 16 ⁰⁰ _h	1,02	9,20	7,16	7,02	7,01	—	7,09	7,11	7,31	7,93	8,71

TABLE B
Measureings of the pumped water table at 7:00 p.m.

Date	1a	2a	3a	4a	5a	6a	7a	8a	9a	10a	11	12	13	14
4.5.50														
7.00 h	8.76	6.62	6.37	6.39	1.32	6.58	6.50	6.75	7.42	8.27	6.94	6.50	6.58	7.49
4.5.	8.84	6.87	6.74	6.97	2.31	7.33	6.92	7.02	7.50	8.29	7.175	6.965	7.065	7.77
5.5.	8.92	7.00	6.91	7.12	2.47	7.41	7.08	7.14	7.55	8.33	7.30	7.125	7.21	7.895
6.5.	8.91	7.07	6.98	7.19	2.49	7.49	7.16	7.21	7.55	8.37	7.33	7.15	7.23	7.94
7.5.	8.99	7.12	7.04	7.24	2.54	7.53	7.20	7.25	7.63	8.40	7.41	7.23	7.30	8.00
8.5.	9.01	7.15	7.06	7.28	2.56	7.56	7.23	7.27	7.65	8.40	7.43	7.27	7.31	8.04
9.5.	9.05	7.18	7.10	7.30	2.59	7.59	7.27	7.31	7.69	8.43	7.45	7.30	7.39	8.07
10.5.	9.06	7.19	7.12	7.33	2.61	7.61	7.29	7.33	7.71	8.45	7.49	7.33	7.42	8.08
11.5.	9.09	7.22	7.14	7.35	2.64	7.63	7.31	7.40	7.73	8.46	7.51	7.35	7.44	8.11
12.5.	9.10	7.24	7.16	7.37	2.65	7.65	7.33	7.41	7.75	8.48	7.52	7.36	7.45	8.12
13.5.	9.11	7.26	7.21	7.47	2.87	7.68	7.38	7.40	7.74	8.50	7.54	7.44	7.52	8.14
14.5.	9.13	7.31	7.26	7.52	2.93	7.75	7.45	7.44	7.77	8.50	7.59	7.49	7.58	8.19
15.5.	9.15	7.33	7.31	7.55	2.97	7.84	7.49	7.47	7.81	8.52	7.61	7.53	7.62	8.23
16.5.	9.16	7.36	7.32	7.56	2.98	7.84	7.50	7.51	7.81	8.53	7.63	7.54	7.63	8.24
17.5.	9.17	7.37	7.32	7.57	2.98	7.86	7.51	7.51	7.83	8.53	7.65	7.55	7.64	8.25
18.5.	9.19	7.37	7.33	7.58	2.98	7.87	7.52	7.52	7.84	8.54	7.66	7.56	7.65	8.25
19.5.	9.20	7.38	7.35	7.59	3.00	7.88	7.53	7.53	7.85	8.55	7.67	7.58	7.66	8.27
20.5.	9.21	7.40	7.36	7.60	3.01	7.89	7.54	7.54	7.86	8.58	7.68	7.59	7.67	8.29
21.5.	9.22	7.42	7.38	7.62	3.04	7.92	7.57	7.56	7.89	8.58	7.70	7.61	7.69	8.30
22.5.	9.22	7.42	7.39	7.62	3.05	7.92	7.57	7.56	7.89	8.59	7.71	7.62	7.70	8.30
23.5.	9.23	7.43	7.40	7.64	3.06	7.93	7.57	7.56	7.91	8.59	7.71	7.62	7.71	8.32
24.5.	—	7.44	7.40	7.64	3.06	7.94	7.58	7.58	7.92	8.60	7.73	7.62	7.71	8.32
15,00 h														
Pumping test stopped May 24. 1950 at 4:00 p.m.														
24.5.	—	7.32	7.14	7.16	—	7.46	7.26	7.46	—	—	—	—	—	—
16.30 h														
24.5.	9.22	7.31	7.12	7.14	2.01	7.42	7.26	7.44	7.89	8.60	7.60	7.37	7.41	8.19
19.00 h														
24.5.	9.20	7.23	7.02	7.04	1.96	7.33	7.14	7.42	7.86	8.60	7.52	7.12	7.23	8.11
21.00 h														
25.5.	9.14	7.11	6.87	6.91	1.82	7.18	6.85	7.26	7.81	8.58	7.43	6.98	7.13	8.02
7.00 h														
25.5.	9.11	7.05	6.81	6.84	—	7.12	6.80	7.20	7.77	8.57	7.34	6.92	7.02	7.92
16.00 h														

Pumping test stopped May 24, 1950 at 4:00 p.m.

[illegible]

EXPERIMENTS ON THE MOTION OF WATER IN THE VICINITY OF WELLS

by

R. MUGGE
Frankfurt a.M., Germany

In several papers published previously and in a lecture given at the Rome meeting of the UGGI in 1954, I described fluctuations of the subsoil water level caused by the tides, by seismic waves, and by barometric pressure changes, or by influences of different kinds. The water level fluctuations could be used as a detector of the mentioned geophysical processes respectively (an example of each way of excitation is shown in projection slides). In every case, measurement has been made by a float on an open level of the subsoil water, in a well or in a mine shaft. A simple lever was used to record the float's position on paper.

Which of the mentioned phenomena is indicated by subsoil water, depends on *a*) the quantity of water stored, *b*) the mobility of the water, or its ability to flow in the vicinity of the well being observed. Therefore this paper may be contributed to the topics of this meeting.

1. The probably most simple case, found only once until now, is shown by an inundated mine at Sontra, Germany. The water there indicates the tides by changing its level in the mine shaft. However, this is not to be compared to the tidal water motions of an ocean; the water rather follows the tides of the rigid earth crust. This may be understood from the special condition that the water in the Sontra mine has almost no feeding and no runoff, or that, at least, these changes are so negligibly small that the water in the mine may be considered as a constant quantity. It is thus enabled to follow the tiny divergences and convergences of the storing volume which the straining forces of the tides provoke in the rock material. Considering the distance or the radius of curvature of the mountain parts, these changes—within the extent of the closed-in water—should have the order of magnitude of 1/10 or 1/100 micron. Since the possibilities for flowing away of the water are almost zero, the closed-in water can integrate the volume change and thus react with a level amplitude of 5 to 10 cms in the open shaft. According to the geologic situation, the subsoil water closed in in the Sontra region reaches the surface not closer than about 150 kms south, in the Rhein-Main-basin, where the lower red sandstone whereof the mountains near Sontra exist, forms the northern range of the Odenwald.

2. The opposite condition of an extremely easily movable water is favorable for the phenomenon that the subsoil water can be excited by seismic waves and behave like a seismograph. This condition exists in the clefts, filled with water, sand, gravel and clay, of the basalt near Inheiden, Germany. The clefts lead the subsoil water to the wells of the water plant. The mobility of this water, fed by the higher parts of the «Vogelsberg» is so considerable that even if 100 liters per second are pumped off by the water plant from an area of some 1000 sq. metres, there is almost no depression of the subsoil water level around the wells. The Frankfurter Meteorologisches Institut is planning to investigate the kind of movement of the water with seismic excitations by searching for other seismologically sensitive places in the area of supply and particularly to investigate whether the seismic energy is transferred directly from the rock into the water or whether the water itself is carrying along seismic energy. The storage of a large amount of water seems to be an essential condition.

3. The third phenomenon that the subsoil water is sensitive to barometric pressure is known for many wells since a longer while already. What had not been observed until now and may be deemed new, is the extreme sensitivity of certain wells for small but rapid pressure variations. The investigator of this phenomenon, Dr. R. Meissner of the Frankfurter

Schwankungen des Grundwasserspiegels in dem überfluteten Bergwerk Sontra.

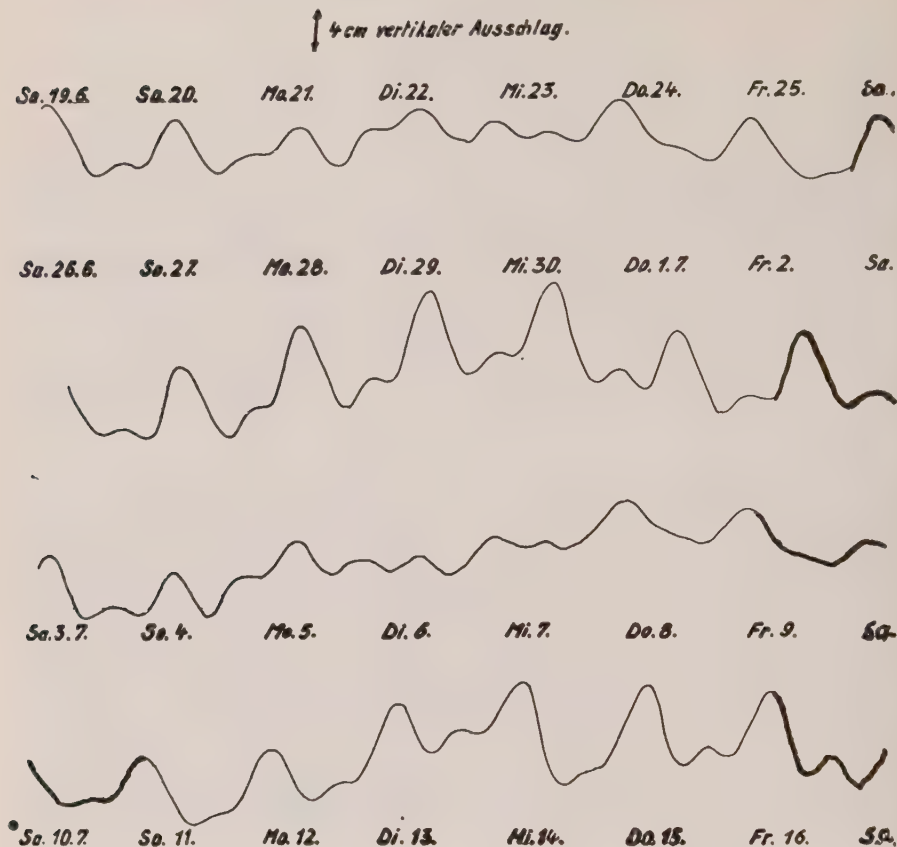


Fig. 1a

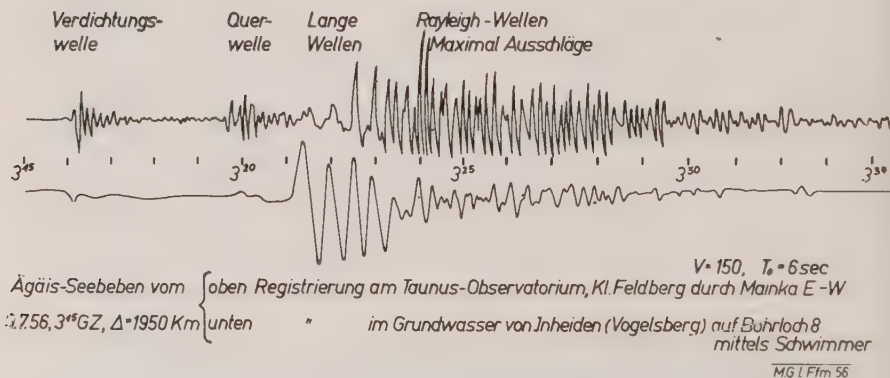


Fig. 1b

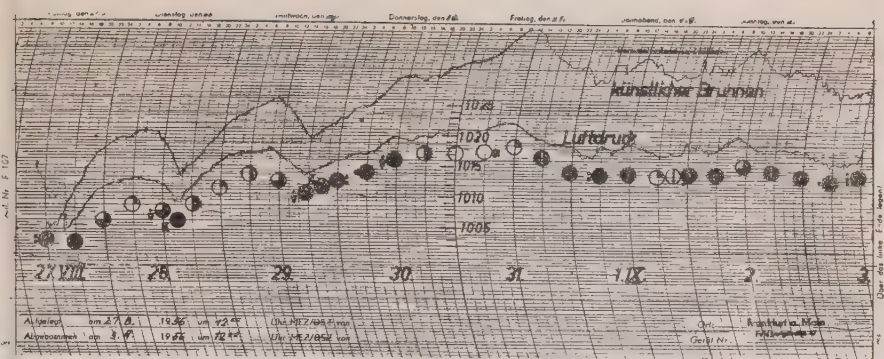


Fig. 1c

Meteorologisches Institut, could confirm that the water moved in or out of the well by air pressure changes affects the capillary water only in the immediate proximity of the well. The motions of the water in the ground dye out in a distance of 1 to 10 metres depending on the size of the well. This induced the idea of an artificial well (shown in the accompanying slide). After careful experiments on the grain size of sand, optimal for the required small motions of the capillary water, the iron barrel, about 75 cms high, was filled with a very fine grain sand (grain size 0,1 mm). Such an apparatus with a water bevel float gauge attached sideward («artificial well») shows a surprising response to barometric pressure and its variations. The slides give reproductions of air pressure records, made in the basement of the institute. For comparison, the record of a normal but highly sensitive barograph is added. The typical fine structure of the baro pressure (caused by the energy metabolism of the weather processes) is recorded better by the artificial well than by a barograph.

Two staff members of my institute, Dr. Meissner and Dr. Mattern, have attempted at explaining the mechanism of the sand and water filled barrel. It evidently works partly as a barograph, partly as a pressure variometer. Of decisive influence seems to be the amount of air trapped in between the water coated sand grains, in the so-called «Saugraum» (suction space). After filling the device with sand and water, this suction space develops in a time of

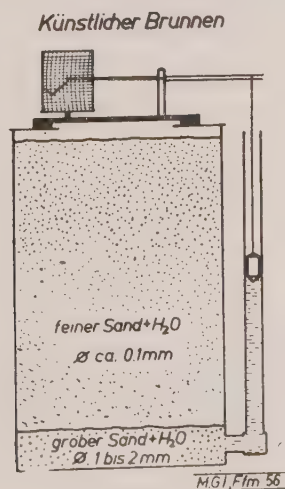


Fig. 2

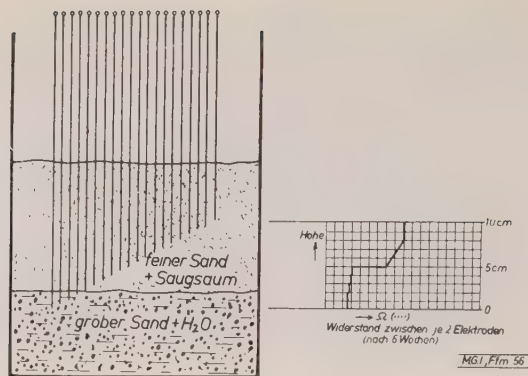


Fig. 3

about 2 months; it is sensible against any vibrations, they disturb its development. In the case of pressure variations, the volume of water entering or leaving the gauge tube is compensated for by compression or dilatation of the numerous capillary gas bubbles. For further investigating the microscopic motions of the water in this complicate system, my staff member Dr. Mattern has measured the electrical resistance of the various water layers in the artificial well. The fig. 2 and 3 are showing the experimental layout and, the next one, a diagram of the results. There are two pronounced jumps in the vertical change of the electrical resistance. The lower one may be identified as the upper border level of the suction space, while the second one, situated higher, may be the final level up to which some few filaments of water and water filled capillaries reach. Above this level, there is only dry sand.

In respect to the operation of the device, it may be added that the volume of the trapped gas bubbles is changed by pressure variations immediately with almost no lag or phase shift. Their added effect makes the pressure dependency of the whole system. The second effect, the variometerlike behaviour, requires a motion of air *and* some water in the capillaries, with phase shift and dye-out influences. In fact, in the case of pressure variations with periods of less than one minute, the device does not respond with no lag at all, but with a certain delay. This effect is particularly well pronounced with the sudden pressure jumps occurring with thunder showers or at cold fronts.

RECHERCHES SUR LE RENDEMENT DES PUITES AU COURS DE LEUR FORAGE

par

Emil GANSLOSER

Regierungsbaurat à Hannover.

Il y a quelques années, j'avais à mettre au point, dans un temps très court, un programme de distributions d'eau dont les chantiers étaient très éloignés les uns des autres. A cet effet, les recherches hydro-géologiques, les exigences hygiéniques, la considération des points de vue technique et économique ne présentaient pas de difficultés. On disposait également sur place d'un personnel professionnel capable d'exécuter le captage, mais de sérieuses difficultés apparurent lors de l'établissement du programme de forage. Les rapports sur les résultats disponibles présentaient des déficiences au point de vue de l'exactitude. L'accroissement des quantités d'eau arrivant au puits au fur et à mesure de la progression du forage n'était guère indiqué que par des données purement descriptives. Ces rapports, influencés subjectivement, contenaient de nombreuses inexactitudes. L'office central qui devait prendre les décisions sur les mesures à prendre se trouvait devant une tâche très difficile car les valeurs numériques essentielles pour juger des divers points de forage n'étaient pas mises à la disposition de cet office. La seule possibilité qui subsistait pour se rendre compte des résultats de forage, consistait dans la réalisation d'essais de pompage, essais auxquels on ne pouvait cependant se livrer qu'après l'achèvement du puits. Les mesures à prendre étaient ainsi affectées d'énormes risques, ce qui provoqua presque l'impossibilité de poursuivre l'exécution.

Afin de sortir de cette situation difficile, on imagina un procédé simple qui permit déjà de prévoir le rendement quantitatif des puits au cours de l'exécution des travaux de forage. Ce procédé est exposé ci-dessous en prenant l'exemple d'un puits artésien.

Dès l'instant où la sonde a percé la couche maintenant l'eau captive, on observe dans le puits un niveau d'eau statique défini. A la suite du dérangement de ce dernier, p. ex. en procédant à une prise d'eau de courte durée, le niveau d'eau remonte. Ce mouvement rapide au début, devient ensuite de plus en plus lent. A proximité du niveau d'eau statique, la montée est tellement infime que le mesurage du mouvement du niveau dans le puits devient pratiquement impossible.

Des mesurages répétés dans le même puits sur la remontée du niveau d'eau à la suite d'un dérangement provoqué par une prise d'eau de courte durée donnèrent toujours le même résultat: la courbe de la hausse du niveau d'eau en fonction du temps suit une certaine loi.

Afin de pouvoir trouver cette loi avec une dépense aussi minime possible, on divisa la hauteur de remontée, produite par une baisse du niveau de l'eau, en intervalles égaux et on mesura les laps de temps s'écoulant au cours de la remontée de chacun de ces intervalles. La plus grande baisse du niveau d'eau statique provoquée par une prise d'eau de courte durée peut être désignée par (a_n) . Les remontées partielles du niveau d'eau sont les suivantes:

$$I. \quad a_n - a_{n-1} = a_{n-1} - a_{n-2} = \dots = a_3 - a_2 = a_2 - a_1;$$

Au cours du forage, au moment où la formation aquifère est justement atteinte, le débit du puits est encore relativement réduit. A la suite d'un dérangement du niveau d'eau statique, de grands laps de temps s'écoulent avant que les hausses partielles précitées soient réalisées. Pendant la hausse du niveau d'eau, pour chaque remontée partielle, on mesure les temps suivants:

$$II. \quad T_{n,n-1}; T_{n-1,n-2}; \dots T_{3,2}; T_{2,1};$$

Le débit du puits augmente avec la progression du forage dans le cadre de circonstances

conditionnées par la nature. Désormais, on obtient des temps plus courts pour les hausses partielles indiquées :

$$\text{III.} \quad t_{n,n-1}; t_{n-1,n-2}; \dots t_{3,2}; t_{2,1};$$

Les résultats de mesures exécutées d'après le schéma ci-dessus conduisent aux constatations suivantes :

1. Dans les puits artésiens, les mesures de dénivellation et de temps de remplissage, qui se produisent à la suite d'un dérangement du niveau d'eau statique dû à une prise d'eau de courte durée, satisfont à l'équation suivante :

$$\text{IV.} \quad T_{i,i-1} = A [\log \text{nat } a] \frac{a_{i-1}}{a_i};$$

2. En comparant deux puits artésiens de débits différents, le rapport des temps de remplissage correspondants est constant.

$$\text{V.} \quad K = \frac{T_{n,n-1}}{t_{n,n-1}} = \frac{T_{n-1,n-2}}{t_{n-1,n-2}} = \text{etc.}$$

Il s'en suit que la courbe des temps de remplissage pour tous les puits artésiens peut être exprimée par une fonction, présentant toujours la même forme, la seule différence ne pouvant consister que dans la valeur du facteur A.

Les mesures décrites ci-dessus ont été effectuées dans des puits où se trouvait un tubage de section constante (F) dans le voisinage de la fluctuation du niveau d'eau. On observa que la valeur mesurée du temps (T) intervenant dans la relation IV est influencée proportionnellement par la grandeur de la section (F). Des temps de remplissage proportionnellement ongs correspondent à une grande surface de section de tubage du puits. C'est pourquoi, 'on peut aussi écrire la fonction qui intervient dans l'équation (IV), comme suit :

$$\text{VI.} \quad T_{i,i-1} = F/S [\log \text{nat } a] \frac{a_{i-1}}{a_i};$$

Le diviseur complémentaire S introduit dans la formule n'est à considérer provisoirement que comme correctif, parce qu'on ne peut pas sans plus égalier le facteur (A) à la surface (F). Pour pouvoir valoriser la formule de la courbe des temps de remplissage (IV) et (VI), on doit bien se représenter qu'elle est une conséquence de la loi suivant laquelle les volumes d'eau arrivent d'une façon continue vers le puits. On peut ainsi se représenter la courbe des temps de remplissage comme une courbe intégrale que l'on peut déduire de la courbe des quantités d'eau arrivant au puits. Après avoir trouvé la courbe des temps de remplissage expérimentalement, on peut, en renversant les choses, obtenir la courbe des quantités d'eau arrivant au puits, par une différentiation de l'équation (IV) resp. (VI). Par cette différentiation du temps dans l'équation (VI), on obtient l'équation différentielle suivante :

$$\text{VII.} \quad dT = F/S da/a;$$

L'importance de cette équation est manifeste si l'on considère une autre combinaison des facteurs qui y interviennent.

$$\text{VIII.} \quad Sxa = F x da/dT$$

La dernière équation contient à droite, le produit de la surface de la section du tubage (F) et de la vitesse de la hausse du niveau d'eau dans le puits (da/dT), soit la quantité d'eau arrivant au puits par unité de temps.

Le côté gauche de l'équation doit donc représenter également le débit qui arrive au puits. Il est ici exprimé par un produit de deux facteurs dont le second, a , représente la dénivellation. Le quotient du débit arrivant au puits par cette dénivellation a , c'est-à-dire l'autre facteur S, donne le débit pour une dénivellation unitaire. Ce facteur S, que nous avons introduit dans l'équation VI, n'est donc autre chose que le débit spécifique du puits.

Nous reconnaissons des déductions ci-dessus qu'entre la hausse du niveau de l'eau et le débit arrivant au puits, il y a un rapport linéaire exactement comme on peut le déduire de la loi de Darcy quand elle est appliquée aux puits artésiens. Ainsi la preuve est faite, c.-à-d., que le mouvement du niveau de l'eau dans les puits artésiens à la suite d'un

dérangement du niveau d'eau statique par une prise d'eau de courte durée est régi également par la loi de Darcy. Dans celle-ci l'équation de la hausse du niveau d'eau s'établit comme suit :

IX.
$$q_a = S_a \cdot a;$$

L'indice (a) joint aux deux symboles (q) et (S) montre que cette formule n'est valable que pour les puits artésiens.

La même dérivation, analogue à celle exposée ci-dessus, pourrait aussi être faite pour les puits à niveau libre. Pour la simplicité, je vous communique le résultat comme suit :

Equation de la courbe de temps de remplissage aux puits à niveau libre à la suite d'un dérangement du niveau d'eau statique par une prise d'eau de courte durée :

X.
$$S_f = \frac{F}{T} \log \text{nat} \left[\frac{a_2}{a_1} \frac{2C - a_1}{2C - a_2} \right];$$

Dans la formule ci-dessus, C représente l'épaisseur de la couche aquifère, mesurée jusqu'au niveau statique de la nappe.

L'équation pour la hausse du niveau d'eau s'écrit dans ce cas :

XI.
$$q_f = S_f \cdot a (1 - a / 2C);$$

Ainsi s'établissent les bases, grâce auxquelles on peut déterminer le débit d'un puits en construction sans être obligé pour cela d'avoir recours à un essai par pompage.

L'utilisation de ce procédé est très simple dans la pratique. Chaque fois que se produit un arrêt de travail de plusieurs heures, on fera une prise d'eau, de volume quelconque, de courte durée, dans le puits à contrôler. De la sorte, le niveau d'eau statique baisse. Pour déterminer la variation de la hausse du niveau en fonction du temps, il suffit d'exécuter des mesurages de temps de remontée entre deux repères dans le puits. La profondeur de ces deux repères doit être mesurée sous le niveau statique.

Selon qu'il s'agit d'un puits artésien ou d'un puits à niveau libre, les valeurs numériques sont introduites dans l'équation (VI) ou (X).

Ci-dessous un simple exemple pour un puits artésien :

Diamètre de la tuyauterie du puits dans

la zone de fluctuation du niveau d'eau

Surface de section de la tuyauterie

Quantité d'eau prise dans un temps très court

Profondeur max. autorisée du repère le plus bas

$D = 0,800 \text{ m}$

$F = 0,503 \text{ m}^2$

$Q = 0,181 \text{ m}^3$

$$a_n = Q/F =$$

$$a_n = \text{env. } 0,36 \text{ m}$$

Emplacements des repères sous le niveau d'eau statique :

Repère inférieur choisi :

$$a_1 = 0,215 \text{ m}$$

Repère supérieur choisi :

$$a_2 = 0,165 \text{ m}$$

Laps de temps mesuré pendant lequel le niveau d'eau monte du repère a_2 au repère a_1

$$T_{2,1} = 31 \text{ sec.}$$

D'où les résultats :

$$S = F/T \log \text{nat } a_2 - \log \text{nat } a_1;$$

S = débit spécifique.

$$S = 0,503/31 [\log \text{nat } 0,215 - \log \text{nat } 0,165] = 0,0043 \text{ m}^3/\text{s.}$$

Parfois il est nécessaire, que l'on capte dans un puits deux ou plusieurs nappes d'eau différentes. Pendant la progression du forage, les nappes d'eau déjà décelées seront fermées dans l'intervalle par des tuyauteries de protection. La nappe d'eau se trouvant en captage en grande profondeur peut être captée séparément de la façon décrite ci-dessus. En règle générale, on observe que les couches individuelles d'eau souterraine sont soumises à des pressions différentes. Dans les puits définitivement terminés, les nappes individuelles réagissent alors l'une sur l'autre. La nappe d'eau soumise à une plus grande pression livre naturellement une partie de son débit à l'autre nappe. L'ampleur de la communication réciproque est fixée par le niveau d'eau statique qui s'établit dans le puits terminé. Pour connaître cette

influence, il faut utiliser la courbe des débits des nappes d'eau individuelles. A cet effet, on aura recours aux équations (IX) pour les puits artésiens et (XI) pour les puits à niveau libre.

En utilisant ces équations, on doit observer que la valeur de (a) se réfère chaque fois aux différents niveaux d'eau statiques se rapportant à chacune des nappes individuelles.

De ces indications individuelles pour le débit du puits, on peut déduire le débit définitif par addition. On obtient alors une courbe des dénivellations en fonction des débits qui montre la baisse correspondant à chaque prise d'eau.

Après avoir déduit le débit du puits en partant des observations individuelles, on est désormais aussi en mesure de déceler la participation de chaque nappe pour chaque baisse sous le niveau d'eau statique dans le puits.

Nous reconnaissons par ces déductions que la participation au débit total enlevé de chacune des nappes individuelles est différent pour chaque valeur du rabattement du niveau d'eau dans un puits défini.

En règle générale, dans les couches individuelles d'eau souterraine il y a des concentrations différentes de substances solubles. Comme on vient de voir que la part des nappes individuelles intervenant dans le débit total capté varie avec la valeur du rabattement, on peut aussi prévoir les changements qui se produiront dans la composition chimique de l'eau à écouler. La condition nécessaire à cet effet est cependant que la qualité de l'eau pendant le forage dans les nappes d'eau individuelles soit contrôlée par analyse.

Conclusion :

Le procédé, dont il est question ci-dessus, destiné à trouver le débit de puits en cours du forage évite les inconvénients qu'on rencontre quand les courbes de rabattement au voisinage des puits présentent des discontinuités. Le risque de voir une couche aquifère appropriée passer inaperçue et de capter dans certaines circonstances une nappe inutilisable à sa place, est considérablement réduit en employant ce procédé de recherche. L'essai de pompage inévitable jusqu'à présent pour juger d'un puits est remplacé par un mesurage effectué pendant le forage. L'essai de pompage n'est plus désormais utilisé qu'en confirmation des résultats obtenus.

CLASSIFICATION DES RESSOURCES D'EAUX SOUTERRAINES ET ÉVALUATION DE LEURS RÉSERVES

par

Prof. G. V. BOGOMOLOV,
D. ès-sciences,

et

Prof. N. A. PLOTNIKOV

Les eaux souterraines représentent un minéral utile de grande importance pour la vie et les activités humaines; ceci est connu depuis longtemps. Ces eaux sont largement utilisées pour l'alimentation en eau, pour l'irrigation, pour des buts médicaux, et comme matières premières pour extraire différents composants (sel de cuisine, iode, brome, etc.).

Pour résoudre les problèmes d'utilisation des eaux souterraines, il faut connaître le débit qu'on peut avoir durant leur exploitation en tenant compte de la composition de ces dernières. En même temps il faut avoir en vue la possibilité d'une modification du débit et de la composition des eaux souterraines à différentes époques.

Pour effectuer correctement les recherches hydrogéologiques, pour évaluer le degré des connaissances en eaux souterraines, enfin pour résoudre les problèmes résultant des projets et des constructions des captages, on a élaboré et on applique en URSS une classification des réserves exploitables des eaux souterraines, comme cela se fait pour d'autres minéraux utiles.

Les investigations scientifiques largement appliquées en URSS ont permis de révéler les réserves des eaux souterraines et d'ébaucher les voies rationnelles pour leur utilisation. Les problèmes des projets, des constructions et de l'exploitation des eaux souterraines et de leurs réserves en URSS sont étudiés dans des institutions appropriées.

La classification des réserves exploitables en eaux souterraines donne en forme de résumé une caractéristique des explorations hydrogéologiques et des reconnaissances sur les eaux souterraines, en les divisant en cinq catégories : C_1 , C_2 , B, A_1 et A_2 en allant de la catégorie la moins connue à celle qui a été la plus étudiée. Chaque catégorie se détermine par son objectif.

On donne ci-dessous une table de la classification des réserves exploitables en eaux souterraines, les caractéristiques d'exploration et de reconnaissance, ainsi que l'objectif de chaque catégorie.

Classification des réserves exploitables en eaux souterraines

Catégorie de réserves	Exploration et reconnaissances	Objectif de chaque catégorie
1	2	3
C_2	Réserves des eaux souterraines, estimées d'après des conditions géologiques et hydrogéologiques.	Etablir les plans des investigations hydrogéologiques et donner une base pour les sondages de reconnaissances en eau.

Catégorie de réserves	Exploration et reconnaissances	Objectif de chaque catégorie
1	2	3
C ₁	Réserves supposées sur la base d'investigations hydrogéologiques (levé géologico-hydrogéologique complexe) d'après les affleurements naturels des eaux souterraines les sources d'eau existantes et les sondages de reconnaissances isolés.	Etablir des plans perspectifs pour utiliser les eaux souterraines. Choisir les sites de reconnaissances hydrogéologiques détaillées, des bases pour des sondages de reconnaissances et expérimentaux.
C ₂	Réserves supposées dans des conditions hydrogéologiques compliquées (structure hétérogène des masses aquifères, instabilité de composition chimique et modification du débit d'eau), établies sur la base d'investigations hydrogéologiques (levé géologico-hydrogéologique complexe) et de déterminations du débit et de la qualité des eaux souterraines en des points divers.	Quand les réserves exploitables surpassent grandement celles de la consommation — trouver une base aux problèmes des projets pour l'utilisation des eaux souterraines et pour des sondages d'exploitation.
B	Réserves d'eaux souterraines, établies quantitativement sur la base de reconnaissances hydrogéologiques préalables et d'investigations hydrogéologiques générales accompagnées de pompages expérimentaux et d'observations de courte durée sur le régime des eaux souterraines et des sources dans la région des prises d'eau proposées. La qualité de l'eau pour la destination objective n'est pas assez étudiée.	Etablir une base des projets avec choix concrets des sites des prises et des captages, quand les réserves exploitables surpassent grandement celles de consommation pour élaborer des projets techniques et pour les investissements de capitaux dans les constructions.
A ₂	Réserves d'eaux souterraines établies quantitativement sur la base de reconnaissances détaillées, pompages expérimentaux et investigations sur le site des prises d'eau.	Etablir une base des projets techniques et des investissements de capitaux.
A ₂	Débits des sources, établis d'après les données des observations systématiques en régime pour un laps de temps d'au moins une année et d'après les données des travaux de reconnaissance détaillée et expérimentale sur le site du captage de la source. La qualité de l'eau pour l'utilisation objective déterminée est suffisamment étudiée.	
A	Réserves des eaux souterraines dûment établies et étudiées en relation avec leur quantité et leur qualité d'après les données d'exploitation.	Planifier l'exploitation courante des nappes et leur élargissement.

Les indications pour l'application de la classification ci-jointe des réserves exploitables se trouvent dans une instruction élaborée par le Ministère de Géologie de l'URSS. On y donne des indications méthodiques pour l'évaluation des réserves exploitables selon la quantité et la qualité des eaux souterraines dans des conditions différentes.

Les réserves exploitables dépendent en premier lieu des conditions hydrogéologiques. Ces réserves peuvent être différentes à divers horizons aquifères, comme dans différents points d'un même horizon aquifère, car l'abondance et la composition des eaux souterraines peuvent y être diverses. En outre dans certains des secteurs des horizons aquifères la situation de la couche aquifère et le niveau de la nappe d'eau peuvent se trouver à de plus grandes profondeurs que dans les autres.

Les degrés différents d'abondance en eau de certains secteurs des horizons aquifères, les profondeurs où se trouvent les couches aquifères, les niveaux des nappes d'eau souterraines, de même que la modification de la qualité des eaux, créent les différentes conditions technico-économiques des réserves exploitables et peuvent influencer le volume de ces réserves.

Les réserves exploitables des eaux souterraines doivent, en cette relation, être comparées non seulement dans des horizons aquifères séparés, mais aussi dans des secteurs différents de ces horizons.

La construction des conduits d'eau souterraine influence les dimensions des réserves exploitables. Sous ces conduits nous avons en vue une série de captages, en tenant compte du moyen par lequel l'eau y est prise (par pompage ou par écoulement naturel des eaux). Si nous avons, par exemple, un courant de sous-sol (fig. 1), les eaux d'un tel courant peuvent être capturées par une prise d'eau parfaitement horizontale (par des tuyaux de drainage ou des galeries), disposée un peu plus bas que la base de la couche aquifère (fig. 1-1); par une prise d'eau imparfaite (au-dessus de la base de la couche aquifère) (fig. 1-2); par un puits parfait (*) (fig. 1-3) ou encore par des puits imparfaits. Dans le premier cas en captant les eaux souterraines par une prise d'eau parfaitement horizontale (fig. 1-1) nous pouvons capter complètement ou quasi complètement le courant de sous-sol. Dans les deux derniers cas (fig. 1-2) etc.) cela ne peut se faire que partiellement car une partie de ce courant n'est pas recueilli par le captage; cela dépend, en particulier, (pour le schéma de fig. 1-3) de la distance entre les sondages. D'après cet exemple on peut juger que les volumes des réserves exploitables des eaux souterraines peuvent être influencés aussi par le type de construction des prises d'eau.

Les quantités des réserves exploitables des eaux souterraines sont influencées en premier lieu par les conditions hydrogéologiques. Ces conditions se modifient durant le cours de l'année, et aussi durant une série d'années, ce qui est déterminé, en somme, par les conditions de l'alimentation des horizons aquifères. Il en résulte que les niveaux des eaux souterraines, les débits des courants souterrains et des sources et les autres indices hydrogéologiques se modifient — ce qui exerce une influence sur l'importance des réserves exploitables. En conséquence, les volumes des réserves exploitables se modifient sous l'influence de conditions naturelles et particulièrement de l'alimentation des horizons aquifères.

L'analyse des problèmes concernant les quantités des eaux souterraines comprend les notions suivantes:

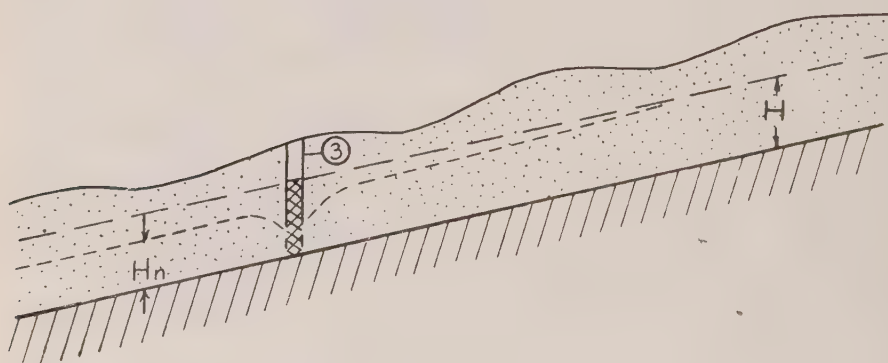
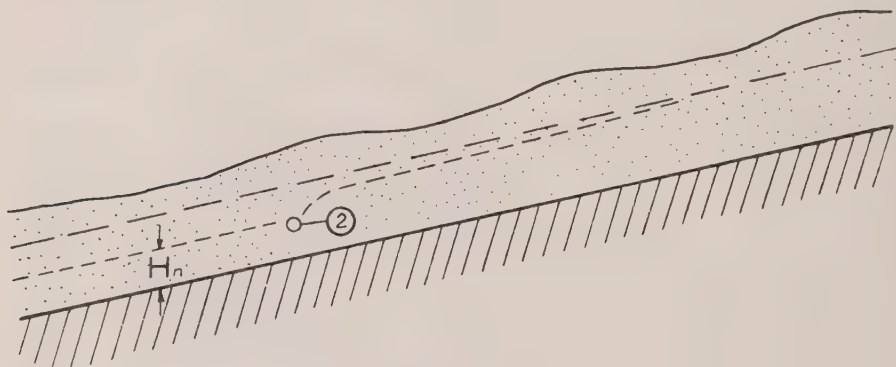
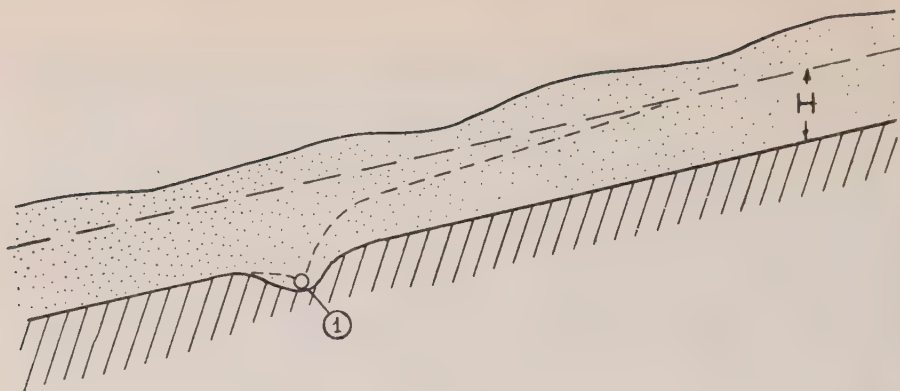
- 1) Volume d'eau dans l'horizon (la zone) aquifère,
- 2) Débit qui peut survenir dans l'horizon (la zone) aquifère à l'aide de constructions de captage.

Le volume des eaux souterraines est ordinairement exprimé, en mètres cubes, et leur débit en l/sec; m^3/h ; $l/24 h$; $m^3/24 h$; m^3/an . Les termes pour ces notions et pour une union des notions concernant les quantités des eaux souterraines sont diversement représentés par différents auteurs.

Le volume d'eau d'un horizon aquifère, où nous avons en vue le volume de débit et d'imprégnation insuffisante, doit être rationnellement divisé en deux genres.

1. *Volume d'eau dans la zone de variabilité des niveaux d'eaux souterraines à nappe libre.* Ce volume se modifie au cours de l'année et aussi au cours d'une série d'années; il subit, en particulier des variations saisonnières et des variations d'une période de plusieurs années.

(*) Ce sont des captages verticaux (sondage ou puits de mine).



Horizon aquifère.



Couche imperméable.

----- Niveau naturel des eaux souterraines.

----- Niveau des eaux souterraines sous l'action de leur exploitation par système de conduits.

① Système de prises horizontales parfaites.

② Système de prises horizontales imparfaites.

③ Puits (parfait).

H Puissance de la couche aquifère avant pompage.

H_n Puissance de la couche aquifère au moment de l'activité du système de prises.

Fig. 1

Schémas de l'influence de la construction des systèmes de prises sur les réserves exploitables des eaux souterraines.

Le volume indiqué règle le débit des eaux souterraines et c'est pourquoi un tel volume est nommé — *réserves régulatrices d'eaux souterraines*.

2. *Volume d'eau dans les horizons aquifères à nappe libre au-dessous de la zone de variabilité des niveaux ainsi que tout le volume des eaux souterraines dans les secteurs des horizons aquifères artésiens*. La valeur de ce volume se modifie selon les conditions naturelles seulement au cours d'un temps géologique et sont nommés de ce fait — *réserves séculaires*.

Il faut noter que sous l'influence de l'exploitation et des autres facteurs artificiels les réserves régulatrices et séculaires peuvent se modifier. En outre il faut tenir compte du fait que les réserves séculaires des eaux artésiennes peuvent rester (en relation avec changement de la pression dans la couche) presque les mêmes, mais leur masse et leur poids seront une quantité variable à cause de la modification en densité et en poids.

Les réserves régulatrices et séculaires sont nommées par d'autres auteurs « réserves statiques, passives et aussi séculaires ». Néanmoins une division du volume des eaux souterraines en réserves régulatrices et séculaires est d'une grande portée théorique et pratique. Les réserves régulatrices sont un des éléments les plus importants dans la balance des eaux souterraines.

La connaissance des réserves régulatrices offre dans une série de cas la possibilité d'évaluer approximativement le débit du courant souterrain et les réserves exploitables de l'horizon aquifère.

Le débit du courant souterrain se détermine par la quantité d'eau souterraine qui passe par la section (ou une partie de celle-ci) de l'horizon aquifère. Cette section doit être normale à la direction du mouvement des eaux souterraines. Dans différentes parties de l'horizon aquifère et à des temps divers le débit du courant souterrain peut être et est souvent différent. D'autres auteurs donnent à cette notion (« débit du courant souterrain ») un autre nom : « réserves dynamiques », « réserves dynamiques naturelles », etc. Néanmoins le terme « débit du courant souterrain » est clair et définit sous une forme suffisamment concise cette notion et à notre avis on ne doit pas en introduire de nouveau.

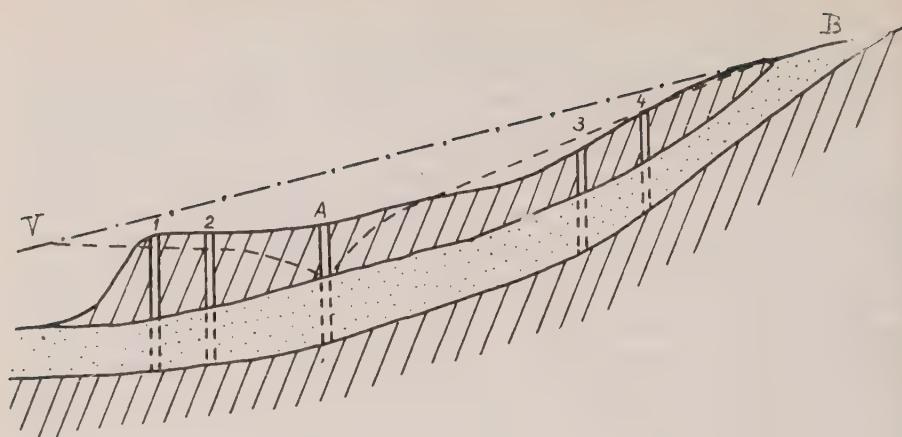
Mais le débit des eaux souterraines, qui peut s'effectuer des horizons aquifères y compris les sources, en tenant compte des conditions techniques-économiques rationnelles (construction des captages, leur situation, machines hydrauliques, indices économiques, etc.) sans empirer le régime d'exploitation et la qualité de l'eau durant la période calculée du travail du système des captages fut nommé « *réserves exploitables des eaux souterraines* ».

Examinons l'influence de l'exploitation des eaux souterraines sur le volume de leurs réserves exploitables. Durant les captages des eaux souterraines, leur niveaux baissent dans le secteur des prises. En relation avec ces baisses, les pentes hydrauliques et le débit en eau du courant souterrain augmentent ordinairement.

Cela peut s'observer particulièrement bien si la région de la source d'alimentation est située à petite distance, par exemple quand les prises sont disposées le long de la rive d'un fleuve et le long de sédiments alluviaux quand l'horizon aquifère est intimement lié au fleuve. L'influence de l'exploitation des eaux souterraines sur le volume de leurs réserves exploitables peut être démontrée sur le schéma de la section longitudinale d'un courant artésien de largeur minime sous le lit du fleuve. (fig. 2). Ici, l'horizon aquifère est situé dans une vallée du fleuve et est constitué par des galets alluviaux. Dans la région B le fleuve passe immédiatement sur les galets et alimente l'horizon aquifère. Dans la région V l'horizon aquifère est drainé vers la mer.

Admettons que l'exploitation des eaux souterraines se fait par la prise d'eau A sous forme d'une série de sondages parfaits qui sont alignés perpendiculairement au courant. Dans le secteur où le courant est artésien, sous le lit du fleuve (3-4 sondages de surveillance) en amont des prises A, la pente hydraulique moyenne durant l'exploitation se double par comparaison à la pente hydraulique moyenne dans des conditions normales. Si nous avons un courant artésien avec un régime de mouvement d'après la loi rectiligne (Darcy), le débit du courant en amont des puits s'augmentera en ce cas durant l'exploitation en raison directe du changement de la pente hydraulique moyenne, c'est-à-dire qu'il sera doublé.

De cette manière, l'exploitation apporte des modifications essentielles au régime du courant de sous-sol. Si la pente hydraulique en aval des prises des eaux souterraines s'annule durant l'exploitation (dans le secteur des sondages de surveillance 1-2), le débit des prises,



Horizon aquifère.



Couche imperméable.

- - - - - Niveau piézométrique naturel des eaux artésiennes.
 - - - - - Niveau des eaux artésiennes durant l'exploitation.
 1 - 4 Forages.
 A Forage d'exploitation.

Fig. 2

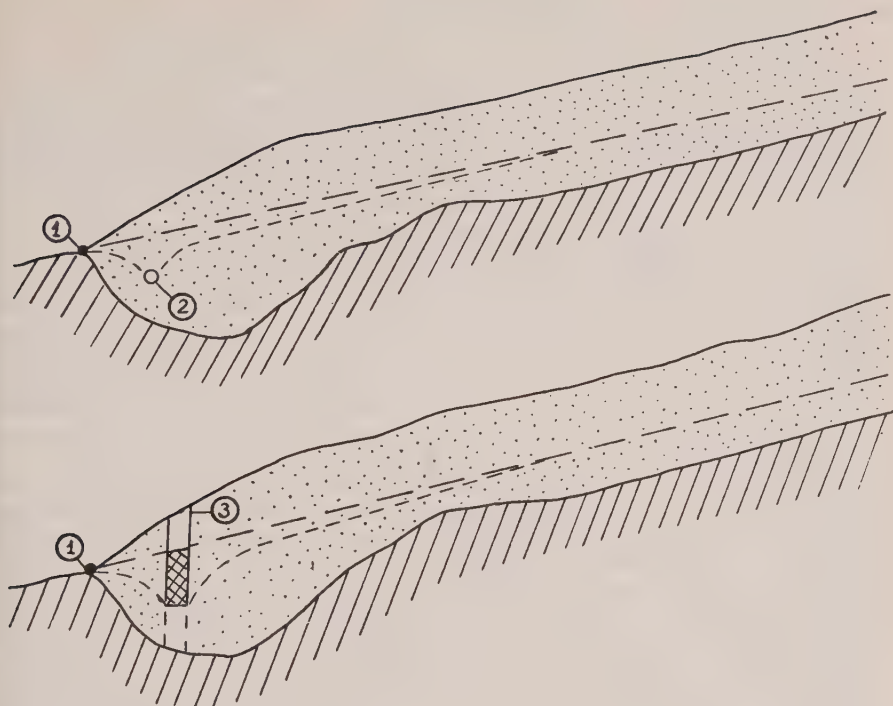
Schéma de la coupe longitudinale d'un courant souterrain artésien.

C'est-à-dire les réserves exploitables, égaleront le débit du courant en amont des prises. Si ce débit dans le courant artésien sous le lit du fleuve se double en amont du système par comparaison au débit naturel, les réserves exploitables seront aussi deux fois plus grandes que le débit naturel des courants de sous-sol.

Dans d'autres conditions hydrogéologiques (d'après le schéma, fig. 3-(2)) quand la prise horizontale est située auprès de la ligne du drainage de l'horizon aquifère et quand le niveau près de la prise horizontale est au-dessous du point d'affleurement des eaux souterraines sur la ligne de drainage — les réserves exploitables égalent ou sont très proches en valeur du débit naturel des courants souterrains. Quand la prise consiste en sondages ou en puits de mine situés le long de la ligne de drainage (au cas où le niveau des eaux souterraines entre les sondages ne se trouve pas au-dessus du point d'affleurement des eaux souterraines sur la ligne de drainage durant l'exploitation), les réserves exploitables peuvent aussi être égales ou proches du débit naturel du courant de sous-sol. (fig. 3-(3)).

En évaluant les réserves exploitables des eaux souterraines, il faut examiner non seulement leur quantité sous forme de débit, mais aussi leur qualité, car toutes les eaux ne sont pas utilisables.

Il faut encore tenir compte du fait suivant : pendant l'exploitation des eaux souterraines leur composition peut subir en certains cas une forte modification. Néanmoins, nous pouvons souvent prévoir d'avance les mesures de sureté sanitaire et technique pour prévenir un changement de leur composition dans une direction indésirable. La modification de la composition de ces eaux limite en certains cas la quantité des réserves exploitables. Il faut aussi tenir compte que l'on peut influencer les conditions d'alimentation des horizons aquifères et augmenter leur volume par des mesures conformes. De cette manière, en évaluant les réserves exploitables des eaux souterraines il faut déterminer leur volume (leur débit) et leur qualité en tenant compte des changements qui résultent des facteurs naturels et artificiels et par-



Horizon aquifère.



Couche imperméable.

— — — Niveau naturel avant l'exploitation.

- - - - Niveau des eaux souterraines après leur exploitation par système de prises.

① Source.

② Système de prise.

③ Puits.

Fig. 3

Schéma de la coupe longitudinale d'un courant souterrain avec système de captages près de la région de drainage.

ticulièrement de l'exploitation de ces eaux. Le volume des réserves exploitables dépend des conditions hydrogéologiques, de l'influence de l'exploitation sur le régime des eaux souterraines, des sites et du type des constructions des prises et il peut se modifier dans le temps. Le volume des réserves exploitables peut être plus grand, égal, ou moindre que le débit du courant de sous-sol dans ses conditions naturelles.

La méthode d'évaluation des réserves exploitables des eaux souterraines varie en relation avec les conditions hydrogéologiques, avec les nécessités en eau par comparaison avec possibilités des horizons aquifères, et aussi avec le degré de reconnaissance.

Les conditions hydrogéologiques et leur variabilité, sont particulièrement importantes en évaluant les réserves exploitables des eaux souterraines. Aussi est-il rationnel de déterminer des conditions d'alimentation, qui ne se rencontrent pas souvent, par exemple, dans les régions de congélation éternelle du secteur humidifié du Nord-Ouest de la partie européenne de l'URSS et des régions arides et désertes de l'Asie Centrale et du Sud-Est de la partie

européenne de l'URSS. On fait en tous les cas indiqués une évaluation quantitative et qualitative des réserves exploitables des eaux souterraines.

L'évaluation des eaux souterraines, conformément à leur utilisation objective, se fait sur la base d'analyses chimiques de l'eau et des conditions hydrogéologiques.

Quant les besoins en eau sont proches du débit possible des eaux souterraines, l'évaluation quantitative des réserves exploitables se fait sur la base de l'analyse de la balance, du débit du courant du sous-sol dans la section longitudinale des prises d'eau souterraines.

Si l'alimentation et le débit du courant souterrain en état naturel se trouvent être plus petits que les besoins, on peut quelquefois augmenter les réserves régulatrices en leur ajoutant une partie des réserves séculaires. La méthode d'une augmentation tellement intensive de la capacité régulatrice des horizons aquifères est déjà élaborée pour certains cas.

L'exploitation des eaux souterraines et l'abaissement des niveaux dans le secteur des prises augmentent les gradients de pression depuis la région d'alimentation, et en conséquence le débit du courant souterrain et les réserves exploitables mêmes des eaux souterraines s'augmentent aussi en présence d'une alimentation assurée. Pour les eaux artésiennes, l'augmentation du gradient de pression est en raison directe de l'augmentation du débit du courant souterrain.

En certains cas l'abaissement des niveaux dans le secteur des prises peut transformer aussi les régions de drainage dans les conditions naturelles en une région complémentaire d'alimentation durant l'exploitation.

L'utilisation des réserves régulatrices et leur augmentation, comme l'augmentation des gradients de pression et des débits des courants souterrains durant l'exploitation, doivent être pris en considération pour l'évaluation des réserves exploitables qui s'augmentent ordinairement sous l'influence des modifications indiquées.

Si les prises d'eaux souterraines sont situées le long de la rive du fleuve dans des sédiments alluviaux et si ces eaux ont une relation hydraulique avec les eaux fluviales, les réserves exploitables s'évaluent selon le calcul hydrodynamique des prises riveraines; alors le débit du fleuve et ses niveaux doivent être suffisants.

Pour les horizons artésiens de vaste distribution on recommande de faire l'évaluation des réserves exploitables en utilisant le calcul des prises d'eau tenant compte des qualités élastiques de l'horizon aquifère. Ceci est très important, car durant la première période d'exploitation (depuis plusieurs mois jusqu'à plusieurs années) il se produit un abaissement graduel des niveaux des eaux artésiennes dans la région des prises d'eau. La grandeur de cet abaissement pour des eaux douces dans la région des prises est de 0,2-1 et plus de mètres pour chaque $1000\text{m}^3/24\text{ h.}$ de débit régional, et, pour des saumures à grande profondeur, elle atteint 30-40 mètres par 1000 m^3 pour le même débit régional en 24 heures. Le calcul de l'abaissement supplémentaire peut être fait d'après la théorie du mouvement non permanent du liquide comprimé selon la méthode des entonnoirs décomprimés.

Pour les eaux souterraines contenant des gaz il est indispensable dans les calculs des réserves exploitables et des prises d'eau de tenir compte de l'influence et de la variabilité du contenu en gaz.

Pour les calculs approximatifs des réserves exploitables on peut se servir de la méthode par analogie. Quand les réserves exploitables des eaux souterraines sont évidemment beaucoup plus grandes que la nécessité, l'évaluation de l'approvisionnement, c'est-à-dire la haute catégorie de reconnaissance se donne en pratique sans calculs de balance d'après les données des pompages dans des sondages isolés ou dans plusieurs d'entre eux.

Il faut noter que les calculs de balance sont ordinairement embarrassants à cause de la complexité de détermination des grandeurs d'éléments de la balance et ils reflètent rarement, la précision nécessaire pour évaluer les réserves exploitables.

Néanmoins les méthodes complexes élaborées pour l'évaluation des réserves exploitables en eaux souterraines permettent de le faire avec une précision suffisante pour un but pratique.

Pour l'évaluation des réserves exploitables (débit) des sources, il est rationnel de séparer ces dernières en sources ascendantes et descendantes. On recommande d'évaluer le débit des sources ascendantes particulièrement en escomptant la relation du débit avec l'abaissement et d'après l'analyse des conditions hydrogéologiques de l'horizon aquifère qui alimente les sources.

Pour évaluer le débit des sources descendantes, on recommande de le faire sur la base

de l'analyse de la variabilité du débit au cours du temps, en tenant compte des facteurs qui l'influencent et de l'analyse des conditions hydrogéologiques de l'horizon aquifère de la source qui l'alimente.

En évaluant le débit des sources il faut aussi tenir compte de l'influence du type de captage.

L'évaluation des réserves exploitables des eaux souterraines et des sources exige une élaboration ultérieure en tenant compte des conditions hydrogéologiques concrètes et de la vérification des méthodes d'après les données des observations obtenues durant l'exploitation.

Dans cet article les questions de classification des réserves exploitables sont interprétées par G. V. Bogomolov et la méthode d'évaluation par N. A. Plotnikov.

ÉVOLUTION DE LA DYNAMIQUE DES EAUX SOUTERRAINES EN URSS EN RELATION AVEC LA SOLUTION DES PROBLÈMES GÉOLOGIQUES

par

Prof. A. I. SILINE-BEKTCHOURINE,

Dr. ès-sciences

Laboratoire des problèmes hydrogéologiques de l'Académie des Sciences de l'URSS,
Faculté de Géologie de l'Université de Moscou, URSS

Cet exposé présente un caractère de revue et tend à faire connaître aux savants étrangers l'évolution de la dynamique des eaux souterraines en URSS en relation avec la solution des problèmes géologiques.

La dynamique des eaux souterraines en URSS est une division de l'hydrogéologie-science des eaux souterraines. Son but est la connaissance des lois du mouvement de l'eau dans les roches de l'écorce terrestre, mouvement qui a lieu sous l'influence non seulement d'agents naturels, mais aussi de facteurs artificiels (G. N. Kamensky, 1933).

La dynamique des eaux souterraines est fondée sur la loi de Darcy, elle se développe en URSS sur une vaste base géologique et est coordonnée avec les sciences du cycle physico-mathématique. De là résultent deux directions entrelacées qui se développent dans la dynamique des eaux souterraines — celle de la géologie et celle de l'hydrodynamique. La première étudie en se fondant sur la géologie et l'hydrogéologie les lois générales du mouvement, le régime et le bilan des eaux souterraines, la seconde établit en appliquant les lois hydrodynamiques à l'analyse de l'entourage naturel, les lois concrètes de la filtration des eaux souterraines sur des objectifs naturels dans des conditions déterminées, initiales et marginales.

Les questions de la mécanique des corps liquides, particulièrement celles de l'hydro-mécanique, ne sont pas incluses dans l'exposé en question. Ces questions sont abordées dans des problèmes particuliers, qui sont réservées en URSS à des institutions scientifiques spécialisées d'un caractère non-géologique.

La naissance de la dynamique des eaux souterraines en Russie se rapporte au XVIII^{me} siècle et est liée aux noms de D. Bernouilli et de M. V. Lomonossov. D. Bernouilli a élaboré les premières thèses en hydrodynamique, qui ont donné naissance à la direction hydrodynamique des investigations sur les eaux souterraines. L'ouvrage de D. Bernouilli « Hydrodynamique », édité à Strassbourg en 1738, fut le résultat de ses travaux de longue durée à l'Académie des Sciences de Russie et cela est indiqué par l'auteur sur la feuille de titre du livre.

M. V. Lomonossov a établi dans son ouvrage classique « Sur les couches terrestres » (1750) la relation géochimique entre les eaux souterraines et les roches, qu'il considérait comme résultat de la circulation de l'eau dans la nature, et les eaux souterraines comme des solutions naturelles. Cet ouvrage fut la base de la direction géologique dans l'étude des eaux souterraines. Elle fut développée ultérieurement dans les travaux de la Société Economique Libre (Volnoie Economitcheskoe Obschestvo) (1795-1863) et dans les expéditions de l'Académie des Sciences de Russie (1768-1860).

Le développement harmonieux des études sur le mouvement des eaux souterraines commença en Russie après les travaux classiques de Darcy à Dijon sur la filtration à travers les sables. Les travaux de Darcy établissent la base du développement subséquent de la doctrine sur le mouvement des eaux souterraines. En URSS elle reçut le nom de « dynamique des eaux souterraines ».

Le savant éminent du XIX^{me} siècle, N. E. Joukovsky, qui fut le fondateur de l'aviation et de l'aérodynamique russes, s'occupait aussi des questions de dynamique des eaux souterraines. Dans son ouvrage concernant le mouvement des eaux du sous-sol (1899), il a pour la première fois déduit sur la base de l'équation d'Euler, les équations différentielles du mouvement des eaux souterraines qui sont l'expression de la loi Darcy en forme différen-

tielle. Les équations furent appliquées ensuite à la solution des questions concernant l'afflux des eaux souterraines à la conduite d'eau de Mytychi à Moscou. Ayant démontré que la pression des eaux souterraines répond à l'équation de Laplace, N. E. Joukovsky a contribué par cela au développement d'analogies mathématiques entre la filtration des eaux, la conductibilité électrique et la conductibilité de chaleur, à la base desquelles sont construits à présent les intégrateurs de précision pour résoudre maints problèmes hydrogéologiques. Aux travaux de la même période se rapportent aussi les investigations du savant russe K. E. Lembke sur les questions de filtration en mouvement non permanent des eaux souterraines vers les drains et les puits horizontaux (1886-1887), pour lesquels il a appliqué la méthode de substitution graduelle des états stationnaires.

Vers la fin du XIX^{me} siècle apparurent de nouveaux travaux de savants russes sur la filtration des eaux souterraines, fondés sur l'application de la loi de Darcy à la solution des problèmes concrets.

En 1912 fut publié l'ouvrage de A. A. Krasnopolsky sur les puits de sous-sol et les puits artésiens; il y expose la théorie de l'afflux des eaux vers les forages dans les roches fissurées en admettant une filtration turbulente. L'expérience, obtenue d'un grand nombre de travaux effectués à large échelle dans notre pays, a démontré que pour la majorité écrasante des cas des résultats corrects sont obtenus dans les calculs fondés sur la loi de Darcy.

A cette époque, un rôle énorme vers la connaissance des lois hydrogéologiques en Russie fut joué par la doctrine de V. V. Dokoutchaëff sur la zonalité des sols et des processus de leur formation. Dans son ouvrage intitulé « Sur l'étude des zones de nature » (1899) il vint à la déduction suivante : les eaux de sous-sol se soumettent à la loi de corrélation avec le climat, la végétation et d'autres agents. Cette corrélation reflète la zonalité générale de la nature en résultat de laquelle s'établissent des zones déterminées historico-naturelles : géographiques, de relief-géographique, de sols et autres. Presque simultanément S. N. Nikitine (1900) a énoncé des réflexions sur les lois du mouvement dans la partie Européenne de la Russie et on effectua la division hydrogéologique en districts des eaux artésiennes d'après des indices géostructuraux.

Les ouvrages de V. V. Dokoutchaëff et de S. N. Nikitine ont créé une base scientifique pour l'élaboration ultérieure des questions de dynamique régionale des eaux souterraines.

Durant la période soviétique, en relation avec les grandes constructions réalisées, surgirent différents problèmes : répartition rationnelle et construction d'édifices différents sur des terrains saturés d'eau; utilisation maximum des ressources liquides premières (pétrole, eaux pour production et pour buts curatifs); approvisionnement en eau des villes et des autres sites peuplés; irrigation des territoires arides, drainage d'étendues marécageuses, décharge de l'eau dans des excavations minières. La solution de tels problèmes pouvait se faire sur la base de l'élargissement de nos notions sur les règles hydrogéologiques et d'une plus profonde élaboration de la méthode des investigations hydrogéologiques et de la théorie du mouvement des eaux souterraines. Dans ce but, on crée en URSS des institutions spécialisées pour recherches scientifiques en hydrogéologie dans le système de l'Académie des Sciences et des Ministères, on dresse des cartes hydrogéologiques du territoire de l'URSS, on effectue des études sur le régime des eaux souterraines à des stations d'appui hydrogéologiques, ainsi que sur leur bilan. Dans les institutions techniques minières du pays pour l'éducation supérieure et moyenne, on crée des spécialités hydrogéologiques où pour la première fois se fait un cours suivi de dynamique des eaux souterraines.

A. F. Lébédév (1918-30) a montré en se basant sur des investigations de laboratoire que les eaux souterraines peuvent se mouvoir sous l'influence de forces non seulement gravitationnelles mais aussi moléculaires. Ces investigations ont donné des notions correctes sur la dynamique de l'humidité dans la zone d'aération et sur les conditions de renouvellement des eaux de sous-sol.

Après les travaux de A. F. Lébédév apparaît la doctrine du régime des eaux de sous-sol en qualité de processus historico-naturel, étudiée par G. N. Kamensky, N. N. Bindeman et autres (1928), O. K. Langue (1934-1939), M. A. Schmidt (1940), V. A. Kovda (1946), V. A. Priklonsky (1947), M. E. Altovsky, A. A. Konopliantsef, V. N. Popov et autres (1954), tandis que se développent les principes hydrodynamiques des études sur le régime et le bilan des eaux de sous-sol par M. M. Krylov, G. N. Kamensky (1939) et que s'étudie le mouve-

ment des eaux souterraines dans des couches hétérogènes par G. N. Kamensky, P. A. Kortchebokov, K. J. Rasine (1935), N. J. Guirinsky (1934-1950).

A cette période un grand rôle pour le développement de ces problèmes fut joué par les travaux de G. N. Kamensky. Ce dernier a élaboré la doctrine du support des eaux souterraines (la montée du niveau), du mouvement des eaux dans des couches hétérogènes, les principes théoriques du mouvement non permanent. Un nombre important de ces travaux sont éclairés dans son livre « Fondation de la dynamique des eaux souterraines » (1934-1944).

En décrivant les lois du mouvement des eaux souterraines, G. N. Kamensky montre l'applicabilité de la loi de Darcy pour la majorité écrasante des cas de filtration; il confirme que la loi de Darcy est juste non seulement pour le mouvement des eaux souterraines dans une couche aquifère homogène, mais aussi pour celui de telles eaux dans des couches aquifères hétérogènes. N. K. Guirinsky (1941) élabore sur la base de la loi de Darcy, la méthode graphique du calcul hydrodynamique de la filtration sous les constructions hydrotechniques et A. I. Siline-Bektchourine (1941) montre, en développant les questions de la filtration des eaux souterraines à densité et à viscosité variables, que dans ce cas aussi le mouvement des eaux souterraines se soumet à la loi de Darcy.

Simultanément à la théorie du mouvement permanent des eaux souterraines (fondée sur la loi de Darcy), se développe en URSS la théorie du mouvement non permanent fondée sur l'application de l'équation de Boussinesq à la solution des problèmes hydrogéologiques, G. N. Kamensky a proposé (1933-1956) d'appliquer l'équation du mouvement des eaux souterraines dans les différences finales pour le courant non permanent, en tenant compte de l'hétérogénéité des couches et des changements d'alimentation au cours du temps.

De même se développent les méthodes analytiques pour la solution de l'équation de Boussinesq par voie de sa linéarisation et d'application subséquente de procédés de substitution et de superposition; ces méthodes sont développées par N. A. Bagroff (1939) et N. N. Veriguine (1949).

En matière de dynamique régionale des eaux souterraines, on élabore durant cette période de nouveaux principes théoriques sur les conditions du mouvement de ces eaux en URSS.

Une attention particulière est apportée à l'étude des eaux profondes de la stratisphère, à l'éclaircissement du rôle des vallées fluviales et des cavités marines en relation avec la décharge des eaux souterraines par les horizons aquifères profonds. Les eaux souterraines de ces horizons sont examinées dans des conditions de dynamique, de circulation, de corrélation géochimiques avec les roches encaissantes. Les idées de V. V. Dokoutchaëff sur la zonalité dans la nature amènent à la doctrine de zonalité hydrodynamique des eaux souterraines.

N. K. Ignatovitch (1944) et après celui-ci, V. A. Souline (1948), en éclaircissant par les matériaux d'expérience tirés de la plate-forme Russe la corrélation entre la formation de la composition chimique des eaux souterraines et leur dynamique ont proposé une classification hydrodynamique, où les structures géologiques sont classées selon le degré de leur découverte hydrogéologique. Ils distinguent : 1) des structures découvertes, à gisement de complexes de roches sédimentaires au-dessus du niveau de la mer, à circulation intense et à distribution d'eaux douces; 2) des structures fermées, dans lesquelles les complexes des mêmes roches se trouvent au-dessous du niveau de la mer, et qui sont recouvertes d'une couche puissante de roches imperméables; la circulation des eaux souterraines dans telles structures est embarrassée; les eaux sont à minéralisation élevée et 3) des structures partiellement découvertes à type intermédiaire de mouvement des eaux souterraines ces structures se rapportent aux versants des dépressions et des élèvements tectoniques.

A peu près à cette même période, F. A. Makarenko et N. K. Ignatovitch (1939-1940) ont développé le principe de trois zones de circulation des eaux souterraines: une zone supérieure disposée au dessus du niveau des fleuves et qui contient ordinairement des eaux douces à circulation intense; une zone moyenne disposée plus bas que le niveau des fleuves et qui contient des eaux minéralisées à circulation ralentie et enfin une zone inférieure disposée au-dessous du niveau de la mer qui contient des saumures à circulation très ralentie. Les travaux subséquents (A. I. Siline-Bektchourine) ont démontré que la zonalité hydrodynamique présentée par trois zones s'établit seulement dans les conditions de mouvements descendants des eaux souterraines.

K. J. Makhov (1944) et A. I. Siline-Bektchourine (1948) introduisent dans la dynamique des eaux souterraines des notions concernant l'influence des mouvements orogéniques et épyrogéniques sur le déversement souterrain dans des horizons profonds.

En se basant sur la loi de Darcy et sur la généralisation des données basées sur des faits, ils calculent la vitesse du mouvement des eaux dans les géosphères et les enveloppes de l'écorce terrestre.

On distingue les types de migration des eaux souterraines suivants (d'après G. A. Maksimovitch): pour l'atmosphère, la troposphère et l'hydrosphère par minute ($n \cdot 10^7$ — $n \cdot 10^4$ m par an); pour la partie supérieure de la stratosphère — par siècle ($n \cdot 10^9$ — $n \cdot 10^1$ m par an); pour la partie inférieure de la stratosphère — par millions d'années ($n \cdot 10^{-2}$ — $n \cdot 10^{-4}$ m par an). On confirme d'après des considérations géologiques générales (S. A. Schagoianz — 1948) et en se basant sur des analyses hydrodynamiques (A. P. Miatieff — 1950), N. K. Guirinsky — 1947, A. J. Poloubarinof-Kotchin — 1952) l'existence d'un mouvement vertical des eaux souterraines à travers les couches argileuses qu'on croyait auparavant imperméables, on pose des questions concernant le mouvement séparé du dissolvant et de la substance dissoute (D. S. Korjinsky — 1947, K. F. Filatoff — 1956).

Dans la *domaine de construction hydrotechnique* les problèmes fondamentaux posés à la dynamique des eaux souterraines étaient d'établir les pertes en filtration sous les fondations et aux extrémités des constructions hydrotechniques, qui s'érigent dans la partie des pays-bas de l'URSS sur des terrains friables et perméables, d'établir la valeur de la pression au pied de la digue et la stabilité en filtration des sols. Pour résoudre ces problèmes d'une grande importance, on trouve les travaux de l'académicien N. N. Pavlovsky, qui a élaboré la théorie du mouvement des eaux du sous-sol au dessous des constructions hydrotechniques (1932). D'une grande valeur, est la méthode des analogies électro-hydrodynamiques qu'il a élaboré (EGDA) pour la solution des problèmes divers de filtration des eaux. A présent cette méthode est perfectionnée par les travaux des physiciens soviétiques (P. F. Filtchakoff, V. A. Pantchichine, 1955) par l'utilisation de papier à conductibilité électrique qui permet de modeler avec une simplicité suffisante les conditions compliquées hydrogéologiques et géotechniques.

Après avoir étudié les investigations expérimentales de divers auteurs sur la filtration dans le sol, N. N. Pavlovsky a montré que le nombre de Reynolds peut servir de critère dans l'applicabilité de la loi de Darcy.

En relation avec les immenses constructions hydrotechniques dans la partie des pays-bas de l'URSS, les questions du calcul du support des eaux souterraines sont d'une très grande importance. L'évolution de la théorie concernant ces questions se fit en trois sens:

1. Hydrodynamique qui permet de résoudre sur la base de la linéarisation des équations de Boussinesq et des opérations mathématiques subséquentes les problèmes du support des eaux souterraines dans ces conditions de filtration non permanente. Cette méthode est appliquée quand une schématisation importante des conditions naturelles est possible. (horizontalité du fondement imperméable, structure homogène de la couche aquifère, puissance stable de cette dernière). Cette méthode a été élaborée par N. N. Veriguine (1949) et par N. N. Bindeman (1947-1951).

2. Hydrogéologique qui donne la possibilité de faire des calculs concernant, en premier lieu, le mouvement stationnaire permanent, et après cela du mouvement dans des conditions de filtration non permanentes. Actuellement la méthode des différences finies s'applique à l'étude du processus d'évolution du mouvement des eaux de sous-sol en conditions hydrogéologiques compliquées. Elle fut appliquée en particulier à l'étude du mouvement des eaux souterraines dans la zone de submersion des rives de la Volga.

3. La ligne du modelage du mouvement de l'eau non permanent sur les intégrateurs hydrauliques. Cette direction est développée le plus complètement par V. S. Loukianoff (1940). L'appareil qu'il a construit a donné la possibilité de résoudre en premier lieu des problèmes en plan, et ensuite des problèmes dans l'espace sur le mouvement dans des conditions de filtration non permanentes.

Dans la *domaine du pétrole*, les travaux de l'académicien L. S. Leibenson (1921-1930) sont d'une grande portée théorique dans les questions concernant la filtration des gaz et des mélanges de gaz et de pétrole, comme ceux de V. N. Schelkatchev sur l'hydraulique du

pétrole. En 1934 L. S. Leibenson a publié une monographie intitulée « Mouvement des liquides et des gaz naturels en milieu poreux », où il expose la théorie du mouvement laminaire des gaz et des liquides gazéifiés, élaborée par lui-même en se basant sur l'application de la loi de Darcy, de même que la théorie du mouvement turbulent, basée sur d'autres lois. Ces théories se confirment par des expériences multiples.

En partant de l'application de la loi de Darcy pour la filtration laminaire et de la loi de Chézy pour la filtration turbulente, V. N. Schelkatchev a exposé les notions sur l'hydrodynamique de la couche pétrolifère et sur la théorie de filtration des liquides, des gaz et de leurs mélanges à travers une roche poreuse; le même auteur a examiné les questions de la supplémentation du pétrole par l'eau et il a aussi élaboré la théorie de l'interférence des forages.

En se basant sur ces recherches, on a élaboré les méthodes d'irrigation d'eau au-delà des contours des gisements de pétrole dans le but d'une extraction plus complète du pétrole au-dedans des collecteurs.

Dans le domaine d'approvisionnement en eau les problèmes fondamentaux de la dynamique des eaux souterraines consistent en calculs et en préparations de cartes concernant les ressources des eaux souterraines, en leur utilisation rationnelle par les conduites d'eau. D'une grande importance à cet effet, fut la préparation de cartes hydrogéologiques du territoire de l'URSS effectuée par le Ministère de géologie, la création de telles cartes, ainsi que les investigations théoriques et expérimentales sur la filtration des eaux souterraines. Il faut distinguer entre ces travaux ceux de G. N. Kamensky et J. V. Garmonov (1931), de G. V. Bogomolov (1933), de G. N. Kamensky (1935-1949), de M. A. Altovsky (1940-1947), de F. P. Savarensky et T. P. Afanassieff (1948), de G. V. Bogomolov, G. N. Kamensky et M. A. Plotnikov (1946), de S. M. Abramov et V. D. Babouchkine (1955), de N. K. Guirinsky (1948-1955) et de B. J. Koudéline (1948-1955).

G. N. Kamensky et E. V. Garmonov ont développé à l'exemple du bassin de la rivière Pekhorka, la théorie de la préparation des cartes sur les réserves dynamiques des eaux souterraines. Le même thème fait l'objet des travaux subséquents de B. J. Koudéline qui appliquait la méthode de division de l'hydrographe pour l'écoulement fluvial. G. V. Bogomolov a publié une revue sur la filtration conformément à l'évaluation de la productivité des couches aquifères par pompages. G. N. Kamensky élabore la théorie du mouvement des eaux du sous-sol vers les forages-drains (pour extraction de l'eau) pour de différentes conditions de l'allure des couches hétérogènes. M. A. Altovsky a développé la théorie des calculs pour l'afflux des eaux souterraines vers les drains, F. P. Savarensky et T. P. Afanassieff — la méthode de détermination des réserves en eaux souterraines les méthodes de calcul des réserves exploitables de ces eaux entonnoirs régionaux de dépression.

G. V. Bogomolov, G. N. Kamensky et N. A. Plotnikov ont élaboré en 1944 une classification des ressources des eaux souterraines pour approvisionnement en eau, sur la base de laquelle, on recherche ces ressources dans la Commission d'Etat pour réserves.

S. K. Abramov et V. D. Babouchkine, ont généralisé les matériaux existant pour les calculs de l'afflux des eaux vers les forages et effectué des investigations expérimentales sur le « EGDA ». Ils ont donné des formules nouvelles de calcul pour déterminer l'afflux des eaux vers les forages imparfaits et à action réciproque. On a démontré que les débits des drains dépendent de la structure des couches aquifères, de la profondeur de la découverte de l'horizon aquifère et de la situation du filtre.

Les travaux de N. K. Guirinsky sur les conditions de l'action réciproque des eaux souterraines et des eaux de mer le long du littoral, ont élargi les notions de Guyben (1889) et de Herzberg. Les travaux de Guirinsky introduisent des matériaux nouveaux dans le problème « d'intrusion des eaux marines dans les horizons aquifères littoraux » décrite avec détail à l'étranger (D. Todd, 1953; F. B. Laverty et H. A. Vander Good, 1955, Ch. Wentworth, A. C. Mason et D. A. Davis — 1955), ces matériaux permettent de faire le calcul des prises d'eau sur les littoraux.

Dans le domaine de l'irrigation, les questions du régime hydrodynamique et du bilan des eaux de sous-sol l'influence de la filtration de l'eau par les canaux des systèmes, d'irrigation et d'arrosage sur les massifs d'irrigation sont d'une grande importance. Pour la solution des ces problèmes les recherches sur les eaux de sous-sol, effectuées par l'académicien F. P. Savarensky et de V. A. Priklonsky (1925-1931) dans la Transcaucasie Orientale

furent de portée essentielle; ces investigations ont établi la zonalité hydrochimique et hydrodynamique dans les vallées entre les montagnes et on a pu distinguer les types de régime des eaux souterraines sur les terrains d'épandage (V. A. Priklnsky, 1931-1937; O. K. Langue, 1935-1937; M. M. Kryloff, 1936-1950; V. A. Kovda, 1946); elles furent de grande importance pour l'étude du processus de la filtration de l'eau par les canaux d'irrigation et pour l'élaboration des méthodes de calcul du bilan en eau sur les terrains d'irrigation (A. V. Lébédev 1951-1955; M. M. Kryloff, 1948-1950; N. J. Khodjibaev, 1954-1956).

La première classification du régime des eaux de sous-sol sur les terrains d'épandage fut créée par V. A. Priklnsky. Il distinguait quatre types de régimes pour les eaux de sous-sol d'après le caractère des changements du niveau de l'eau. L'évolution ultérieure de cette classification a mené à trois types fondamentaux du régime des eaux de sous-sol sur les territoires d'irrigation (M. M. Kryloff, 1950) :

1. Type d'infiltration-évaporation, propre à des districts qui sont quasi privés d'écoulement souterrain;

2. Type d'écoulement à importance prédominante de circulation horizontale de l'eau et

3. Type combiné qui se forme dans des conditions d'un écoulement sensible, de l'infiltration des eaux superficielles, des précipitations atmosphériques et de l'évaporation des eaux de sous-sol. Actuellement de vastes investigations sur le régime et le bilan des eaux de sous-sols sont conduites par les Académies des Sciences dans les Républiques d'Ouzbekie, de Kazakie, de Tadjikie et de Kirghizie dans les régions d'irrigation.

Il se trouva que les calculs du bilan des eaux du sous-sol sur les territoires d'irrigation furent les plus complexes par suite de la nécessité des mesures directes ou bien de sa définition à l'aide des dépendances directes des multiples composantes du bilan (évaporation, écoulement superficiel et souterrain, eaux de retour). Ces difficultés furent sensiblement atténuées par la définition des éléments fondamentaux du bilan en se basant sur des analyses hydrodynamiques des changements du niveau des eaux de sous-sol avec application de l'équation du mouvement non permanent des eaux de sous-sol à différences finales. En étudiant le mouvement des eaux souterraines sur les terrains d'irrigation on a tiré au clair (Legostaev, 1951) que les vitesses du mouvement des eaux de sous-sol sur les terrains d'épandage sont très petites, de 1 à 5 m/an et que dans ces conditions-là, la transmission de la pression hydrostatique de l'eau filtrante obtient une grande importance. On a démontré (V. A. Priklnsky, 1928, N. N. Favorine, 1951) qu'en présence des sols argileux les niveaux des eaux du sous-sol observés dans le puits ne correspondent pas à la situation réelle des niveaux de l'eau dans les massifs d'irrigation; c'est pourquoi les calculs hydrogéologiques selon les données des niveaux de l'eau dans les puits donnent des résultats inexacts.

Dans le domaine de l'industrie minière l'exploitation des minéraux utiles dans les roches humides s'est élargie, c'est pourquoi les questions de décharge des eaux dans les excavations minières ont obtenu une grande importance là où l'afflux de l'eau atteint plusieurs milliers de mètres cubes en 24 heures. Pour résoudre ces problèmes, il a été nécessaire de faire des observations sur le régime des eaux souterraines et d'élaborer une théorie d'assèchement à l'aide de forages spéciaux et de pomper l'eau dans les forages de drainage. Simultanément survint la nécessité de dresser des pronostics concernant l'afflux de l'eau dans les puits miniers en passant à des horizons d'exploitation plus profonds; ceci a aussi stimulé le développement de la dynamique des eaux souterraines en relation avec l'industrie minière. Un grand rôle fut joué dans la solution de ces problèmes par les travaux de L. D. Scheviakov et de A. N. Bredikhine sur l'extraction de l'eau des mines, de ceux de S. V. Troyansky et de D. D. Beliaev (1939), concernant les fondements théoriques de l'assèchement des puits miniers du bassin houiller de la région de Moscou; celui de N. G. Troupak (1945) sur la méthode de l'exploitation des gisements humides. De grande valeur sont les investigations de S. V. Troyansky (1954) sur l'étude des lois du mouvement des eaux souterraines durant l'assèchement des gisements humides de minéraux utiles. Il y a démontré selon l'exemple des puits miniers du bassin houiller de Moscou que l'afflux des eaux souterraines dans les puits miniers est généralement soumis à la loi de Darcy.

En élaborant les problèmes d'assèchement des gisements gazéifiés de houille la question du rôle des eaux pour le processus de gazification souterraine et pour la détermination des normes optima d'humidification des générateurs gazogènes par les eaux souterraines ont

obtenu une grande importance. Actuellement cette question est en état d'élaboration théorique (A. I. Siline-Bektchourine, K. F. Bogoroditsky, 1954-1956).

Dans le domaine de la balnéologie et des eaux minérales se posèrent les problèmes de l'augmentation des ressources en eaux minérales curatives et de la reconstruction de la base hydrominérale des villes d'eaux à un niveau moderne scientifique, fondé sur la compréhension exacte des conditions de la formation et des lois qui gouvernent le mouvement des eaux minérales dans l'écorce terrestre. Les questions posées se résolvent par voie complexe. Les travaux effectués ont permis de créer une série de nouvelles villes d'eaux : Tshaltoubo en Géorgie, Djemrouk en Arménie, Jsti-Sou et Naphtatalan en Azerbaïdjan, Baira-Ali en Turkménie, d'augmenter grandement les ressources minérales dans les villes d'eaux de submission aux Républiques et à l'Union (Eaux Minérales du Caucase, Sotchy-Matsesta, Borjomi, Darasoun, etc.). En partant de recherches effectuées en URSS on a élaboré les principes de la doctrine en eaux minérales. Les fondateurs de cette doctrine sont l'académicien V. J. Vernadsky (1936) et le membre-correspondant de l'Académie des Sciences de l'URSS N. N. Slavianov (1928-1956).

Comme les eaux minérales sont ordinairement gazifiées se créa la nécessité de préciser la théorie du mouvement des eaux gazifiées pour prévenir les phénomènes d'intermittence. Les thèses élaborées à l'origine pour ces questions par R. Kampe en Allemagne (1922) et par L. Armand en France (1934) furent complétées en URSS par A. I. Siline-Bektchourine (1939), A. M. Meliva (1951), K. F. Bogoroditsky (1955).

En conclusion de cet exposé il est nécessaire de souligner la grande importance de la loi de Darcy pour l'évolution de nos notions sur le mouvement des eaux souterraines. En dépit de ce que cent ans se sont écoulés depuis l'époque de Darcy et que la dynamique des eaux souterraines est devenue une science indépendante, les principes fondamentaux de Darcy sont valables pour la solution des problèmes hydrogéologiques multiples, avancés par les exigences de la construction. En développant ultérieurement nos connaissances sur le mouvement des eaux souterraines une accumulation de matériaux nouveaux précisera les limites d'application de la loi de Darcy.

REFERENCES

- ARMAND L. Etudes des sources gazeuses et particulièrement des sources obtenues par forage dans le bassin de Vichy. *Ann. de l'Inst. d'Hydrol. et de Climat*, IX, (f. 2-3), 1934.
- BOUSSINESQ J. Recherches théoriques sur l'écoulement des nappes d'eau infiltrées dans le sol. *J. de math. pures et appl. sér. 5, t. X* (1904), fasc. I.
- DARCY H. *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*. Paris, 1856.
- DUPUIT J. *Etudes théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux découverts et à travers les terrains perméables*, Paris, 1863.
- LOVERTY F. B. and VAN DER GOOD H. A. Development of a fresh-water barrier in southern California for the prevention of sea-water intrusion. *J. Amer. Water works Assoc.* 1955, 47, Nr. 9.
- KAMPE R. *Zur Mechanik gasführender Quellen*. Teplitz-Schön, 1922.
- TODD D. Sea-water intrusion in coastal aquifers, *Trans. Amer. Geophys. Union*, vol. 34, Nr. 5, 1953.
- Ch. WINTWORTH, A. C. MASON and D. A. DAVIS Salt Water encroachment as induced by sealevel excavation on Angaur island. *Econ. Geol.*, 1955, 50, Nr. 7.

- Академические экспедиции в XVIII-XIX вв. Подробный список приведен в книге Д. И. Гордеева «Основные этапы истории отечественной гидрогеологии». Труды Лаборатории гидропроблем АН СССР, т. VII, 1954.
- АЛЬТОВСКИЙ М. Е.: Методическое руководство по расчетам взаимодействующих артезианских и грунтовых водозаборов. Госгеолиздат, 1947.
- АБРАМОВ С. К. и БАБУШКИН В. А.: Методы расчета притока воды к буровым скважинам. Гос. из-во литературы по строит. и архитект., 1955.
- БЕРНУЛЛИ Д.: Гидродинамика. Страсбург, 1738 (на лат. яз.).
- БИНДЕМАН Н. Н.: Прогноз подпора грунтовых вод по берегам водохранилищ. Госэнергоиздат, 1947.
- БОГОМОЛОВ Г. В.: К методике определения производительности водоносных пластов откачкой. Гидротехгео, вып. 18, 1938.
- БОГОРОДИЦКИЙ К. Ф.: Движение природных газированных вод в скважинах. Труды Лаборатории гидропроблем АН СССР, т. XII, 1955.
- ВЕРИГИН Н. Н.: О неустановившемся движении грунтовых вод вблизи водохранилищ. Доклады АН СССР, т. 66 № 6, 1949.
- ВЕРНАДСКИЙ В. И.: История минералов земной коры, т. II, истории приподнятых вод, ч. I, вып. 1-3, ОНТИ, 1936.
- ГИРИНСКИЙ Н. К.: Расчет фильтрации под гидротехническими сооружениями на неоднородных грунтах. Стройиздат Наркомстроя, 1941.
- ГИРИНСКИЙ Н. К.: Грунтовые потоки в однородных образованиях морских побережий. Труды Лаборатории гидропроблем АН СССР, т. III, 1948 (Последующие работы помещены в трудах Лаборатории гидропроблем АН СССР, т. IX, 1950, т. XII — 1955).
- ДОКУЧАЕВ В. В.: К учению о зонах природы. Горизонтальные и вертикальные почвенные зоны. СПб, 1899.
- ЖУКОВСКИЙ Н. Е.: Теоретические исследования о движении подпочвенных вод (1889). Собрание соч., т. III, Гостехиздат, 1949.
- ИГНАТОВИЧ Н. К.: О закономерностях распределения и формирования подземных вод. Доклады АН СССР, т. 45, № 3, 1944.
- КАМЕНСКИЙ Г. Н. и ГАРМОНОВ И. В.: Карты водопроводности и динамических запасов грунтовых вод в бассейне р. Пехорки. Труды I гидрогеол. съезда, вып. 6, № 4, 1931.
- КАМЕНСКИЙ Г. Н.: Основы динамики подземных вод, ОНТИ, 1938.
- КАМЕНСКИЙ Г. Н., КОРЧЕБОВЫХ Н. А., РАЗИН К. И.: Движение подземных вод в неоднородных пластах, ГОНТИ, 1935.
- КОВДА В. А.: Происхождение и режим засоленных почв, т. I, II. Изд. АН СССР, 1946.
- КОРЖИНСКИЙ Д. С.: Фильтрационный эффект в растворах и его значение для геологии. Изв. АН СССР, серия геол., № 2, 1947.
- КРАСНОПОЛЬСКИЙ А. А.: Грунтовые и артезианские колодцы. Горный журнал, № № 3, 4, 5, 6, 7, 1912.
- КРЫЛОВ М. И.: О режиме и балансе грунтовых вод. Голодной степи Литер. по гидрогеологии и инж. геологии Уз.ССР, вып. 3, 1936.
- КОЧИНА-ПОЛУБАРИНОВА П. Я.: Теория движения грунтовых вод. Гос. из-во техн. теорет. литературы, 1952.
- КУДЕЛИН Б. И.: К методике картирования подземного стока. Вестник Московского Университета, № 12, 1954.
- ЛЕБЕДЕВ А. Ф.: Передвижение воды в почвах и грунтах. Изв. Донецкого с.х.ин-та, 1918 г.
- ЛЕБЕДЕВ А. В.: Изучение режима и баланса грунтовых вод по стационарным наблюдениям. Госгеолиздат, 1951 г.
- ЛЕГОСТАЕВ Н. М.: Скорости движения грунтовых вод в засоленных грунтах. Труды Лаборатории гидропроблем, т. X, 1951.
- ЛАМБЕКЕ К. Э.: Движение грунтовых вод и теория водосборных сооружений. Инж. журн. Министерства путей сообщения, 1887, № 17-19.
- ЛЕЙБЕНЗОН Л. С.: Нефтепромысловая механика, ч. II, Горногеоинженериздат, 1934.

- ЛЕЙВЕНЗОН Л. С.: Движение природных жидкостей и разов в пористой среде. Огиз-Ростехиздат, 1947 г.
- ЛОМОНОСОВ М. В.: О слоях земных. Соч. т. VII, Изд. АН СССР, 1935.
- МАКАРЕНКО Ф. А.: Некоторые результаты изучения подземного стока. Труды Лаборатории гидропроблем АН СССР, т. I, 1949.
- МАКОВ К. И.: К вопросу о путях формирования подземных вод Днепровско-Донецкой впадины. Доклады АН СССР, т. 44, № 9, 1944.
- МАКСИМОВИЧ Г. А.: Скорости движения воды в земле. Доклады АН СССР, т. 96, № 4, 1954.
- Методическое руководство по изучению режима подземных вод. Гостеолиздат, 1954.
- МЕЛИВА А. М.: Пульсационные явления Боржомских минеральных источников. Труды Лаборатории Гидропроблем АН СССР, т. X, 1951.
- НИКИТИН С. Н.: Грунтовые и артезианские воды на Русской равнине. Научно-популярные чтения по сельскому хозяйству СПб, 1900.
- ПАВЛОВСКИЙ Н. Н.: Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями и ее основные приложения. Петроград, 1922.
- ПАВЛОВСКИЙ Н. Н.: Неравномерное движения грунтовых вод, ч. I, 1930; ч. II, 1932.
- ПРИКЛОНСКИЙ В. А.: Гидрогеологический очерк Мильской Степи. Мат. к общей схеме использования воды. Ресурсов Кура-Араксинского бассейна, вып. 10, Тифлис, 1930.
- ПРИКЛОНСКИЙ В. А.: Гидрогеологические исследования в ирригационных районах. Труды МГРИ, 1937.
- САВАРЕНСКИЙ Ф. П.: Гидрогеологический очерк Муганской степи (1931) Ф. П. Саваренский. Избранные сочинения Узб. АН СССР, 1950.
- САВАРЕНСКИЙ Ф. П., АФАНАСЬЕВ Т. П.: Водные ресурсы Среднего Поволжья и их использование. Изд. АН СССР, 1946.
- СИЛИН-БЕКЧУРИН А. И.: К вопросу интермиттенции буровых скважин с газирующей минеральной водой. Труды Геологич. института АН СССР, т. IX, 1939.
- СИЛИН-БЕКЧУРИН А. И.: О влиянии кинематической плотности, приведенных давлений и проницаемости пород на скорость фильтрации рассолов в некоторых горизонтах Урало-Волжской области. Доклады АН СССР, т. VIII, № 6, 1941.
- СИЛИН-БЕКЧУРИН А. И., БОГОРОДИЦКИЙ К. Ф.: О влиянии подземных вод на процесс подземной газификации углей. Доклады АН СССР, т. 109, № 4, 1956.
- СЛАВЯНОВ Н. Н.: Труды Лаборатории гидропроблем АН СССР, вводная статья, т. III, 1948.
- СУЛИН В. А.: Условия образования, основы классификации и состав природных вод, в частности, вод нефтяных месторождений. ч. I. Образование и основы классификации природных вод. Изд. АН СССР, 1948.
- Труды Волынского экономического общества, 1795-1860, СПб.
- ТРОЯНСКИЙ С. В.: Законы движения подземных вод и осушение обводненных месторождений полезных ископаемых. Московский горный институт. Научные труды по вопросам горного дела. Сб. 13-14, 1954.
- ТРУПАК Н. Г.: Разработка обводненных месторождений. Горный журнал, № 4, 1945.
- ФАВОРИН Н. Н.: Влияние орошения из каналов на режим грунтовых вод в низовьях Аму-Дарьи. Арало-Каспийская экспедиция. СОПСАН СССР, 1951.
- ФИЛЬЧАКОВ И. Ф., ПАНЧИШИН В. И.: Интегратор ЭГДА — 6/53. Изд. АН Украинской ССР, 1955.
- ПАГОЯНЦ С. А.: Условия формирования подземных вод в Терско-Кумском артезианском бассейне. Доклады АН СССР. Нов. серия, т. 59, № I, 1948.
- ШЕВЯКОВ Л. Д. и БРЕДИХИН А. Н.: Шахтный водоотлив. Углетехиздат, 1954.
- ЩЕЛКАЧЕВ В. Н. и ПЫХАЧЕВ В. Г.: Интерференция скважин и теория пластовых водонапорных систем. ИЗГОНТИ, 1939.
- ЩЕЛКАЧЕВ В. Н.: Основы подземной нефтяной гидравлики. Гостоптехиздат, 1945.

LES VOIES D'APPLICATION DE LA LOI DE DARCY A L'ÉTUDE DE L'INFILTRATION

par

O. POPOV

Le développement actuel de l'hydrologie soviétique peut être caractérisé par des méthodes génétiques de calcul et de prognose des phénomènes hydrologiques basés sur l'examen des relations diverses qui déterminent ces phénomènes et tiennent compte des processus physiques, constituant leur sens essentiel. Au jour de ces travaux dans les recherches hydrologiques, l'étude de l'infiltration d'eau dans le sol du bassin versant devient toujours d'une plus grande importance.

L'infiltration, c'est-à-dire le mouvement progressif de l'eau vers les profondeurs du sol, est d'une grande signification dans le processus de formation de l'écoulement des versants. Une évaluation quantitative correcte des pertes de l'écoulement des versants par l'infiltration, rend possible la détermination des valeurs des débits des crues avec plus de précision.

En hydrologie soviétique se manifeste de plus en plus l'importance des explorations de ruissellement souterrain, qui se forme dans la plupart des cas sur le territoire de l'URSS, par l'infiltration d'eau jusqu'aux nappes aquifères constantes ou provisoires, d'où provient l'alimentation souterraine des fleuves.

Ce n'est que d'une représentation correcte de l'infiltration et des lois qui la déterminent, que dépend essentiellement le succès de la détermination des conditions d'humidité nécessaires pour les cultures agricoles, pour les réserves d'humidité dans les sols des bassins récepteurs et leur répartition dans l'espace et dans le temps. La connaissance des lois de l'infiltration et d'autres lois, qui déterminent la dynamique des réserves de l'humidité dans le sol, nous assure le choix juste des mesures techniques pour le changement du régime naturel de l'humidité.

L'exposé ci-dessus fait comprendre, que le problème d'étude de l'infiltration devient un des plus importants dans l'hydrologie moderne.

Malgré l'attention considérable, que les chercheurs accordaient à l'étude de l'infiltration, — il n'est pas possible de dire, que l'élaboration scientifique de cette question se trouve dans une telle phase, qui permettrait d'utiliser largement des lois établies de l'infiltration, dans les domaines cités ci-dessus. Comme un des principaux défauts dans l'étude du problème de l'infiltration, on peut nommer l'absence d'informations concernant le mécanisme du mouvement de l'eau dans les sols différant par leurs conditions naturelles. Il en résulte, qu'en effectuant cette analyse de données bien nombreuses, concernant l'étude d'infiltration dans les conditions naturelles, on n'obtient pas un criterium suffisamment argumenté pour la réunion des données en certains groupes et pour en effectuer une élaboration statistique, basée sur la nature physique du processus d'infiltration de l'eau dans le sol. Cela mène à la nécessité d'approximation des données expérimentales disponibles à l'aide d'expressions analytiques, qui contiennent non seulement beaucoup de facteurs numériques, mais dans les meilleurs cas encore des quasiparamètres, exigeant la précision de leur nature physique et l'établissement d'une relation avec des facteurs physiques, qui déterminent les lois de l'infiltration.

C'est pour cela, que de nombreuses formules empiriques proposées pour la détermination de la quantité d'eau s'infiltrant dans le sol, ne peuvent être utilisées, que dans les conditions absolument analogues à celles, pour lesquelles on les avait établies (en ce qui concerne la structure du sol, son état et le caractère des apports d'eau à la surface du bassin).

La complexité de l'étude de l'infiltration dans les conditions naturelles des bassins versants consiste en ce qu'elle concerne le domaine des lois du mouvement simultané du

La communication est rédigée sur la base des travaux faits par l'auteur, en plein air et au Laboratoire, des eaux souterraines de l'Institut Hydrologique d'Etat, et en s'aidant aussi de sources littéraires.

liquide et des gaz dans un milieu poreux et la dynamique de ces trois milieux est bien complexe, soit en rapport quantitatif, soit en rapport qualitatif. Ce domaine est bien moins étudié, que le domaine du mouvement dans un milieu poreux, saturé d'eau.

C'est pour cela, que la détermination des éléments physiques principaux du processus d'infiltration et l'élaboration de la théorie de ce phénomène, qui a lieu dans les conditions naturelles du bassin versant, prend le caractère d'une étape logique des recherches d'une solution du problème d'infiltration.

Selon des opinions généralement établies, l'infiltration d'eau dans les terrains homogènes s'effectue par la voie suivante.

Sous l'action de la pesanteur, l'eau des précipitations atmosphériques chemine à la surface du sol et y pénètre par de grands pores et des fissures. Ensuite le mouvement progressif de l'eau se fait sous l'action prédominante des forces capillaires, parce que dans les pores de la couche humectée non encore remplis, qui contiennent l'air du sol, se forment en grande quantité des ménisques concaves d'eau. Simultanément avec l'action des forces, qui favorisent le mouvement de l'eau vers les profondeurs du sol — commencent à se développer les forces de résistance, qui proviennent de l'action réciproque de l'eau, du sol et de l'air emprisonné (les forces de frottement). En outre ces forces se développent à cause de la résistance de l'air du sol, supplanté dans les pores le long du front de l'eau qui s'infiltre.

Pendant que les pores se remplissent d'eau, l'action des forces capillaires dans la couche humectée s'affaiblit, tandis que l'extinction de l'action des forces capillaires des ménisques, formés le long du front de l'humectation, se fait par l'accroissement des forces de frottement. La quantité d'eau, qui est entrée dans le sol, diminue jusqu'à une valeur constante minimum, correspondant au coefficient de filtration du terrain donné. Plus tard, le mouvement progressif de l'eau s'effectue sous forme d'un flot continu de vitesse constante sous l'influence prépondérante de la pesanteur. En disant que l'infiltration passe le stade de filtration, nous y comprenons le mouvement complètement établi et pratiquement uniforme.

L'équation des forces, qui agissent pendant l'infiltration peut être écrite pour le cas général de la façon suivante: $F_p + F_a - F_f - F_c = 0$, ou F_p — signifie l'action de force de pesanteur, qui est caractérisée par la valeur de la couche d'eau infiltrée dans les bornes d'humidification ininterrompue; F_c — l'action résultante des forces capillaires, qui conditionne le mouvement progressif à partir de la surface en profondeur du sol; cette action dépend du caractère d'humidification du sol en profondeur de la couche humectée, de l'humidification initiale du sol avant l'infiltration et du degré de couverture d'eau de la surface du sol; F_a — l'action de force de frottement et F_p — l'action de force de résistance de l'air dans le sol.

Les travaux de G. Alexeev (1948), E. Child et N. Collis George (1950), A. Budagovsky (1955) et d'autres ont montré d'une manière convaincante, que, dans les terrains non saturés, l'infiltration d'eau provenant d'une source constante (qui se trouve à la surface du sol), se fait suivant la loi de Darcy, si l'humidification de la couche humectée reste constamment uniforme. Pourtant la possibilité de propagation de cette loi sur des autres cas d'infiltration ou l'établissement de nouvelles lois pour eux, exige une organisation urgente de vastes investigations, faites en plein air et au laboratoire, basées sur l'hypothèse théorique de service. En même temps il nous semble possible de baser la théorie du phénomène sur la loi de Darcy, en la considérant comme la loi déduite expérimentalement pour le cas de filtration continue dans le sable, — ce que font souvent des pédologues, — mais en lui attribuant une signification essentiellement plus large, en tenant compte de ce que cette loi refléchit la proportionalité des forces de résistance à la première puissance de la vitesse.

Il est bien naturel, que les cas de mouvement turbulent de l'eau par des grosses fissures, des trous de taupes dans le sol, qui peuvent avoir lieu dans les conditions naturelles, doivent être considérés séparément.

On peut comprendre la voie d'utilisation de la loi de Darcy pour la solution du problème d'infiltration, si on considère le schéma théorique de l'infiltration étudié par G. Alexeev (1948). Il a considéré le cas d'infiltration dans le sol de l'eau d'une source constante se trouvant sur la surface; la profondeur de l'infiltration ne devenait plus grande, qu'après l'humidification totale du sol, — ce qui présente un cas particulier d'infiltration.

D'après Alexeev le mouvement d'eau dans le cas présent s'effectue sous l'action des forces suivantes: la force de pesanteur de la couche d'eau infiltrée S ; la force absorbante des ménisques capillaires, situés à la limite inférieure de la couche d'eau infiltrée h_k , qui est mesurée au moyen de la hauteur limite de la montée capillaire dans le sol donné; la pression de la couche d'eau sur la surface (la source constante) (*); la pression excédente de l'air dans le terrain $P - P_0$ sur la pression de l'atmosphère, se formant en concordance avec la loi de Boyle-Mariotte sous la surface inférieure de la couche d'eau infiltrée.

Il est supposé, d'ailleurs que la vitesse de sortie de l'air du terrain à travers ses pores saturés d'eau, se soumet aussi à la loi de Darcy: $\varphi = C \frac{P - P_0}{S}$, ou C — le coefficient de perméabilité de l'air du terrain humecté.

D'après la loi de Darcy, le débit d'infiltration peut être exprimé par l'équation suivante:

$$q = K J. = K \frac{S + h_k + P_0 - P}{S} = K \left(1 + \frac{h_k}{S} - \frac{\varphi}{C} \right)$$

ou K — signifie le coefficient de filtration.

Après avoir résolu cette équation simultanément avec l'équation du bilan de saturation du sol par l'eau: $\sigma_x dS = q dt$, ou σ_x = le déficit de saturation (« déficit d'humidité ») caractérisé par la différence entre la capacité capillaire pour l'humidité totale et l'humidité initiale du sol avant l'infiltration, — l'auteur obtient une équation pour la couche totale d'infiltration pour le temps t .

$$Q = \int_0^t q dt \approx Kt + \sqrt{2K} h_k S t = \int_0^s \sigma_x ds$$

Les données ainsi calculées sont bien d'accord avec des données expérimentales pour des cas d'une source constante de saturation, — d'une couche d'eau à la surface du sol et de l'infiltration dans les terrains uniformes sablonneux et arénosablonneux et non structuraux. Dans les sols argileux et dans les terrains structuraux, même dans le cas de leur gisement en profondeur, — dans les conditions des pluies artificielles ou naturelles, — les valeurs calculées s'écartent essentiellement des données expérimentales (fig. 1).

Ces écarts et les raisons physiques, qui les déterminent sont l'objet de considérations des investigations de l'infiltration dans les conditions naturelles et dans les laboratoires. Arrêtons-nous pour effectuer la considération de quelques-unes de ces causes.

On peut voir une de ces causes, qui provoquent l'écart des valeurs calculées des données expérimentales, dans le désaccord de la valeur du coefficient K , utilisé dans la formule et de la valeur du coefficient d'infiltration dans les conditions naturelles, que l'on détermine supplémentairement à l'aide d'expériences dans les cas d'infiltration.

En effet, il arrive souvent, que l'infiltration d'eau dans les sols et dans les terrains d'un bassin versant ne provoque pas un remplissage complet des pores du terrain avec l'eau. Au point de vue extérieur, la teneur de l'air emprisonné dans la couche humectée du terrain n'amène pas de différence apparente avec la filtration complète. Néanmoins, comme le montrent les travaux théoriques de L. Leibenson (1947) et des expériences originales de A. Budagovsky (1955), le coefficient de filtration est une fonction uniforme et continue de l'humidité du sol. Cela nous permet de tenir la loi de Darcy équitable pour le cas d'infiltration d'une colonne d'eau sous l'action de la force de pesanteur dans les conditions de saturation constante, mais incomplète de la couche humectée. Donc, l'établissement de la dépendance du coefficient de filtration pratiquement actif de la saturation du terrain dans la couche humectée, devient un des problèmes d'investigation d'infiltration, si on admet, que le coefficient de filtration, correspond au cas du remplissage complet de la couche filtrante du sol. Des lois, que nous avons déduites serviront de base pour l'introduction des valeurs correspondantes du coefficient de filtration dans les formules des calculs.

Un peu plus compliquée est la question par rapport au contrôle des forces capillaires F_c , qui agissent dans le cas d'infiltration. Il se détermine à un fort degré par la conformité à la loi de saturation avec l'eau de la couche humectée du terrain.

(*) Dans ce qui est mentionné ci-dessous l'auteur élimine cette pression, comme ayant une valeur insignifiante en comparaison avec d'autres forces.

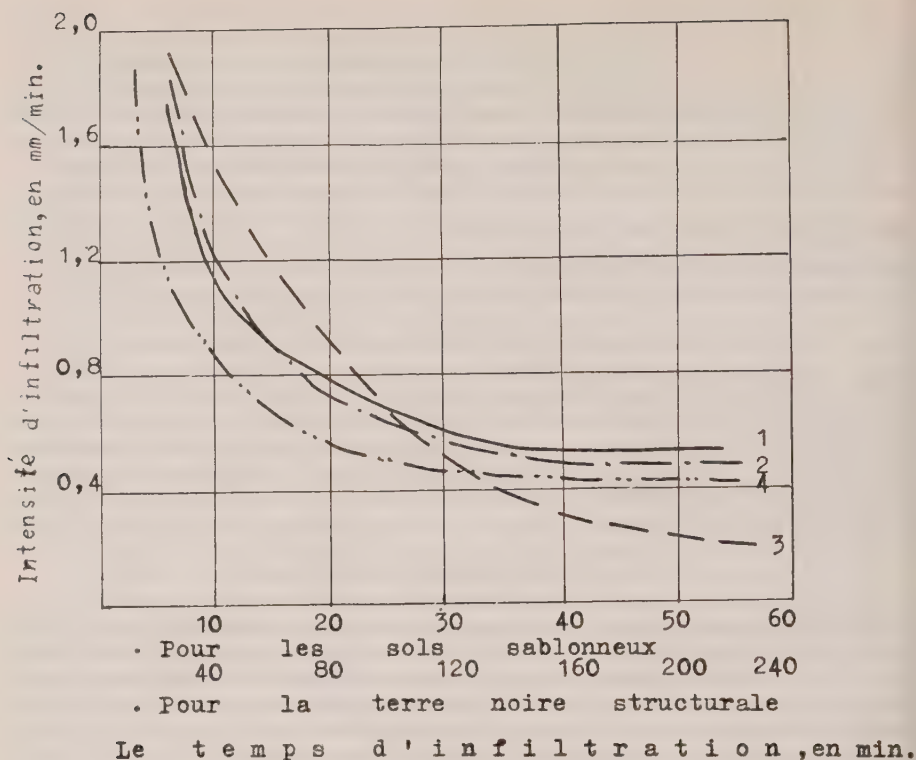


Fig. 1

Variation d'intensité de l'infiltration dans le temps, d'après les données observées et calculées au moyen de formule de M. Alexeev (Expériences concernant l'arrosage artificiel sur des terrains expérimentaux naturels).

Pour les sols subsablonneux :

- 1) d'après les observations;
- 2) calculé;

Pour la terre noire structurale :

- 3) d'après les observations;
- 4) calculé.

Dans le cas le plus simple, analysé par M. Alexeev, quand la profondeur d'infiltration ne s'agrandit qu'au fur et à mesure de saturation capillaire complète, la légitimité de l'admission de l'action de force capillaire constante F_c n'exige aucune démonstration. Il ne nous paraît rationnel, que de faire préciser la valeur de la force active elle-même, que G. Alexeev identifie avec la valeur de la montée capillaire limite (maximale) du terrain donné. Néanmoins, la montée capillaire se détermine par le rayon des moindres pores, tandis que la valeur des forces capillaires à la surface inférieure de la couche humectée dépendra des ménisques capillaires, qui se forment en tous les pores. Donc, pour effectuer l'évaluation de ces forces capillaires, il est nécessaire de tenir compte de la répartition des pores par leurs dimensions, comme l'a fait expérimentalement E. Bakenham (1907), qui affirmait que « le potentiel capillaire » dépend du degré de saturation du sol d'eau. C'est aussi V. Romanoff, qui le propose dans un de ses derniers travaux (1955), en évaluant la courbe de répartition des pores selon leurs dimensions et en évaluant des débits particuliers de filtration à travers des pores de différentes sections, sur la base des courbes de répartition de l'humidité dans les sols au-dessus du niveau des eaux souterraines.

Mais dans plusieurs cas, l'admission de l'action des forces capillaires au cours de l'infiltration, peut se heurter à une objection. Comme on le remarque dans des multiples

Hauteur du "coin d'absorption", en cm.

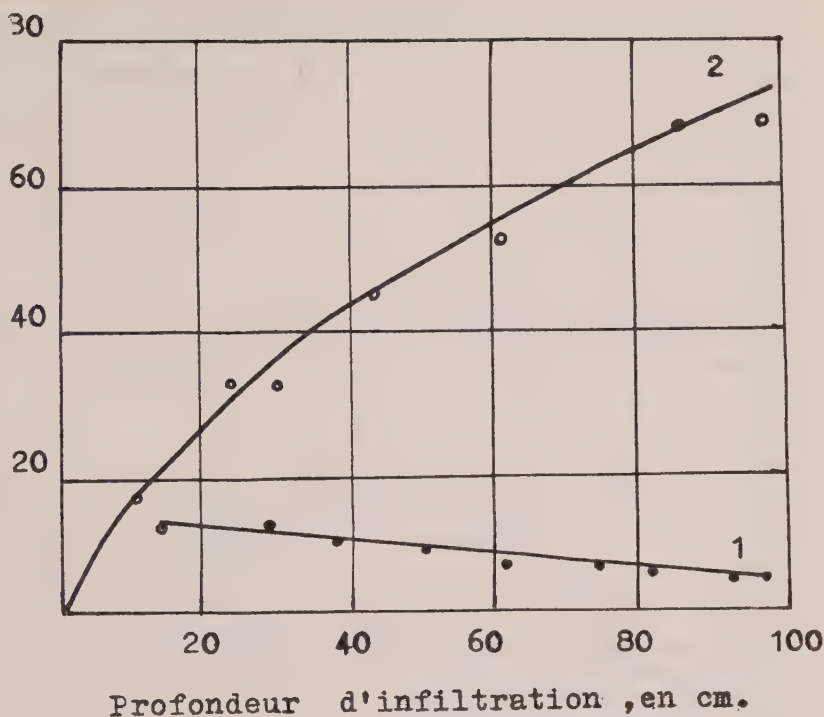


Fig. 2

Le changement de la valeur du « coin d'absorption » avec la profondeur d'infiltration (des expériences dans des terrains naturels):

- 1) dans le sol sablonneux;
- 2) dans la terre noire structurale.

recherches, la zone d'humidification est caractérisée par une humectation non uniforme et par le changement du degré de saturation dans le temps. L'épure de répartition de l'humidité auprès du front de l'humectation prend la forme d'un coin (« coin d'absorption »). Ce coin d'absorption, qui est le résultat de la répartition non uniforme des vitesses dans les pores de diverses dimensions, ne varie pas dans le temps (Fig. 2).

L'humectation de la couche humidifiée s'aggrandit, et la sortie de l'air à travers cette couche, ainsi que la supplantation partielle de l'air au-dessous du front d'humidification deviennent de grande importance. Tout cela doit conditionner le changement de la valeur des forces capillaires au fur et à mesure que l'eau s'infiltre en profondeur. C'est pourquoi, dans son schéma pour le cas général d'infiltration, G. Alexeev introduit la résultante des forces capillaires comme une valeur variable. Il faut noter, que dans le schéma de G. Alexeev, elle permet d'effectuer facilement l'intégration.

Par conséquent, les forces capillaires, ainsi que le coefficient de filtration considéré ci-dessus, représente une fonction de saturation de l'humidité de la couche humidifiée, — si on admet le changement de cette saturation dans le temps. On détermine la valeur des forces capillaires non seulement par la valeur de l'humidité du sol, mais aussi, à un fort degré, par le caractère des formes de l'humidité, qui a lieu dans la couche humectée à condition que l'eau soit en mouvement. La dernière condition détermine la prédominance d'une ou d'autres forces, qui contribuent au mouvement de l'eau en profondeur du sol.

L'établissement des forces actives principales de leur dynamique dans les divers stades

d'infiltration dans les conditions naturelles selon l'humectation des terrains différents doit être l'objet principal des recherches de la solution quantitative.

La question concernant l'action de l'air du terrain pendant l'infiltration (la contre-action Fa de l'air du sol) est restée ouverte jusqu'aux temps récents, et divers chercheurs nous donnent des évaluations contradictoires. La raison principale d'une telle position est l'absence de données publiées, concernant des observations sur le régime de l'air du terrain dans les conditions naturelles d'infiltration. C'est pour cette raison, que ni la solution strictement théorique de ce problème, proposée par F. Sunker (1937), ni le schéma du contrôle de l'action de l'air du sol de G. Alexeev, n'ont trouvé de confirmation expérimentale jusqu'à présent.

Il est admissible de considérer a priori, que l'influence du régime de l'air du sol sur l'infiltration est bien essentielle. Il nous paraît rationnel d'organiser beaucoup plus largement les recherches de laboratoire et des recherches en plein champ concernant le régime de l'air du terrain, l'infiltration étant donnée. Une tentative d'organiser des travaux pareils a été faite à l'Institut Hydrologique d'Etat.

Les conditions, qui assurent l'influence maximum de l'air du sol sur l'infiltration sont : la présence dans les terres argileuses d'une couche, imperméable pour l'air (la couche du terrain, saturé jusqu'à capacité de rétention d'humidité capillaire, la surface de la lisière capillaire des eaux souterraines etc.); la saturation de la partie supérieure du terrain mouillé jusqu'à l'humidification complète ou la présence de la couche d'eau à la surface d'irrigation; l'absence de fissures et de taupinières dans l'épaisseur du terrain. Il faut noter, que tout cela se rapporte au cas, où la pression surabondante dans le terrain est conditionnée par la présence de la couche, imperméable pour l'air. D'après nos données expérimentales, qui exigent une précision, la profondeur du gisement de cette couche, en présence de laquelle le développement d'une pression « surabondante » est observée, ne doit pas dépasser $\frac{2}{3}$ de la hauteur d'une montée capillaire, qui est observée dans le terrain donné. Quand l'air du terrain se déplaçait dans des plus grandes profondeurs devant le front d'humidification, les expériences n'indiquaient pas de formation de grandes pressions de l'air du terrain, et les piézomètres montraient des chutes de pression devant le front d'humidification de 2-5 cm (en présence des terres argileuses).

En conclusion de ces brèves considérations de la possibilité d'application de la loi de Darcy pour le cas général de l'infiltration, il faut noter le cas, qui de notre point de vue, ne doit pas être considéré selon la loi de Darcy.

La dynamique d'infiltration dans les conditions naturelles d'irrigation peut être conditionnée par le changement de la perméabilité de la mince couche supérieure du terrain à la surface. Dans ce changement on peut trouver l'action de la capacité de gonflement du sol et l'influence de l'énergie mécanique des gouttes, qui tombent sur des agrégats du sol. Cette influence mène à la destruction des agrégats et à la condensation de la couche supérieure du sol. Tout cet ensemble conditionne des lois particulières du changement de l'intensité de l'infiltration, et analogiquement aux conditions du mouvement turbulent, ces cas exigent une considération particulière. Il est bien nécessaire de noter, que l'attribution de l'universalité à l'admission : « la couche de l'infiltration dépend principalement de l'état de la surface du sol et se diminue au début de la pluie à cause de l'influence de l'énergie des gouttes », — comme cela fut fait par R. Horton (1945), — doit rencontrer des objections sérieuses. L'utilisation vaste d'une formule empirique pour tous les cas d'infiltration peut montrer, non seulement la correspondance du processus de la nature avec ses singularités physiques, mais aussi le fait, que cette formule possède une trop grande flexibilité d'interpolation. La possibilité d'une telle formule en chaque cas particulier exige de grandes preuves expérimentales, la réception desquelles peut être parfois non rationnelle.

La considération des recherches théoriques et des données expérimentales reçues dans le champ et au laboratoire, nous permet d'admettre, que dans beaucoup de cas le changement de l'intensité d'infiltration dans le temps se détermine par l'équation de Darcy, avec la seule différence, que ses paramètres deviennent variables et dépendants de la position du front d'infiltration, de la teneur en humidité dans la couche humectée et de l'humidification initiale du terrain.

Donc, il est indispensable de prendre pour progressives des recherches expérimentales et théoriques d'infiltration, qui sont fondées sur l'application de la loi de Darcy. Il faut

tâcher de n'introduire dans les formules proposées que ceux des paramètres, qui sont physiquement argumentés et qui peuvent être déterminés séparément au moyen d'expériences, Il faut prêter une attention particulière à l'établissement de la dépendance entre ces paramètres et d'autres propriétés des sols, ce qui rendra possible de traiter objectivement. l'évaluation des lois d'infiltrations dans des conditions naturelles différentes. Ce n'est que cette voie, qui puisse nous amener à la solution quantitative exacte du problème d'infiltration et nous garantir la possibilité d'application les lois établies dans les problèmes hydrologiques adjacents. Il ne faut pas oublier, d'ailleurs, que les recherches expérimentales d'infiltration doivent s'occuper de la question du mouvement d'eau non seulement par rapport à la surface du sol, comme cela se fait souvent en hydrologie, mais doit considérer aussi les processus de l'intérieur du sol, sans la connaissance desquels, on ne peut avoir de solutions positives du problème donné.

Les recherches d'infiltration, basées sur les données citées ci-dessus, sont organisées à l'Institut Hydrologique de l'Etat avec participation des bases des champs de l'Institut et des stations d'écoulement du Service Hydrométéorologique.

Il faut aspirer à l'unification de toutes les recherches d'infiltration, effectuées dans différents pays, ce qui doit garantir la solution plus exacte et plus prompte de ce problème actuel à tous les points de vue.

LITTERATURE

- ALEXEEV G. A. Dinamica infiltracii dojdevoi vody v potvhvu. — » *Trudy Gosudarstvennogo gidrologicheskogo instituta* », vyp. 6 (60), Leningrad, 1948. (La dynamique d'infiltration de l'eau des pluies dans le sol).
- CHILDS E. C., COLLIS-GEORGA N. The permeability of porous materials. — *Proc. Roy. A* 201, Nr. 1066, 1950.
- BUDAGOVSKY A. T. *Vpityvanie vody v potchvu*. Isd. A. N. SSSR, Moskva, 1955. (L'infiltration d'eau dans le sol).
- LEIBENSON L. S. *Dvijenie prirodných jidkosti i gasov v poristoi srede*. Gostechisdat, M.-L., 1947. (Le mouvement des liquides et des gaz dans un milieu poreux).
- BUCKINGHAM E. Studies on the movement of soil moisture. U. S. Dept of agriculture, Bureau of soils. *Bull.* Nr. 38 W. 1907.
- ROMANOV V. V. K voprosu o savisimosti mejdu kapilliarnymi i filtracionnymi svoistvami krupnoporistyh besstructurnyh gruntov. — » *Trudy Gosudarstvennogo gidrologicheskogo instituta* », vyp. 48 (102), L., 1955. (Sur la question de dépendance entre les propriétés capillaires et filtrantes des terrains non structuraux, présentant de gros pores).
- HORTON R. E. An approach toward a physical interpretation of infiltration-capacity. *Soil Sci. Soc. Am., Pr.*, vol. 5, 1940.

TABLE DES MATIÈRES — CONTENTS

EAUX SOUTERRAINES — GROUNDWATER

J. Tixeront. — Note sur les rôles respectifs de Darcy et Paramelle dans la fondation de l'hydrologie moderne	7
G. Schneebeil. — Sur l'hydraulique des puits	10
W. Kollis. — Sur la filtration dans la nappe sous-fluviale	28
M. J. Goldschmidt and M. Jacobs. — Underground Water in the Haifa-Acco Sand Dunes and its Replenishment	39
S. Irmay. — Extension of Darcy Law to Unsteady Unsaturated Flow through Porous Media	57
H. Schoeller. — Méthode de détermination du rayon d'appel des forages et du coefficient de Darcy, Application à l'étude de l'épuisement de la nappe des sables paléocènes de l'Aquitaine	67
H. Tanaka and F. Yahagi. — Some Considerations on the Cut-off Wall Length in the Pervious Rock Foundation	76
L. Schiff. — The Darcy Law in the Selection of Water-spreading Systems for Ground-water Recharge	99
E. Mosonyi et G. Kovacs. — Loi de modèles réduits de filtration	111
E. Nemeth. — L'importance de la loi de filtration de Darcy à la lumière des résultats de quelques essais sur modèles réduits	116
K. Ubell. — Unsteady Flow of Groundwater caused by Well-drawdown	129
Gy. Szilagyi. — La variation du coefficient de filtration dans l'espace de dépression des puits	133
G. de Josselin de Jong. — L'entraînement de particules par le courant intersticiel . . .	139
L. F. Ernst et J. J. Westerhof. — Le développement de la recherche hydrologique et son application au drainage aux Pays-Bas	148
J. Ineson. — Darcy's Law and The Evaluation of « Permeability »	165
G. Nahrgang. — L'hypothèse de Dupuit-Thiem pour le calcul d'un puits et l'écoulement réel au voisinage d'un puits vertical à surface libre	173
C. Schmid. — The Absolute Effective and Relative Permeability of Oil Reservoir Rocks	184
D. K. Todd. — Laboratory Research with Ground-water Models	199
W. Merkel. — Rheology of Water in Sand and Gravel	207

G. Tison. — Fluctuations des nappes aquifères de types divers et particulièrement des nappes d'alluvions	210
R. Schad. — Méthodes d'examen physique du sol et de détermination expérimentale de la perméabilité du terrain (valeur k)	222
R. W. Stallman. — Use of Numerical Methods for Analyzing Data on Ground Water Levels	227
F. C. Mikels and F. H. Klaer. — Application of Ground Water Hydraulics to the Development of Water Supplies by Induced Infiltration	232
V. Paavel. — The Bielefeld Pumping Test	243
R. Mugge. — Experiments on the Motion of Water in the Vicinity of Wells	255
E. Gansloser. — Recherches sur le rendement des puits au cours de leur forage . . .	259
G. V. Bogomolov. — Classification des ressources d'eaux souterraines et évaluation de leurs réserves	263
A. I. Siline, Bektchourine. — Evolution de la dynamique des eaux souterraines en U. R. S. S. en relation avec la solution des problèmes géologiques	272
O. Popov. — Les voies d'application de la loi de Darcy à l'étude de l'infiltration.	281

